

1ª Questão: (vale 7.5)

(a) Calcule $\frac{d}{dx} \left(\int_{x^3}^{\ln(x^2+1)} \frac{\sqrt{2 + \cos(t)}}{t^4 + 1} dt \right)$. **(vale 1.5)**

(b) Calcule $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx$. **(vale 1.5)**

(c) Calcule $\int_1^2 [x^2 \ln(x)] dx$. **(vale 1.5)**

(d) Decomponha a função racional $\frac{x^2 + 5}{x(x+1)^2(x^2+1)^3}$ segundo a técnica de somas parciais.
(vale 0.5). (**NÃO** quero que encontre os coeficientes).

(e) Calcule a área da região limitada pela curva $y = \frac{x+1}{x(x^2+1)}$, pelo eixo x e pelas retas $x = 1$ e $x = 2$. **(vale 1.0)**

(f) Calcule $\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+4}} dx$ e $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+4}} dx$. **(vale 1.5)**

2ª Questão:(vale 2.5)

(a) Encontre a área da região limitada pelos gráficos de $f(x) = \cos(x)$, $g(x) = \sin(x)$ e as retas $x = 0$ e $x = \pi$. **(vale 1.0)**

(b) Calcule o volume do sólido de revolução obtido girando-se a região $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 1, x^3 \leq y \leq 1\}$ em torno do eixo y . **(vale 1.5)**

1ª Questão: (vale 7.0)

(a) Seja $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ com $f(t) = \int_{t^3}^{\ln(t^2+1)} \frac{\sqrt{2 + \cos(u)}}{u^4 + 1} du$. Calcule $F''(x)$. (vale 1.5)

Dica: Lembre-se que a segunda derivada é a derivada da derivada.

(b) Calcule $\int_1^2 (x^2 \ln |x|) dx$. (vale 1.5)

(c) Calcule a área da região limitada pela curva $y = \frac{5x^2 + 3x - 2}{x(x^2 + 1)}$, pelo eixo x e pelas retas $x = 1$ e $x = \sqrt{3}$. Lembre-se que $\text{tg}(\frac{\pi}{4}) = 1$ e $\text{tg}(\frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$. (vale 1.5)

(d) Calcule $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx$. (vale 1.5)

(e) A integral $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$ converge ou diverge? Use o princípio da comparação. (vale 1.0)

2ª Questão: (vale 2.0) Encontre o volume do sólido gerado pela rotação da região limitada por

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ e } \cos(x) \leq y \leq 1$$

em torno da reta $y = -1$.

3ª Questão: (vale 1.0)

(a) Seja f uma função tal que f' é contínua em $[a, b]$. Qual a fórmula que calcula o comprimento da curva $y = f(x)$ para $a \leq x \leq b$? (vale 0.2)

(b) Seja f uma função positiva tal que f' é contínua em $[a, b]$. Qual a fórmula que calcula a área da superfície obtida pela rotação da curva $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, em torno do eixo x ? (vale 0.3)

(c) Enuncie o teorema fundamental do cálculo (partes 1 e 2). (vale 0.5)

1ª Questão: (vale 7.0)

(a) Seja $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ com $f(t) = \int_{\ln(t^4+1)}^{t^2} \frac{\sqrt{1+u^2}}{u+1} du$. Calcule $F''(x)$. **(vale 1.5)**

(b) Calcule $\int_0^{\pi/4} t \sec^2(t) dt$. **(vale 1.5)**

(c) Calcule a área da região limitada pela curva $y = \frac{x+1}{x(x^2+1)}$, pelo eixo x e pelas retas $x = 1$ e $x = 2$. **(vale 1.5)**

(d) Calcule $\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+4}} dx$. **(vale 1.5)**

(e) Calcule $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+4}} dx$. A integral $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+4}} dx$ converge ou diverge? **(vale 1.0)**

Observação: É possível fazer a segunda parte do item (e) mesmo sem fazer o item (d). Neste caso use comparação.

2ª Questão:(vale 2.0) Encontre o volume do sólido gerado pela rotação da região limitada por

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ e } 0 \leq y \leq \cos(x)$$

em torno da reta $y = 2$.

3ª Questão: (vale 1.0)

(a) Mostre que o comprimento da circunferência de raio r é $2\pi r$.

Para facilitar: use que $\int \frac{1}{\sqrt{r^2-x^2}} dx = \arcsen\left(\frac{x}{r}\right) + C$.

(b) Mostre que a área da esfera de raio R é $4\pi R^2$.