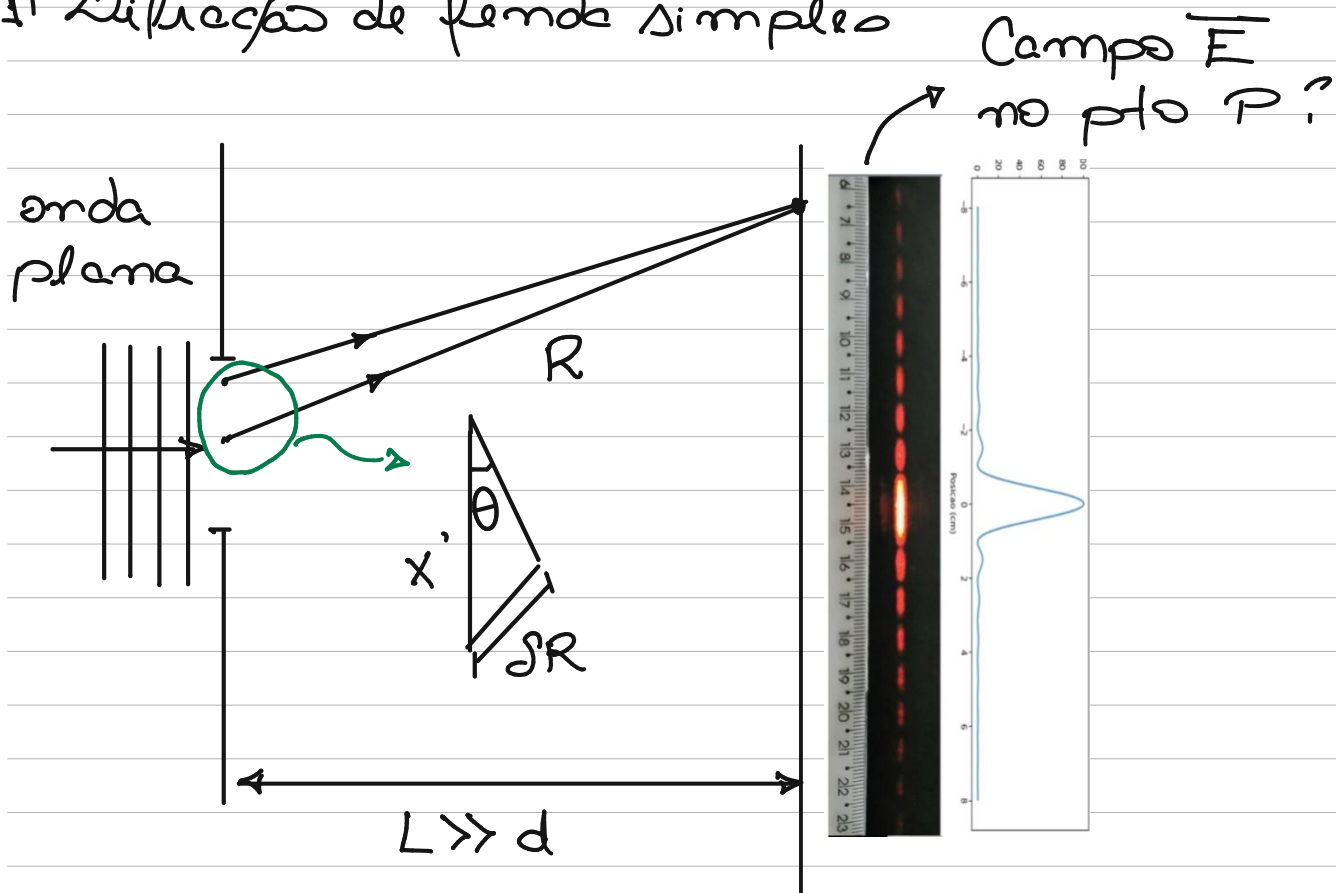


Física Experimental IV

→ Óptica ondulatória

1) Difração de fenda simples



Campo \vec{E} no pto P?

