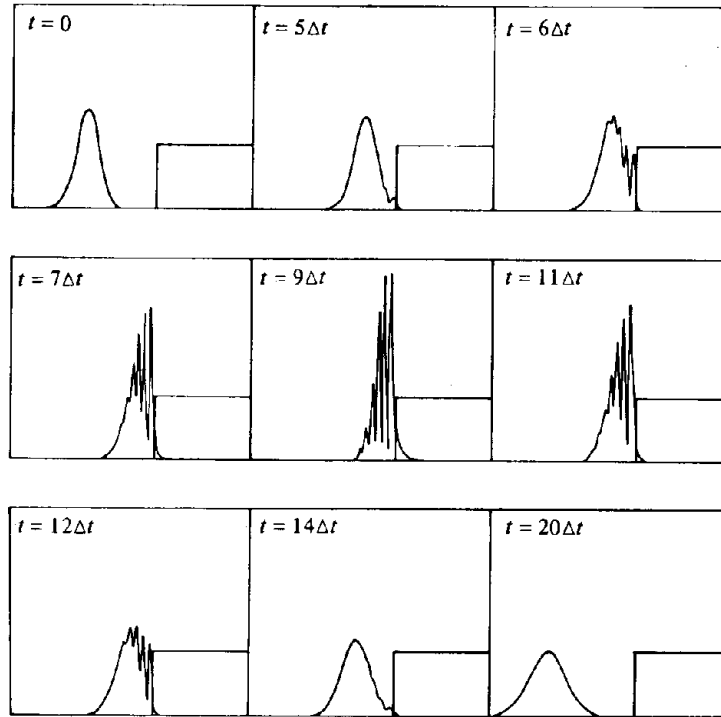


## 4300375 – Física Moderna 1 – Lista 4

### Questões do Eisberg [1]

1. Podem existir soluções com  $E < 0$  para a equação de Schrödinger independente do tempo para o potencial nulo?
2. Sob que circunstâncias uma função potencial descontínua é uma aproximação razoável para um sistema real?
3. Se combinarmos duas ondas (de mesmos  $\lambda$  e  $\omega$ ) que se propagam em sentidos opostos com a mesma amplitude, obtemos uma onda estacionária. Que tipo de onda obtemos se as amplitudes não forem iguais?
4. Se uma função potencial tiver uma descontinuidade em um certo ponto, suas autofunções vão ter descontinuidades neste ponto? Se não, por quê?
5. Como pode ocorrer que um fluxo de probabilidade se divida em uma descontinuidade do potencial, embora a partícula associada não esteja dividida?
6. O que significa exatamente afirmar que o coeficiente de reflexão é 1 para uma partícula incidindo sobre um potencial degrau com energia total menor do que a altura do degrau? O que significa exatamente afirmar que o coeficiente de reflexão é menor do que 1 se a energia total for maior do que a altura do degrau? O coeficiente de reflexão pode alguma vez ser maior do que 1?
7. O que você imagina que seja a causa das oscilações rápidas na função de onda do grupo de onda da figura 6-8 [1] (veja abaixo) quando ela se reflete no degrau de potencial ?
8. Qual a falácia existente na afirmação: "Como não podemos detectar a penetração de uma barreira por uma partícula, não tem sentido afirmarmos que o processo ocorre na realidade"?
9. Uma partícula incide sobre uma barreira de potencial, com energia total menor do que a altura da barreira, e é refletida. A reflexão envolve apenas a primeira descontinuidade de potencial? Se a outra descontinuidade fosse retirada, de forma que a barreira se transformasse em um degrau, o coeficiente de reflexão mudaria?
10. Existe alguma consequência *mensurável* da penetração em uma região classicamente proibida que seja de comprimento infinito? Considere uma partícula ligada em um poço de potencial quadrado finito.
11. [1] R. Eisberg e R. Resnick, *Física Quântica*, Ed. Campus, Ltda., RJ, 1979.



