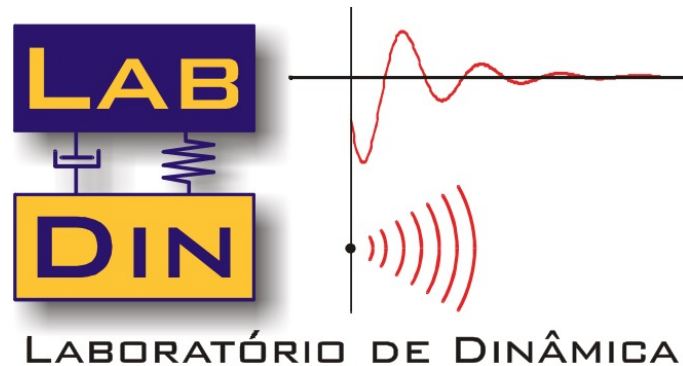


UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA



**SEM 0533 – MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS I**  
**SEM 0232 – MODELOS DINÂMICOS**

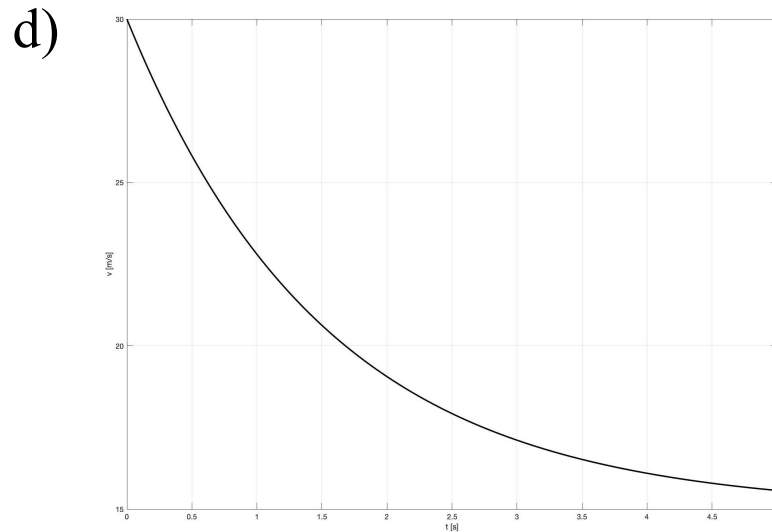
*Respostas*  
*Lista 4*  
*Estudo da Resposta de Sistemas Dinâmicos*

# Exercício # 1

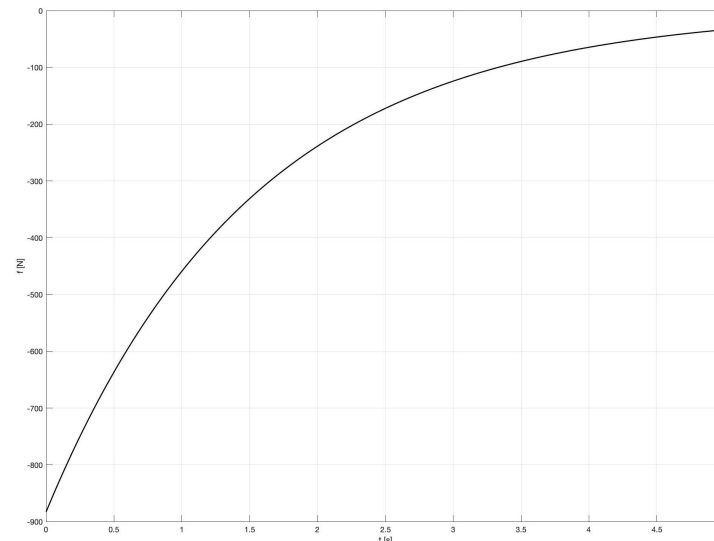
a)  $B = 29,43 \text{Ns/m}$

b)  $1,53 \frac{dv}{dt} + v = 15$

c)  $v(t) = 15 (1 + e^{-0,654t}) \quad (\text{m/s}) \quad v_{regime} = 15 \text{ m/s} \quad \tau = 1,529 \text{ s}$



e)  $f(t) = 882,9 - 58,86v(t)$



f)  $d = 65,7 \text{ m}$

## Exercício # 2 **ATENÇÃO : USAR $k = 4 \times 10^4$ NA RESOLUÇÃO**

---

a)  $500s^2 + 2 \times 10^3s + 4 \times 10^4 = 0$   $u(t) = 1,0206e^{(-2t)}\text{sen}(9,798t + 1,3694)$