d : largura da fenda

SR : dif. de caminho $SR = x' \sin \theta$

Campo \vec{E} produzido em x' no pto P:

$$\vec{E}(x', P) = \frac{\vec{E}_0}{R} e^{iKR - i\omega t} e^{-iKSR}$$

→ Integre a contribuição de todas as fontes pontuais na fenda:

$$\vec{E}(P) = \frac{\vec{E}_0}{R} e^{iKR - i\omega t} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-iKx' \sin \theta} dx'$$

$$= \frac{\vec{E}_0}{R} e^{iKR - i\omega t} \cdot \frac{\sin \beta}{\beta}; \quad \beta = K \frac{d}{2} \sin \theta$$

$$\beta = Kx \cdot \frac{d}{2}$$

Intensidade $I \propto |\vec{E}|^2$:

fechos simples $I(P) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$; $\beta = kx \frac{d}{2}$

mínimos: $\beta = m\pi$, $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{2} \sin \theta = m\pi$$

$$d \sin \theta = m\lambda$$

1º mín: $d \sin \theta_1 = \lambda$

$$\frac{d}{\sqrt{y_1^2 + L^2}} \approx \frac{dy_1}{L} = \lambda \rightarrow y_1 = \frac{\lambda L}{d}$$

2º mín: $d \sin \theta_2 = 2\lambda$

$$\frac{dy_2}{L} = 2\lambda \rightarrow y_2 = \frac{2\lambda L}{d}$$

dif. entre 2 mín. consecutivos: $\Delta y = \frac{\lambda L}{d}$

Consideração:

(1) λ e muito pouco $\rightarrow \Delta y$ e pouco

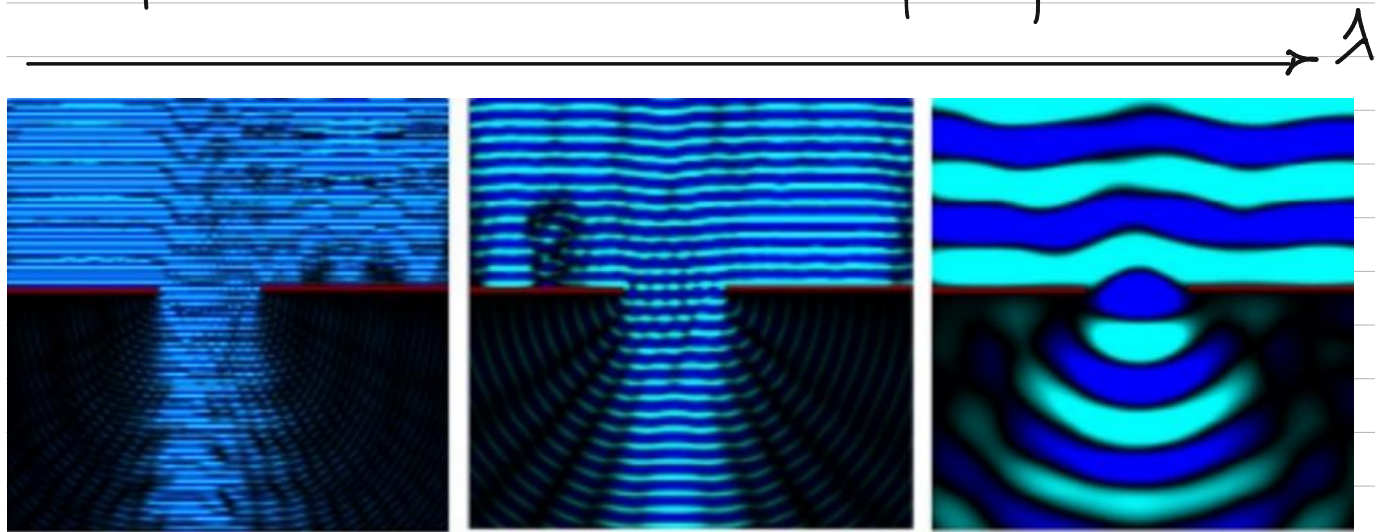
difícil de identificar
o padrão de difração

