Física I (4302111)
Turma T2 - noturno

Profa. Luciana V. Rizzo

Rolamento
Equilíbrio estático

Rolamento

Rolamento sem deslizamento

- O ponto de contato da periferia da roda (P_1) não desliza sobre o plano de rolamento, isto é, sua velocidade de translação é instantaneamente nula.
- Translação + Rotação
- Em um volta completa,

a distância percorrida pelo centro de massa é $2\pi R$.

P_1: ponto de contato

$$x_{CM} = R\theta$$
$$v_{CM} = R\omega$$
$$a_{CM} = R\alpha$$

Condição de não-deslizamento

Rolamento sem deslizamento

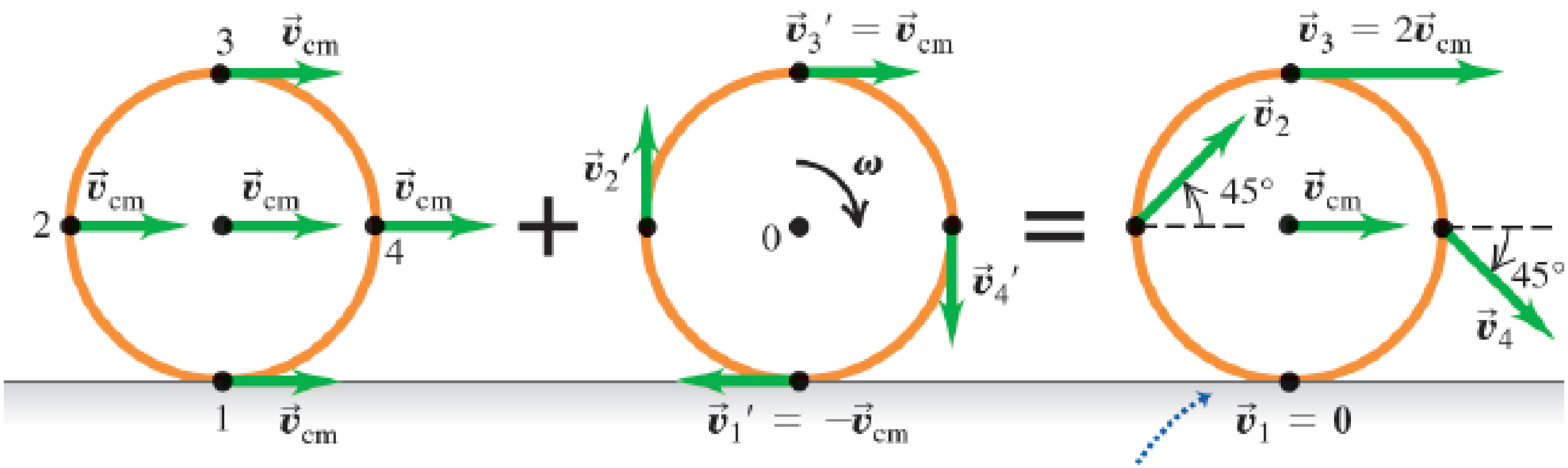
Condição para o rolamento sem deslizamento:

Velocidade do centro de massa da roda $v_{cm} = R\omega$ Raio da roda; Velocidade angular da roda

Translação do centro de massa: velocidade $\vec{v}_{cm}$

Rotação em torno do centro de massa: para rolamento sem deslizamento, sendo o módulo da velocidade na periferia igual a v_{cm}

Movimento combinado



A roda fica instantaneamente em repouso quando entra em contato com o solo.