b)  $\omega_n = 10 \text{ rad/s}$   $\omega_a = 9,798 \text{ rad/s}$   $\zeta = 0,2$  (sub-amortecido)

c) discussão

d) discussão

## Exercício # 3

---

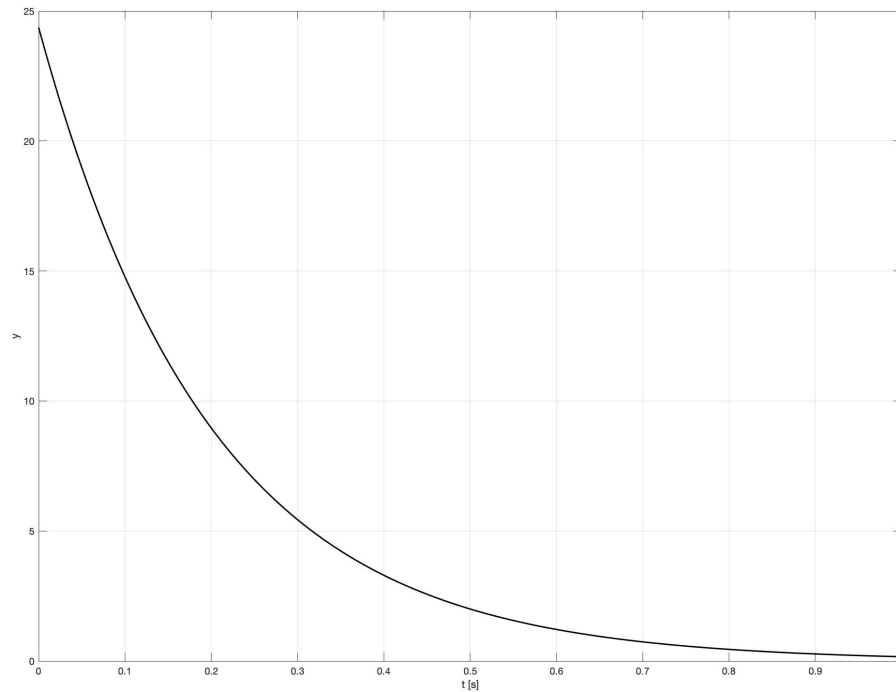
a)  $\tau = 0,2$

b)  $y_{regime} = 20$     $y(0) = 24,36$

c) gráfico abaixo

d)  $t = 0,8$  s

e)  $t = 1,42$  s



## Exercício # 4

---

$$m = 0,076 \text{ kg}; c = 0,495 \text{ N s/m}; k = 40 \text{ N/m}$$

Procedimento: A partir do gráfico obtém-se uma estimativa do período amortecido e em seguida determina-se a frequência natural amortecida. Em seguida, também pelo gráfico obtém-se estimativa da resposta de regime permanente e calcula-se a constante elástica  $k$ . Depois, com a definição da frequência natural amortecida obtém-se estimativa da razão de amortecimento e então da frequência natural não amortecida, e com a definição desta o valor da massa  $m$ . Por fim, através da definição da razão de amortecimento determina-se o valor de  $c$