(2) λ e comparável à dimensão de fenda

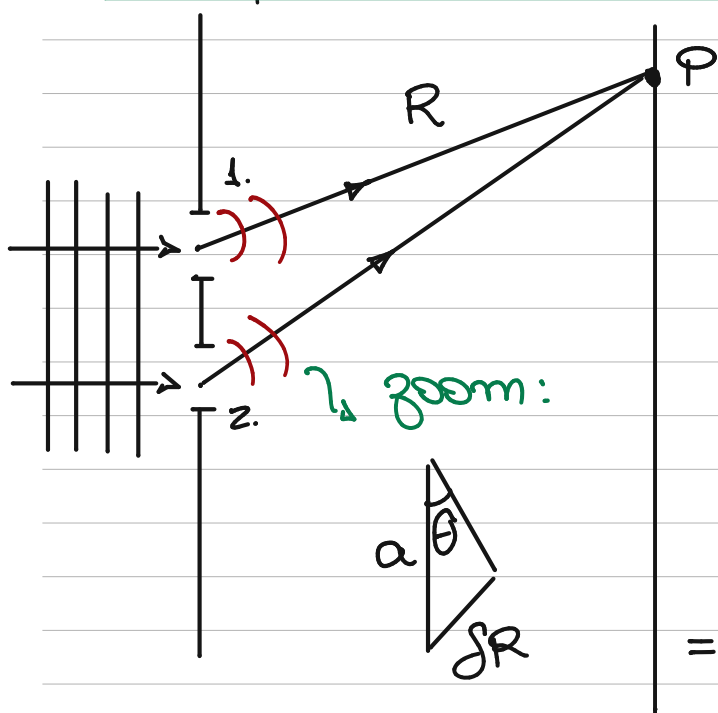
$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d} \rightarrow \Delta y \text{ é grande}$$

2, distribuição contínua de intensidade no ecrã

- perda de visibilidade das franjas



2. Interferência de duas fendas



2 fendas ideais

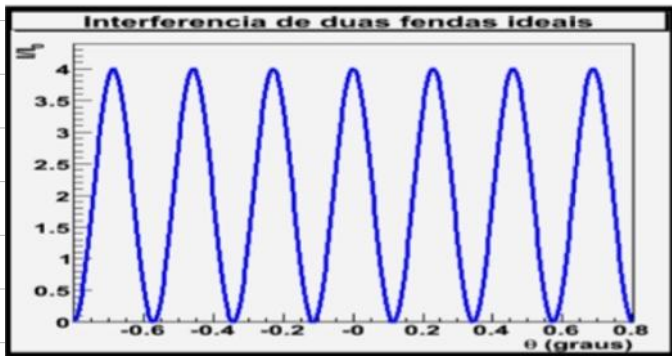
$$\begin{aligned} \vec{E}(P) &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ &= \frac{E_0}{R} e^{iKR - \omega t} \\ &\quad + \frac{E_0}{R} e^{iKR - \omega t + KsR} \\ &= \frac{E_0}{R} e^{iKR - \omega t} (1 + e^{iKsR}) \end{aligned}$$

$$= \frac{E_0}{R} e^{iKR - \omega t} 2e^{iK\frac{sR}{2}} \left(\frac{e^{-iK\frac{sR}{2}} + e^{iK\frac{sR}{2}}}{2} \right)$$

$$= \frac{E_0}{R} e^{iKR - \omega t} 2e^{iK\frac{sR}{2}} \cdot \cos\left(\frac{KsR}{2}\right)$$

Intensidade $I \propto |\vec{E}|^2$:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha ; \quad \alpha = \frac{KdR}{2} = \frac{Ka \Delta \sin \theta}{2}$$



$$I = \frac{4E_0^2}{R}$$

posições dos máx:

$$\alpha = m\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\frac{Ka \Delta \sin \theta}{2} = m\pi \rightarrow \boxed{a \Delta \sin \theta = m\lambda}$$

int. construtiva

posições dos mín:

$$\alpha = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi ; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