Rolamento sem deslizamento

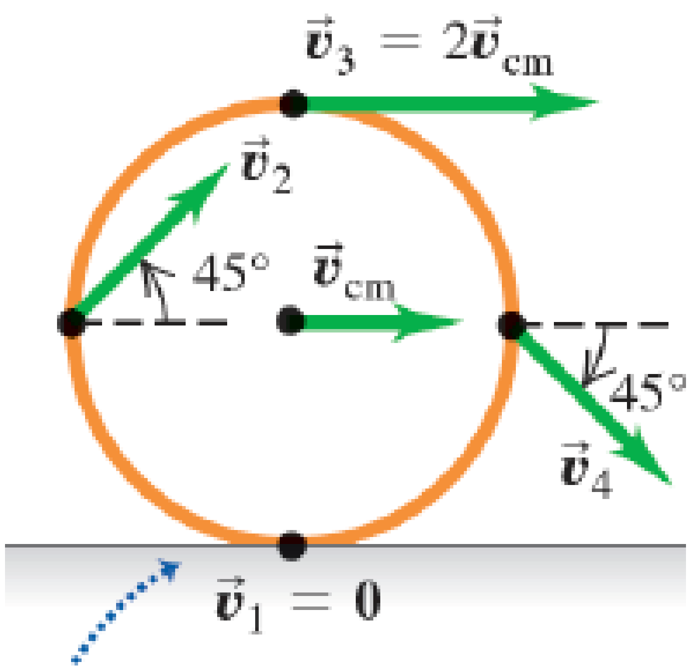
Velocidade de um ponto i qualquer do corpo rígido em rolamento:

Translação + Rotação

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{\omega} \times \overrightarrow{r'}_i$$

Velocidade de translação do CM

Velocidade tangencial, associada à rotação



Pontos da periferia da roda:

$$r' = R \quad \rightarrow \quad \left|\vec{\omega} \times \overrightarrow{r'}_i\right| = \boxed{\omega R = v_{CM}}$$

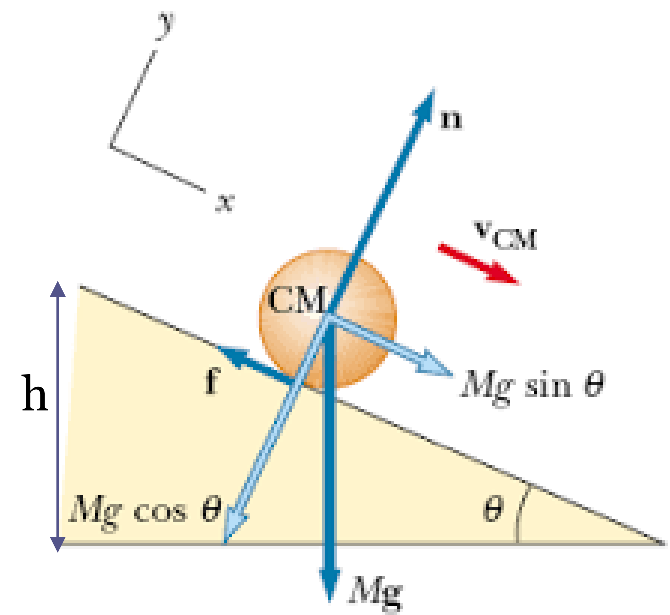
Condição de não-deslizamento

Logo, $\vec{v}_3 = 2\vec{v}_{CM}$

Exemplo

Rolamento sem deslizamento em um plano inclinado de um ângulo θ. Corpo rígido de secção transversal circular de raio R, massa M e momento de inércia I, parte do respouso de uma altura h. Determinar:

a) A aceleração do movimento
b) A força de atrito (f)
c) A energia cinética final