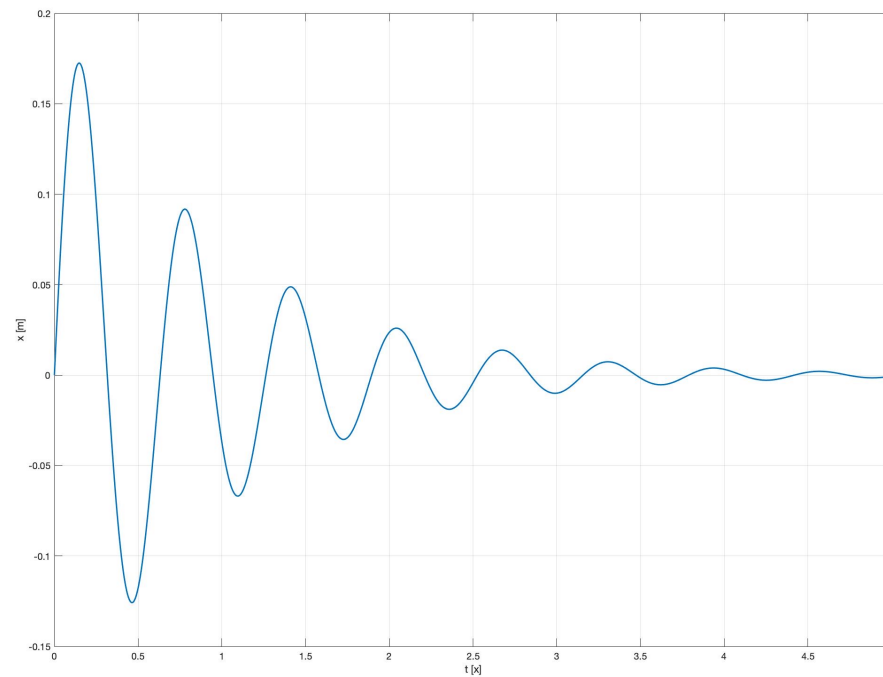
## Exercício # 5

---

a)  $0,01\ddot{x} + 0,02\dot{x} + x = 0,02\dot{x}_i$       b)  $\omega_n = 10 \text{ rad/s}$   $\zeta = 0,1$

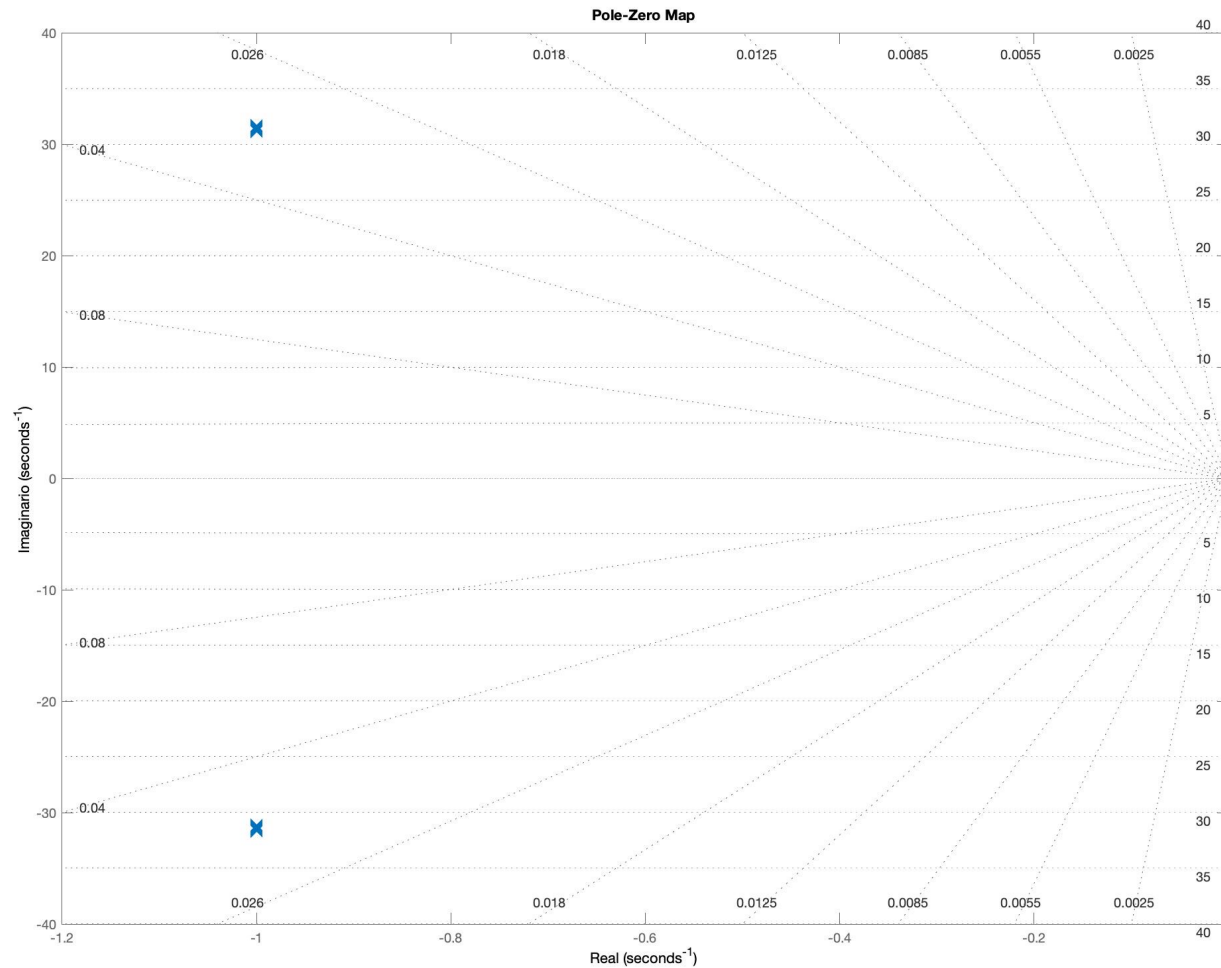
c)  $x(t) = 0,201 e^{-t} \text{ sen}(9,95 t)$

d)