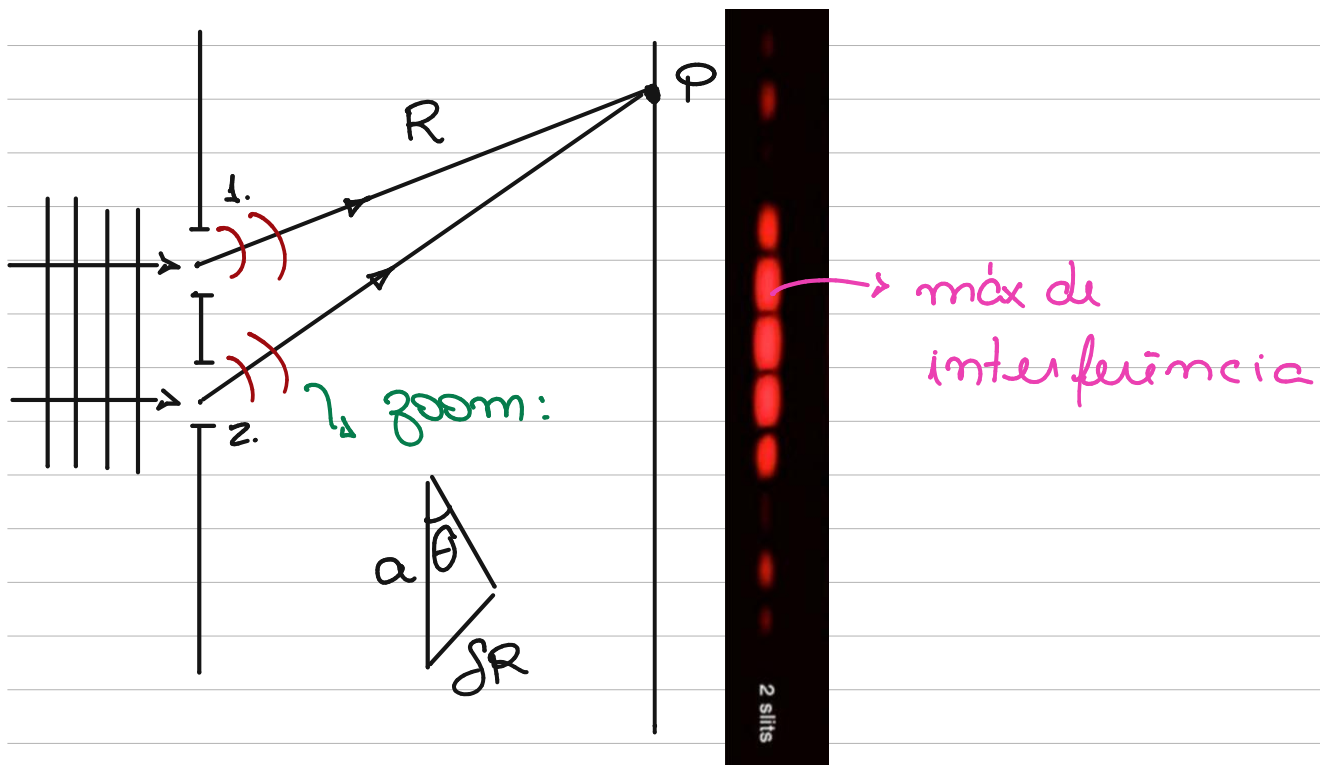
$$\boxed{a \Delta \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda} \quad \text{int. destrutiva}$$