Equações de translação: $Ma = Mg\,\text{sen}\,\theta - f_{at}$

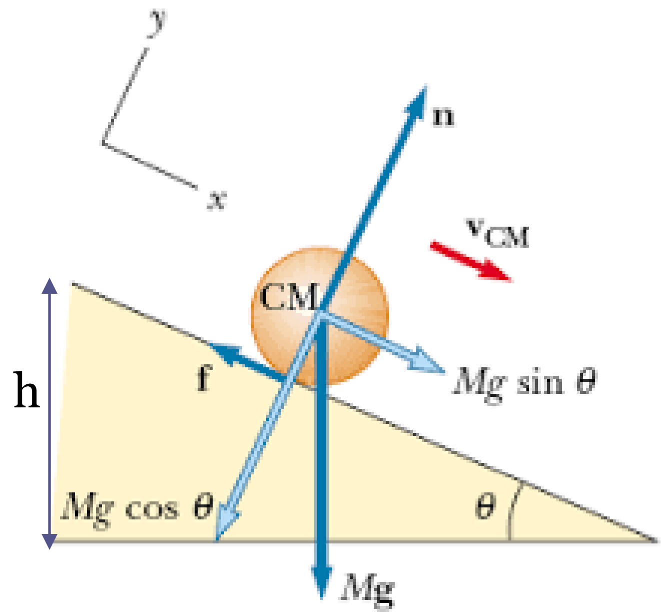
$N = Mg\cos\theta$

Equação de rotação: $\tau_{RES} = I\alpha$

Dentre as 3 forças que atuam sobre o corpo (P, N, f_{at}), apenas f_{at} exerce torque. Então:

$\tau_{RES} = f_{at}R = I\alpha$

Vínculo
(cond. não-deslizamento): $a = \alpha R$



Resolvendo o sistema de equações acima para a e f_{at}, obtemos:

$$\boxed{a = \frac{g\,\text{sen}\,\theta}{1 + I/MR^2}}$$

$$\boxed{f_{at} = Mg\,\text{sen}\,\theta\left(\frac{I/R^2}{M + I/R^2}\right)}$$

Anel: $I = MR^2,\ a = \frac{1}{2}g\,\text{sen}\,\theta$

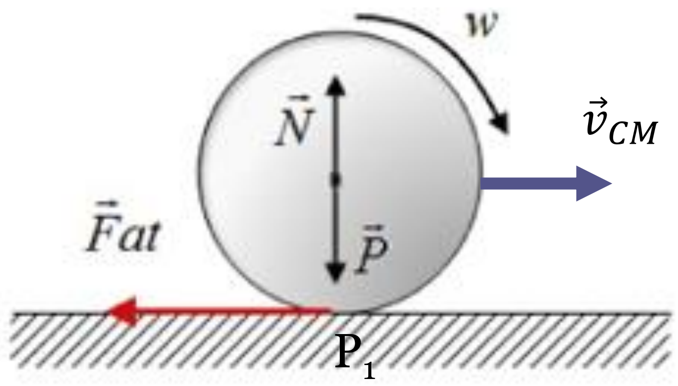
Cilindro maciço: $I = \frac{MR^2}{2},\ a = \frac{2}{3}g\,\text{sen}\,\theta$

Esfera maciça: $I = \frac{2}{5}MR^2,\ a = \frac{5}{7}g\,\text{sen}\,\theta$

A energia mecânica se conserva, pois a força de atrito não realiza trabalho se não houver deslizamento.

Rolamento com deslizamento

- Força de atrito cinético atua sobre o ponto de contato P_1
- Enquanto há deslizamento, $v_{CM} > \omega R$
- A força de atrito cinético dissipa energia mecânica, diminuindo v_{CM} até que $v_{CM} = \omega R$
- A partir daí, ocorre rolamento puro, sem deslizamento



Exemplo

Uma bola de boliche, de massa M e raio R, é lançada de forma a iniciar um movimento horizontal sem rolamento, com velocidade v_o = 5,0 m/s. O coeficiente de atrito cinético entre a bola e o piso é μ_e= 0,08. Determine:

a) O tempo que a bola leva derrapando na pista antes de começar um rolamento puro
b) A distância pela qual ela derrapa

Resposta:
a) 1,8 s
b) 7,8 m

Equilíbrio estático de corpo extenso

Condições para o equilíbrio estático de um corpo extenso

- Força externa resultante deve ser nula (equilíbrio de translação):

$$\sum_i \vec{F}_{ext} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{v} = cte$$

- Torque externo resultante sobre o CM deve ser nulo (equilíbrio de rotação):

$$\sum_i \vec{\tau}_{ext\,CM} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{\omega} = cte$$