**FIGURA 6-8.** Um degrau de potencial, e a densidade de probabilidade  $\Psi^*\Psi$ , para uma função de onda de um grupo de ondas que descreve uma partícula incidindo sobre o degrau com energia total menor do que a altura do potencial. À medida que o tempo passa, o grupo se move até o degrau, penetra ligeiramente na região classicamente proibida, e é então totalmente refletido pelo degrau. As complicações no tratamento matemático utilizando um grupo são indicadas pelas complicações de sua estrutura durante a reflexão.

1. Mostre com argumentos qualitativos que um poço de potencial quadrado finito unidimensional sempre tem um autovalor ligado, não importando quão rasa seja a região de ligação. Como seria a autofunção se a região de ligação fosse muito rasa?
2. Por que os poços quadrados finitos têm apenas um número finito de autovalores ligados? Quais são as características dos autovalores não ligados?
3. Por que as autofunções e os autovalores mais baixos de um poço quadrado infinito nos dão a melhor aproximação para os autovalores e autofunções correspondentes de um poço quadrado finito?
4. No estado  $n = 3$ , a função densidade de probabilidade para uma partícula em uma caixa é zero em duas posições entre as paredes da caixa. Como é que a partícula pode então cruzar estes pontos?
5. Explique em termos mais simples possíveis a relação entre a energia de ponto zero e o princípio da incerteza.
6. Se as autofunções de um potencial têm paridades definidas, a de menor energia tem sempre paridade positiva. Explique por quê.
7. Existem estados não ligados para um potencial de oscilador harmônico simples? Quantos estados ligados existem? Quão realístico é esse potencial?

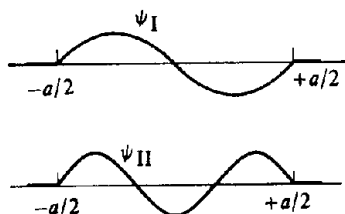
8. Explique todos os aspectos do comportamento das densidades de probabilidade da tabela 6-2 [1] (veja a última página); em particular, explique a densidade de probabilidade para a barreira de potencial com energia acima do topo.

## Problemas

1. Um próton e um dêuteron (uma partícula com a mesma carga que o próton, mas com a massa duas vezes maior) tentam penetrar em uma barreira de potencial retangular de altura 10 MeV e largura  $10^{-14}$  m. As duas partículas têm energias totais de 3 MeV. (a) Use argumentos qualitativos para prever qual das partículas tem a maior probabilidade de consegui-lo, (b) Calcule quantitativamente a probabilidade de sucesso para cada uma das partículas.

2. Uma reação de fusão importante na produção de energia solar envolve a captura de um próton por um núcleo de carbono, que tem a carga seis vezes maior do que a carga do próton e um raio  $r' \cong 2 \times 10^{-15}$  m. (a) Faça uma estimativa do potencial coulombiano  $V$  que atua sobre o próton se ele estiver na superfície nuclear. (b) O próton incide sobre o núcleo devido a seu movimento térmico. Podemos realisticamente supor que sua energia total não seja muito maior do que  $10 kT$ , onde  $k$  é a constante de Boltzmann e  $T$  é a temperatura interna do sol, que é aproximadamente  $10^7$  K. Faça uma estimativa de sua energia total, e compare-a com a altura da barreira coulombiana. (c) Calcule a probabilidade de que o próton possa penetrar em uma barreira de potencial retangular de altura  $V$  se estendendo de  $r'$  a  $2r'$ , o ponto no qual a barreira de potencial coulombiana cai a  $V/2$ . (d) A penetração da barreira de potencial coulombiana real é maior ou menor do que a da barreira de potencial retangular da parte (c)?

3. Duas autofunções possíveis de uma partícula movendo-se livremente em uma região de comprimento  $a$ , mas estritamente limitada a esta região, estão mostradas na figura abaixo. Quando a partícula está no estado correspondente à autofunção  $\psi_I$ , sua energia total é 4 eV. (a) Qual é sua energia total no estado correspondendo a  $\psi_{II}$ ? (b) Qual é a menor energia total possível que a partícula pode ter neste sistema?