13.1 fenda dupla real \leadsto difração e considerada

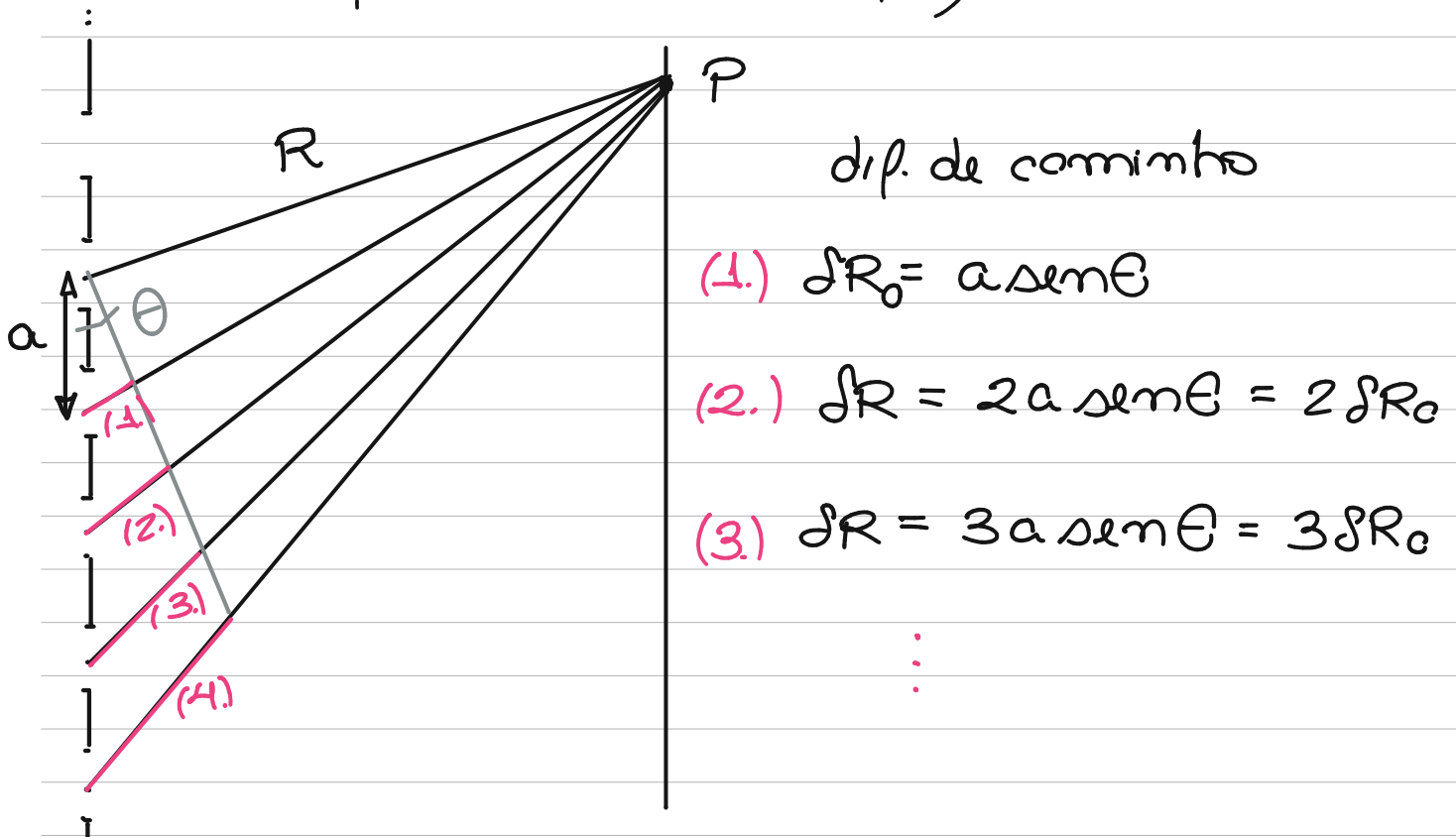
$$I(P) = I_{\text{difração}} \cdot I_{\text{interferência}}$$

$$I(P) = I_0 \left(\frac{\Delta \sin \beta}{\beta}\right)^2 \cdot \cos^2 \alpha \quad \beta = \frac{Kd \Delta \sin \theta}{2}$$

fenda dupla real.



4.1 muitos fendas: Rede de difração



$$\vec{E}(P) = \frac{\vec{E}_0}{R} e^{iKR - \omega t} \left(1 + e^{iK\Delta R_0} + e^{i2K\Delta R_0} + e^{i3K\Delta R_0} + \dots \right)$$

$$= \frac{E_0}{R} e^{iKR - i\omega t} \sum_{n=0}^N e^{inKdRc}$$

$$I(P) = I_0 \left[\frac{\sin(N\alpha)}{\sin\alpha} \right]^2$$

onde $\alpha = \frac{Kd \sin\theta}{2}$

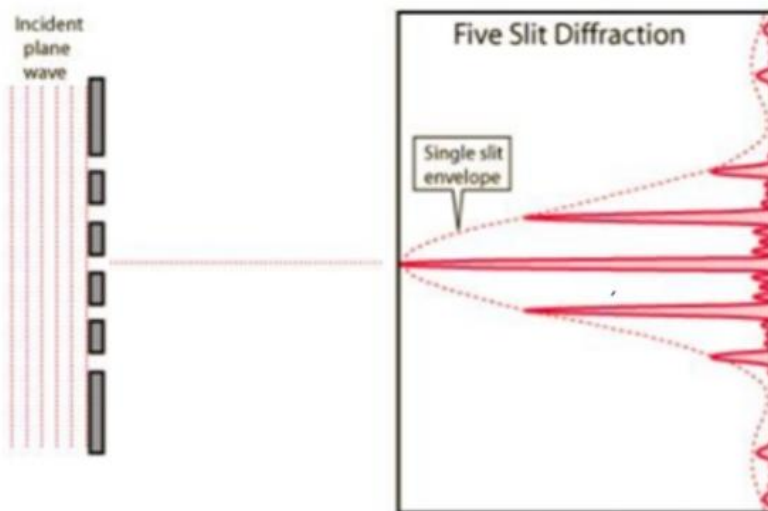
posição dos máx: $\alpha = 2m\pi$, $m = \pm 1, \pm 2, \dots$

