GABARITO

1. Wilson-Sommerfeld: $\oint p_\theta \, d\theta = 2\pi M = nh$ ou $\underline{M = n\hbar}$,

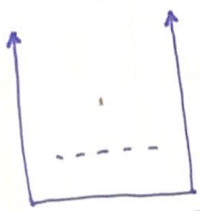
onde M é o momento angular; a energia é $E = \frac{M^2}{2I}$,

onde I é o momento de inércia $I = \mu r_0^2$ e

μ a massa reduzida. Então:

a) $\underline{E_n = \frac{n^2\hbar^2}{2\mu r_0^2}}$ e b) se $n=2 \to n=1$ então $\underline{\Delta M = \hbar}$

2.



$-a$ $\qquad$ a

Como resolvido nas notas de aulas, mas notando a condição de contorno $\psi(a) = 0$ e $\psi(-a) = 0$ a solução é

$\psi_n(x) = A\cos\left(\frac{n\pi x}{2a}\right)$, se n ímpar

$\psi_n(x) = B\,\text{sen}\left(\frac{n\pi x}{2a}\right)$ se n par, e a

energia é dada por $\boxed{E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{8ma^2}}$

b) Normalizando obtemos para o estado fundamental ($n=1$)

$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}\cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right)$. Então

$$\langle x \rangle = \frac{1}{a}\int_{-a}^{+a} x\cos^2\left(\frac{\pi x}{2a}\right)dx = 0$$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{a}\int_{-a}^{+a} x^2\cos^2\left(\frac{\pi x}{2a}\right)dx = \frac{1}{a}\left[\frac{1}{2}\int_{-a}^{+a} x^2 dx + \frac{1}{2}\int_{-a}^{+a} x^2\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)dx\right.$$

onde usamos $\cos^2 A = \frac{1}{2}(1+\cos 2A)$; integrando por partes vem que

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{a}\left[\frac{a^3}{3} - \frac{a}{\pi}\left(\frac{2a^2}{\pi}\right)\right] = a^2\left[\frac{1}{3} - \frac{2}{\pi^2}\right].$$

Adicionalmente,

$$\langle p \rangle = 0 \quad e \quad \langle p^2 \rangle = \frac{1}{a}\hbar^2\frac{\pi^2}{4a^2}\underbrace{\int_{-a}^{+a}\cos^2\frac{\pi x}{2a}\,dx}_{a} = \frac{\pi^2\hbar^2}{4a^2}$$

ou mais simples $\langle T \rangle = E \Rightarrow$

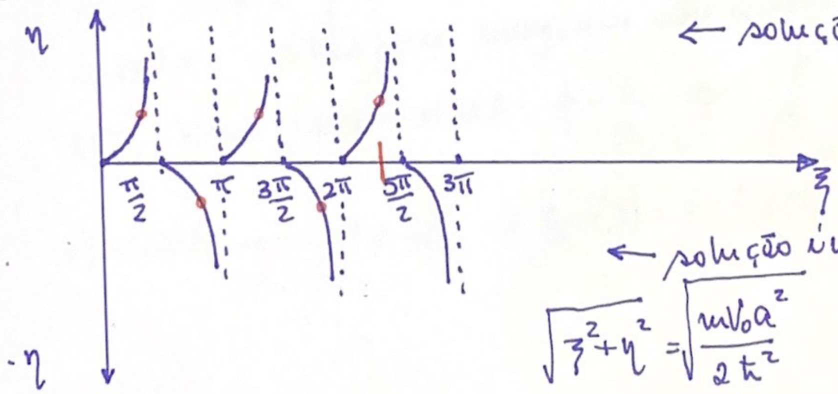
$$\left\langle \frac{p^2}{2m}\right\rangle = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{8ma^2} \Rightarrow \langle p^2 \rangle = \frac{\pi^2\hbar^2}{4a^2}$$ para o estado fundamental

Daí, $$\Delta p.\Delta x = \frac{\pi\hbar}{2a}.\,a\left[\frac{1}{3}-\frac{2}{\pi^2}\right]^{1/2} = \frac{\pi\hbar}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{\pi^2}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{\Delta p.\Delta x = \frac{\hbar}{2}\left[\frac{\pi^2}{3}-2\right]^{1/2}}$$

OBS: No caso geral $$\Delta p.\Delta x = \frac{\hbar}{2}\left[\frac{n^2\pi^2}{3}-2\right]^{1/2}$$

3. Para o poço finito a solução é dada por



$$\sqrt{\xi^2+\eta^2} = \sqrt{\frac{mV_0a^2}{2\hbar^2}}$$

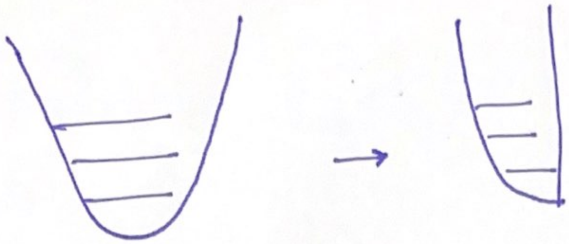
$\Rightarrow$ 5 estados ligados, sendo 3 pares e 2 ímpares

b) Se $V_0a^2 \to 0$ haverá apenas um estado ligado e este é par.

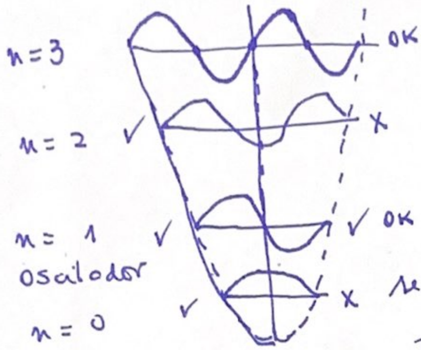
Se $V_0a^2 \to \infty$ as soluções ocorrerão nas assíntotas onde teremos $\xi = \frac{n\pi}{2}$ com n ímpar (sol. pares) e n par (sol. ímpar)

e daí $$\boxed{E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}}$$

4.



nesse caso $\psi(0) = 0$ e só as soluções ímpares do osc. harm. satisfazem



$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$

$n' = 2n+1$

$\frac{3}{2}\hbar\omega$

$\frac{7}{2}\hbar\omega$

$\vdots$

$\Rightarrow \boxed{E_n = (2n + \frac{3}{2})\hbar\omega}$, $n = 0, 1, \dots$

5. É o que v. entende, portanto varia para cada aluno.
Aqui vale a pena recordar algumas possibilidades:

a) Bohr → e^- não perde energia → não colapsa no núcleo

b) De Broglie/Sommerfeld: $p = \frac{h}{\lambda}$ $\Rightarrow$  $2\pi r = n\lambda$

c) Schrödinger: $H \neq H(t) \Rightarrow \Psi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r})\chi(t) \Rightarrow \underline{P(\vec{r},t) = P(\vec{r})}$