Torque devido à força gravitacional

- Seja um corpo extenso que gira em torno do eixo de rotação A (direção z, saindo da tela).
- Torque sobre uma partícula m_i, devido à gravidade:

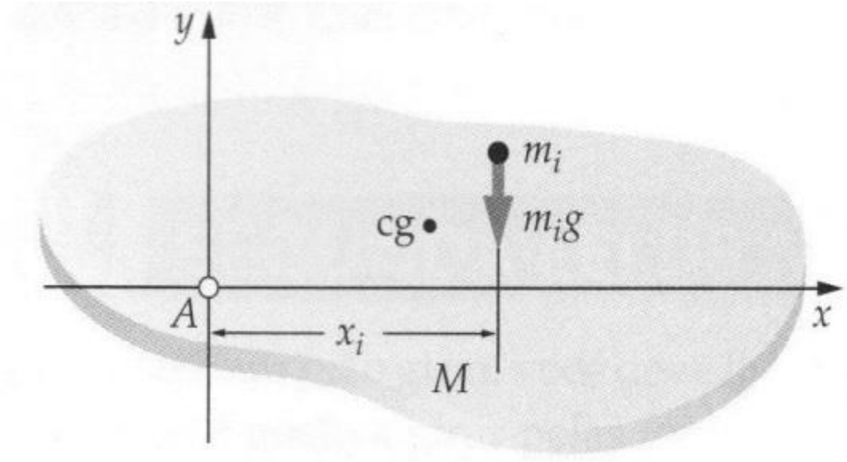
$$\tau_i = Fb = m_i g x_i$$

- Torque resultante:

$$\tau_R = \sum_i m_i g x_i = g \sum_i m_i x_i \rightarrow M x_{CM}$$

$$\boxed{\tau_R = M g x_{CM}}$$

O torque resultante da força gravitacional é calculado como se toda a força estivesse aplicada sobre o centro de massa.



Exemplo

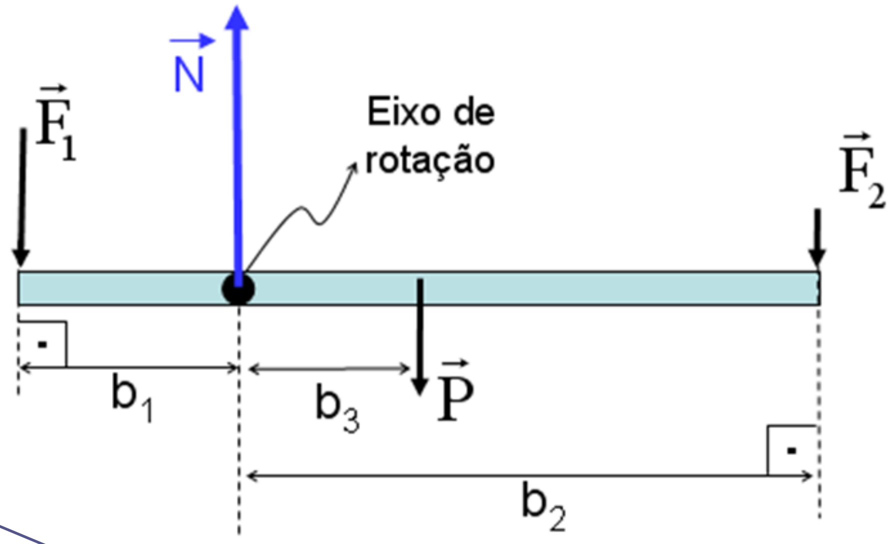
Equilíbrio de translação:

$$N = P + F_1 + F_2$$

Equilíbrio de rotação:

$$F_1 b_1 = F_2 b_2 + P b_3$$

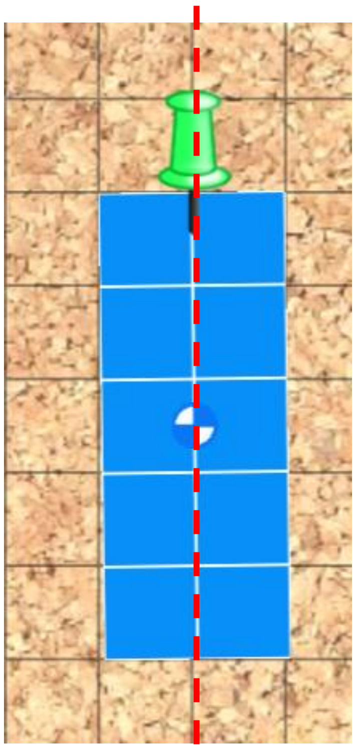
Se essas duas condições forem verificadas, o objeto extenso estará em equilíbrio estático.



F_1: torque sentido anti-horário
F_2: torque sentido horário
P: torque sentido horário
(tratamos o torque da força peso como se ela atuasse inteiramente sobre o CM)

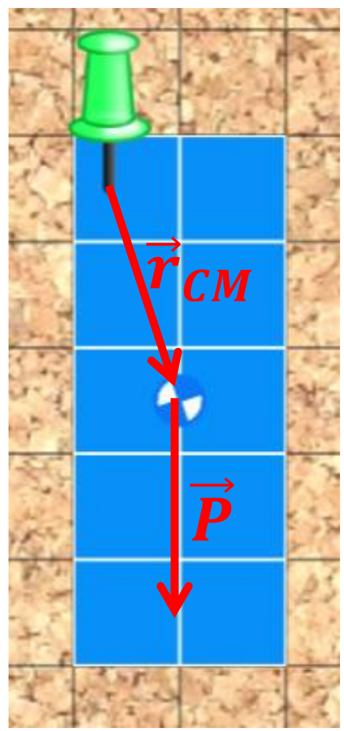
Centro de massa e equilíbrio

Se o ponto de apoio de um objeto rígido estiver alinhado verticalmente com o seu CM, então ele estará em equilíbrio. Do contrário, a força peso gera um torque que promove uma rotação em torno do CM até que o ponto de apoio fique alinhado.