$a \sin\theta = m\lambda$ interferência construtiva

↳ mesma cond. de int. construtiva do caso da fenda dupla

→ de ondas difragadas em conta:

$$I(P) = I_0 \left[\frac{\sin(N\alpha)}{\sin\alpha} \right]^2 \cdot \left(\frac{\sin\beta}{\beta} \right)^2 ; \beta = \frac{Kd \sin\theta}{2}$$



* Equivalência entre

- padrão de dif. de Fraunhofer (campo distante)
- transf. de Fourier

Ex. fenda simples:

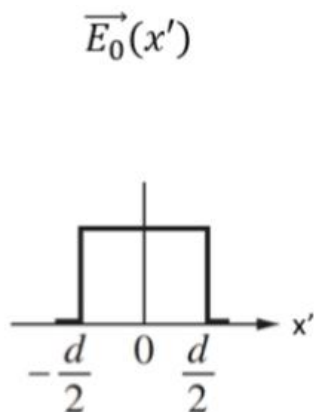
$$\vec{E}(k_x) = \frac{e^{iKR - \omega t}}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(x') e^{iK_x x'} dx'$$



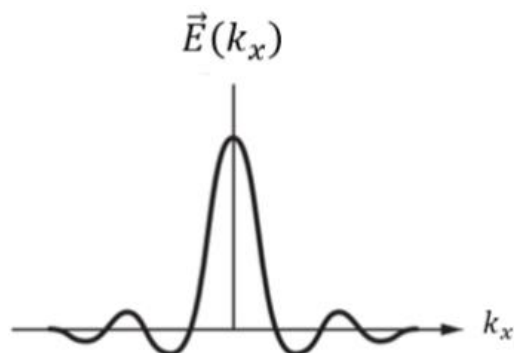
transf. de Fourier 1D

$$f(k_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(x) e^{-iK_x x} dx$$

2. transf. uma função no domínio do espaço p/ uma função no domínio das freq. espaciais