# Exercício # 6

a)  $s_{1,2} = -1 \pm i 31,416$



## Exercício # 7

---

A - 1; D - 5 ; C - 7 ; F - 6

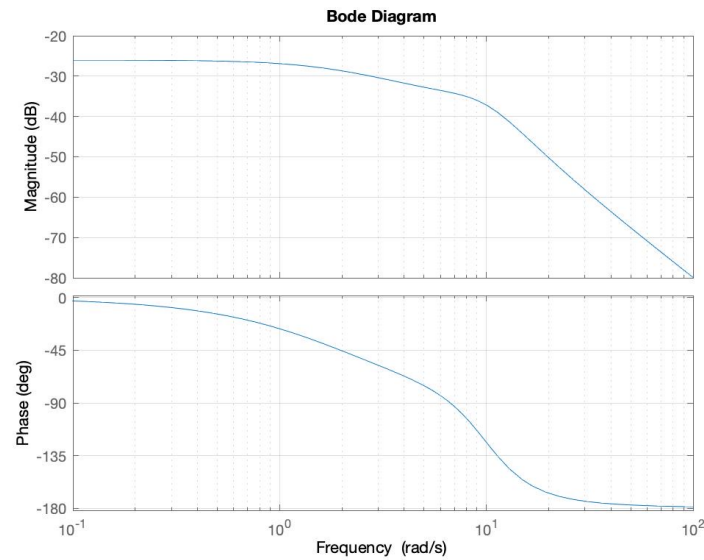
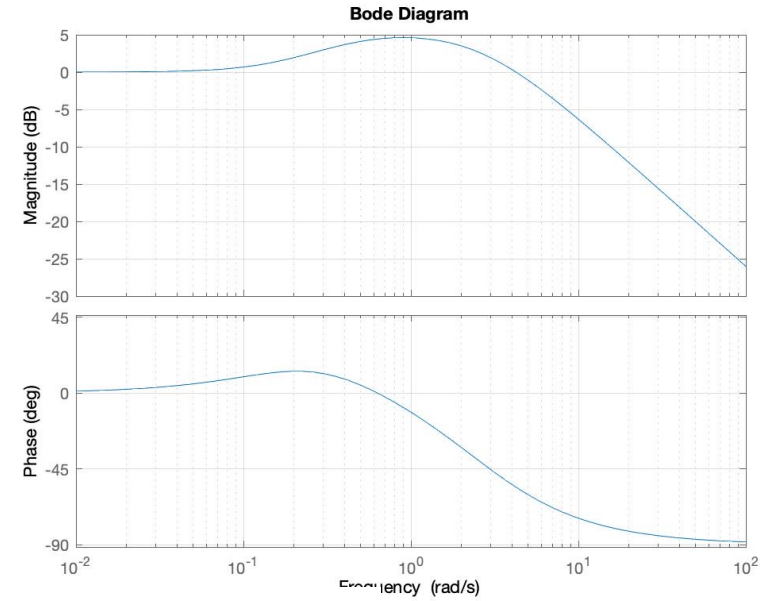
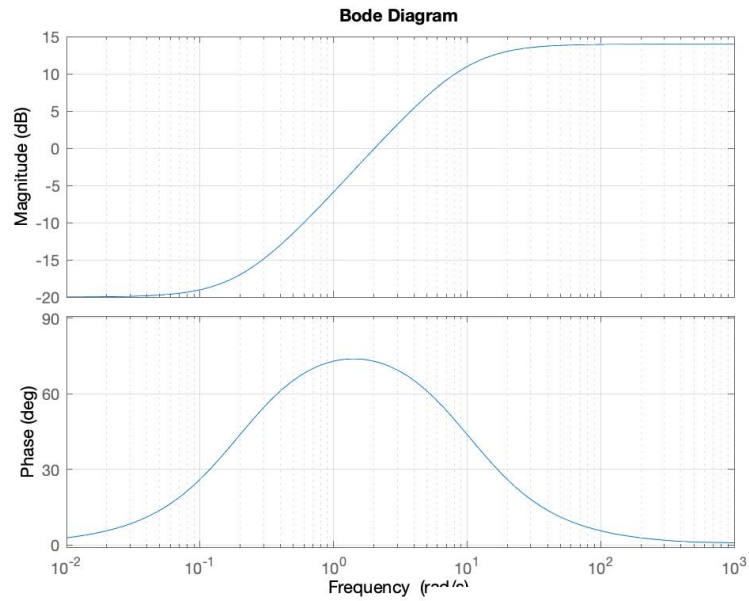


## Exercício # 8

---

Trata-se de um exercício de modelagem não possuindo, portanto, resposta única. Mas o estudante deve usar as informações do gráfico para conceber seu modelo usando as equações teóricas de sistemas térmicos vistas nas aulas de modelagem.