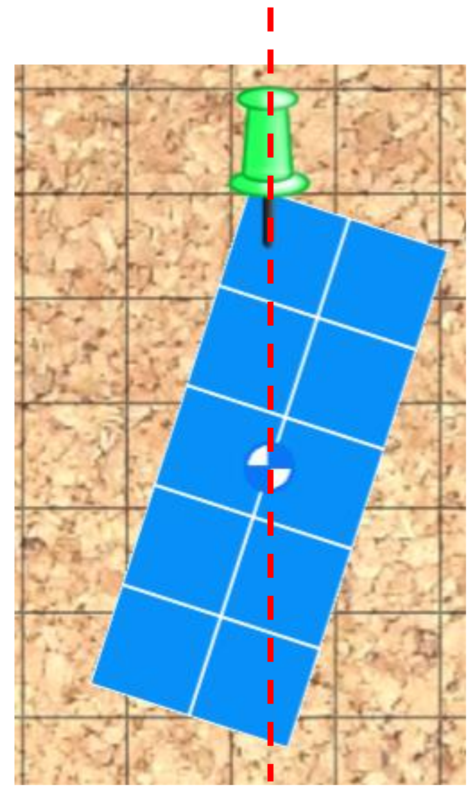


Equilíbrio

$\vec{\tau}_P = 0$



$\vec{\tau}_P \neq 0$



Equilíbrio

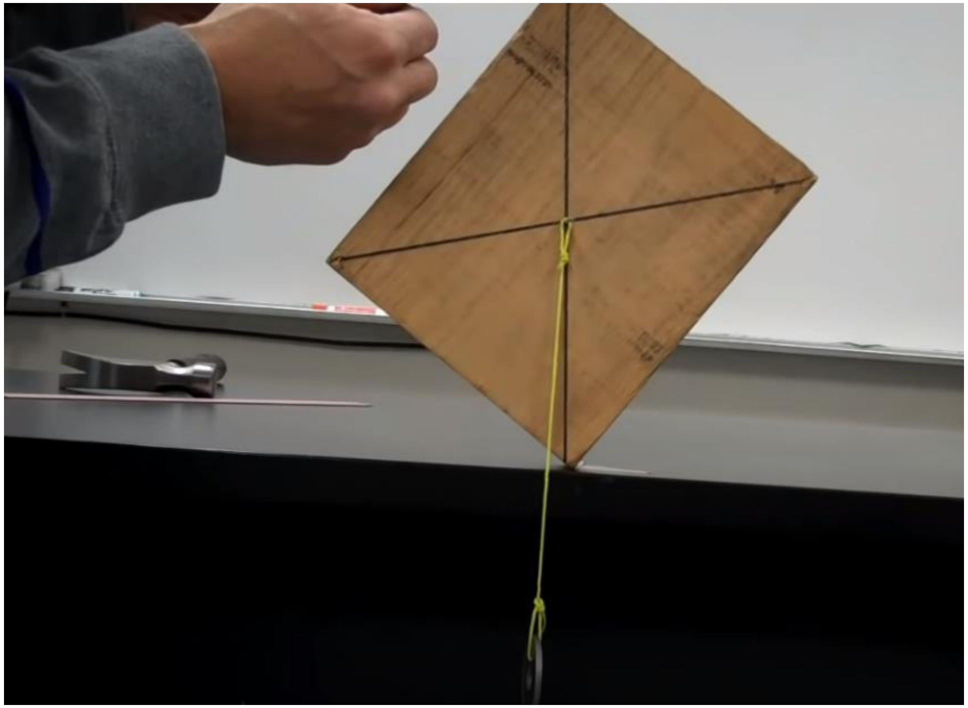
$\vec{\tau}_P = 0$

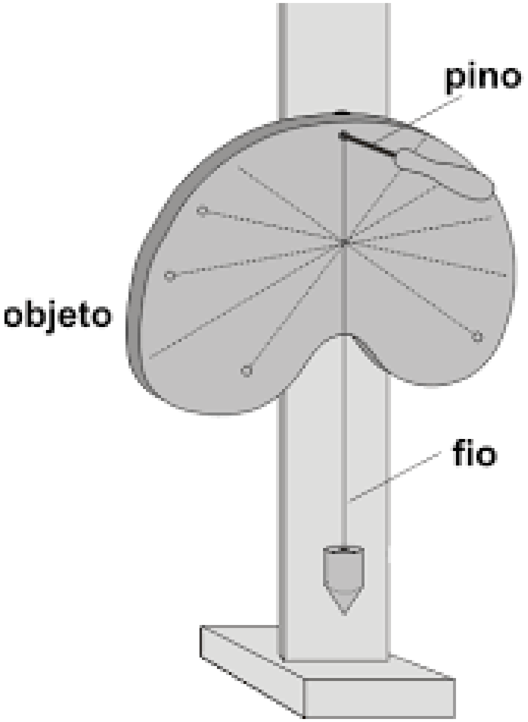
http://www.simbucket.com/combuilder/

Usando equilíbrio para determinar a posição do centro de massa de um objeto extenso

Considere um objeto irregular apoiado em um ponto, em equilíbrio estático. Então, o CM está necessariamente em uma linha vertical que liga esse ponto ao centro da Terra. Mudando o ponto de apoio e determinando uma segunda linha vertical, o CM estará na intersecção entre as 2 linhas.