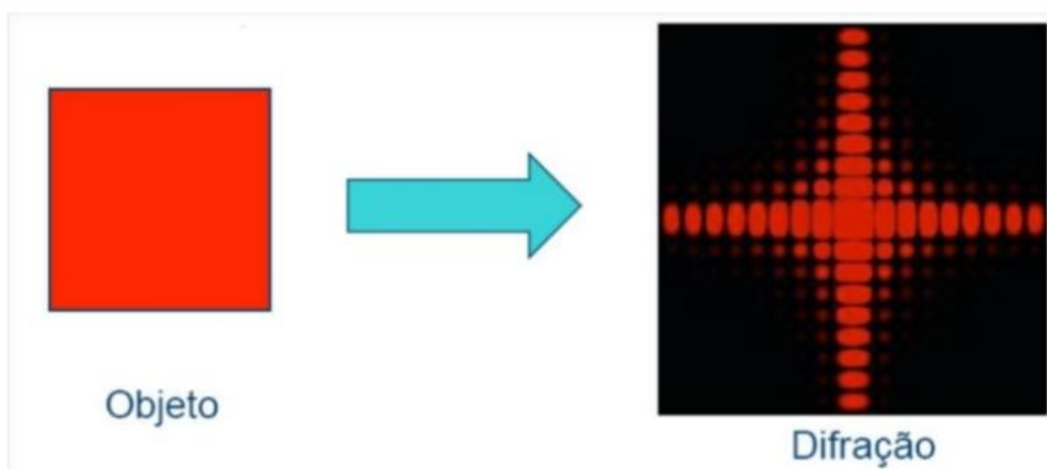
Função da abertura



TF da função da abertura

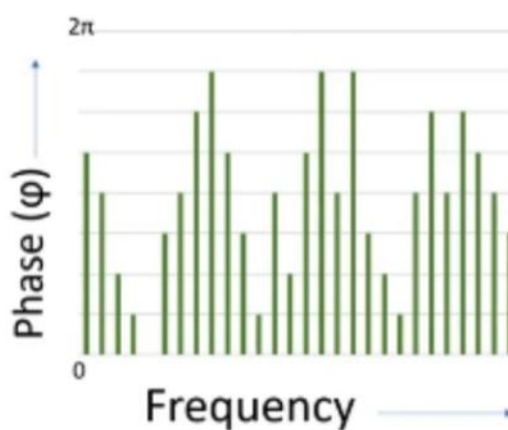
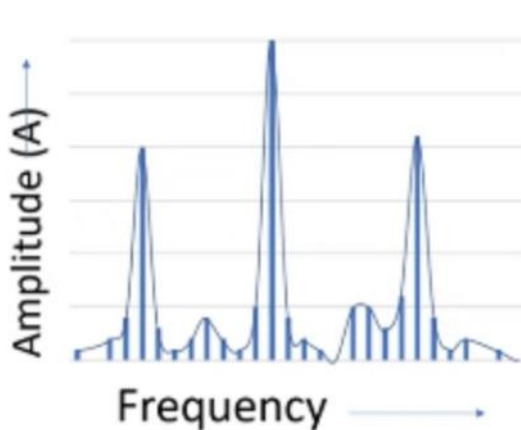
- A figura de difração está relacionada à TF do objeto iluminado

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$



A T.F. permite identificar quais freqs estão presentes em um sinal temporal

Espectro:



T.F.

T.F. inversa

$$y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

?> Continua no slide

4302214 - Física Experimental IV (2022)