# Exercício # 9



## Exercício # 10

---

Use a expressão da F.T. abaixo com  $s = i\omega$  para determinar as expressões solicitadas no exercício

$$\frac{X}{Y}(s) = \frac{600}{s^2 + 10s + 600}$$

## Exercício # 11

---

$$\frac{\Omega_2}{T_1}(s) = \frac{40}{0,4s^2 + 2s + 1}$$

Para determinar a resposta inicialmente determinamos a Transformada de Laplace da entrada

$$T_1(s) = \frac{4}{s} + \frac{3}{s^2 + 2,25} + \frac{1,8}{s^2 + 4}$$

Em seguida usamos  $\Omega_2(s) = T_1(s)H(s)$  e calculamos  $\Omega_2(s)$

$$\Omega_2(s) = \frac{4}{s} \left( \frac{40}{0,4s^2 + 2s + 1} \right) + \frac{3}{s^2 + 2,25} \left( \frac{40}{0,4s^2 + 2s + 1} \right) + \frac{1,8}{s^2 + 4} \left( \frac{40}{0,4s^2 + 2s + 1} \right)$$

e, na sequência tomamos a transformada inversa de Laplace de cada termo !

## Exercício # 2

---

(a)

$$\begin{aligned}M_1 \ddot{x}_1 + B_1 \dot{x}_1 + K x_1 - K x_2 &= B_2 \dot{x}_i \\M_2 \ddot{x}_2 + B_2 \dot{x}_2 + K x_2 - K x_1 &= f_i\end{aligned}$$

(b)

$$\frac{X_1(s)}{X_i(s)} = \frac{B_1 M_2 s^2 + B_1 B_2 s + B_1 K}{M_1 M_2 s^3 + (M_1 B_2 + M_2 B_1) s^2 + (B_1 B_2 + M_1 K + M_2 K) s + B_1 K + B_2 K}$$

$$\frac{X_2(s)}{X_i(s)} = \frac{B_1 K}{M_1 M_2 s^3 + (M_1 B_2 + M_2 B_1) s^2 + (B_1 B_2 + M_1 K + M_2 K) s + B_1 K + B_2 K}$$

(c)

$$\frac{F_0(s)}{F_i(s)} = \frac{M_1 K s}{M_1 M_2 s^3 + M_1 B_2 s^2 + (M_1 K + M_2 K) s + B_2 K}$$

## Exercício # 3

---

(1)

$$k_{eq} = \frac{k_2 k_3 k_4 k_5 + 2k_1 k_3 k_4 k_5 + k_1 k_2 k_4 k_5 + 2k_1 k_2 k_3 k_5}{k_2 k_3 k_4 + k_2 k_3 k_5 + 2k_1 k_3 k_4 + 2k_1 k_3 k_5 + k_1 k_2 k_4 + k_1 k_2 k_5 + 2k_1 k_2 k_3}$$

(2)

$$k_{eq} = k_{t1} + k_{t2} + k_1 l_1^2 + k_2 l_1^2 + k_3 l_2^2$$

(3)

$$k_{eq} = k_4 + \left( \frac{k_1 k_2 k_3}{k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3} \right) + R^2 (k_5 + k_6)$$

(4)

$$k_{eq} = \frac{(l_1 + l_2)^2 k_1 k_2}{l_1^2 k_1 + l_2^2 k_2}$$

## Exercício # 3

---

$$(5) \quad k_{eq} = k \left( \frac{4a^2 - b^2}{b^2} \right)$$

usando a aproximação:

$$(1 + \theta)^{1/2} \simeq 1 + \frac{\theta}{2}$$

(6)

$$k_{eq} = k$$

(7)

$$k_{eq} = \frac{mgl}{2} - \frac{k_1 l^2}{16} - k_2 l^2$$

(8)

$$k_{eq} = 2r^2 \text{ A}$$

---

# FINIM

## Bom Estudo !