Método da linha de prumo

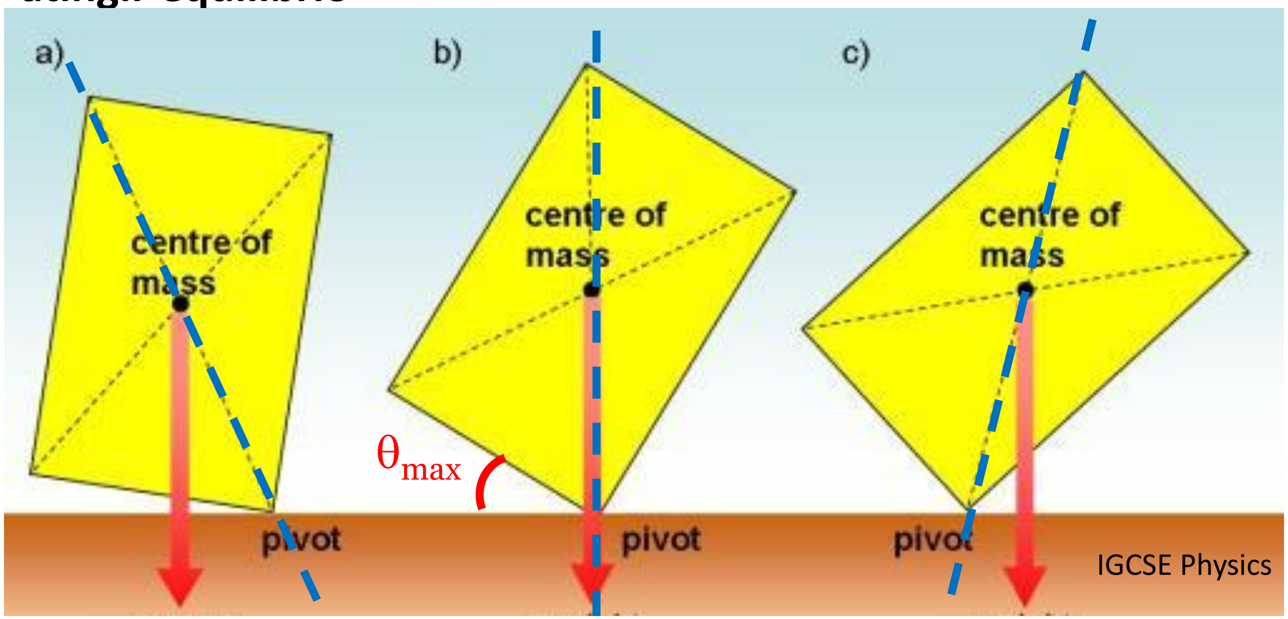


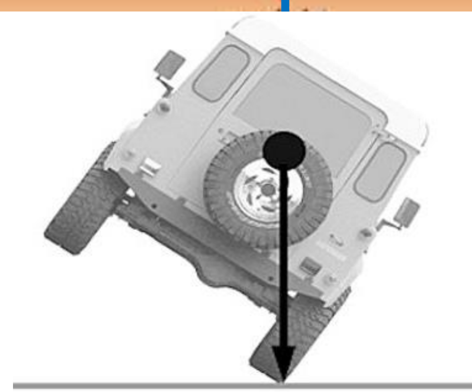


https://youtu.be/qRsJXXb9WNE

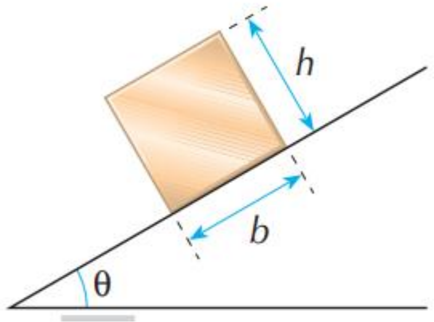
Centro de massa e equilíbrio

Rotação até atingir equilíbrio | **Equilíbrio instável** | **Rotação até atingir equilíbrio**





Exemplo



O coeficiente de atrito estático entre um bloco homogêneo em um plano inclinado vale μ_e= 0,80. O bloco é colocado em repouso sobre o plano inclinado.

Dados: senθ = 0,60; cosθ = 0,80; b = 1,5 cm.

a) Verifique se a resultante das forças sobre o bloco é nula.
b) Determine o máximo valor da altura h do bloco para que ele fique apoiado sem tombar.

Resposta:
a) Sim, $F_R = 0$, já que $\tan\theta < \mu_e$
b) h_{max} = 2,0 cm