4. Para uma partícula em uma caixa, mostre que a diferença fracional de energia entre autovalores adjacentes é

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{2n+1}{n^2}$$

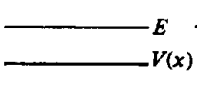
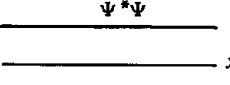
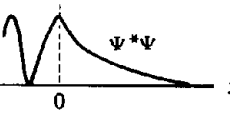
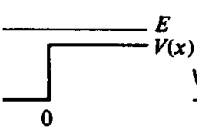
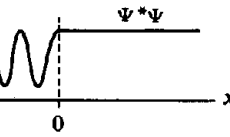
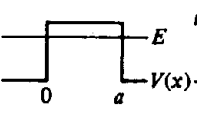
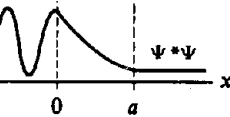
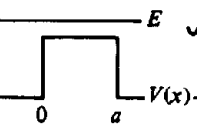
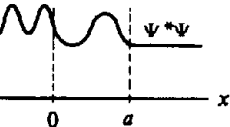
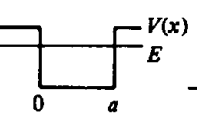
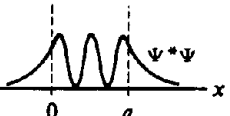
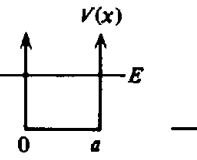
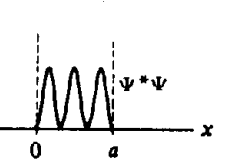
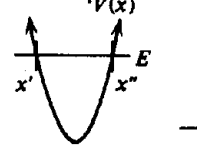
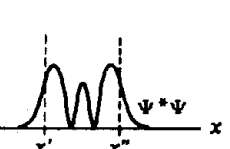
5. Use esta fórmula para discutir o limite clássico do sistema.
6. Aplique a condição de normalização para mostrar que o valor da constante multiplicativa para a autofunção com  $n = 3$  do poço de potencial quadrado infinito,

$$\psi_n(x) = B_n \cos(k_n x), \text{ onde } k_n = \frac{n\pi}{a} \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

$$\text{é } B_3 = (2/a)^{1/2}.$$

7. Use a autofunção do problema 5 para calcular os seguintes valores esperados, e faça um comentário sobre cada resultado: (a)  $\bar{x}$ , (b)  $\bar{p}$ , (c)  $\overline{x^2}$ , e (d)  $\overline{p^2}$ .
8. Use os resultados do problema 6 para calcular o produto da incerteza na posição pela incerteza no momento, para uma partícula no estado  $n = 3$  de um poço de potencial quadrado infinito e comente algo a respeito do tamanho relativo dos produtos das incertezas.

**TABELA 6-2.** Um Resumo dos Sistemas Estudados no Capítulo 6.

| Nome do Sistema                                | Exemplo Físico                                              | Energias Total e Potencial                                                          | Densidade de Probabilidade                                                           | Característica Significativa                     |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| Potencial nulo                                 | Próton em um feixe de um cíclotron                          |    |    | Resultados usados para outros sistemas           |
| Potencial degrau (energia abaixo do topo)      | Elétron de condução próximo à superfície do metal           |    |    | Penetração na região proibida                    |
| Potencial degrau (energia acima do topo)       | Nêutron tentando escapar de um núcleo                       |    |    | Reflexão parcial na descontinuidade do potencial |
| Barreira de potencial (energia abaixo do topo) | Partícula α tentando escapar de barreira coulombiana        |   |   | Efeito túnel                                     |
| Barreira de potencial (energia acima do topo)  | Espalhamento de elétrons por átomos negativamente ionizados |  |  | Nenhuma reflexão em certas energias              |
| Poço de potencial quadrado finito              | Nêutron num estado ligado no núcleo                         |  |  | Quantização da energia                           |
| Poço de potencial quadrado infinito            | Molécula estritamente confinada a uma caixa                 |  |  | Aproximação para um poço de potencial finito     |
| Potencial do oscilador harmônico simples       | Átomo de uma molécula diatômica vibrando                    |  |  | Energia de ponto zero                            |