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=100499>

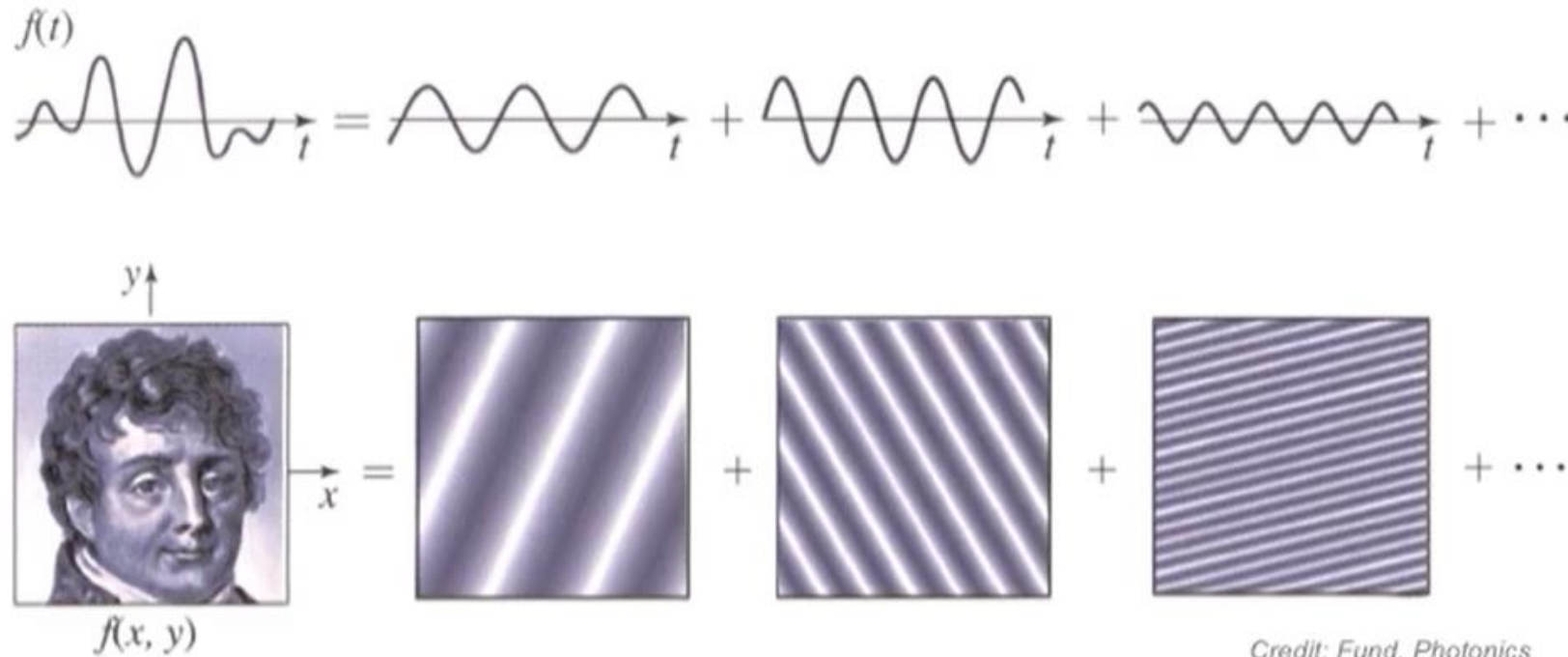
Aula introdutória ao desafio 1

Profa. Nathália Tomazio

nathalia.tomazio@alumni.usp.br

Sala 3027

Transformada de Fourier de imagens



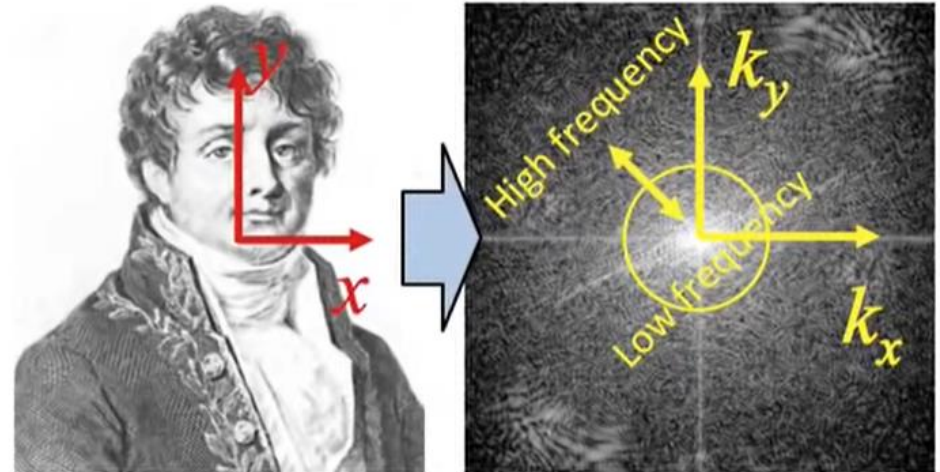
Ex. Algoritmos de compressão de imagem

Transformada de Fourier de imagens



Original Image (real space)

Fourier transform (frequency space)

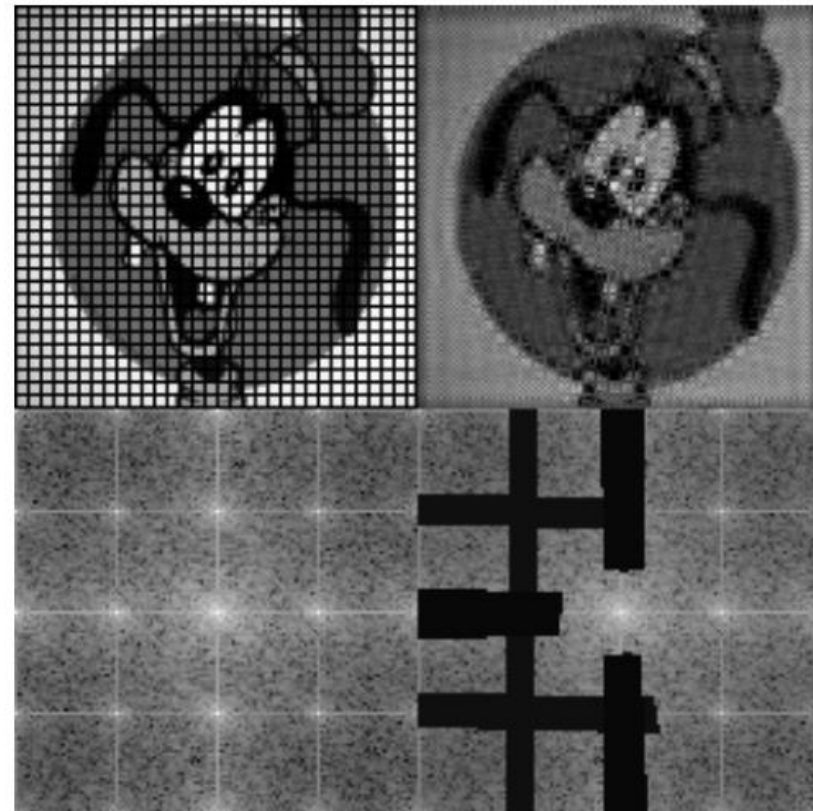


Original Image (real space)

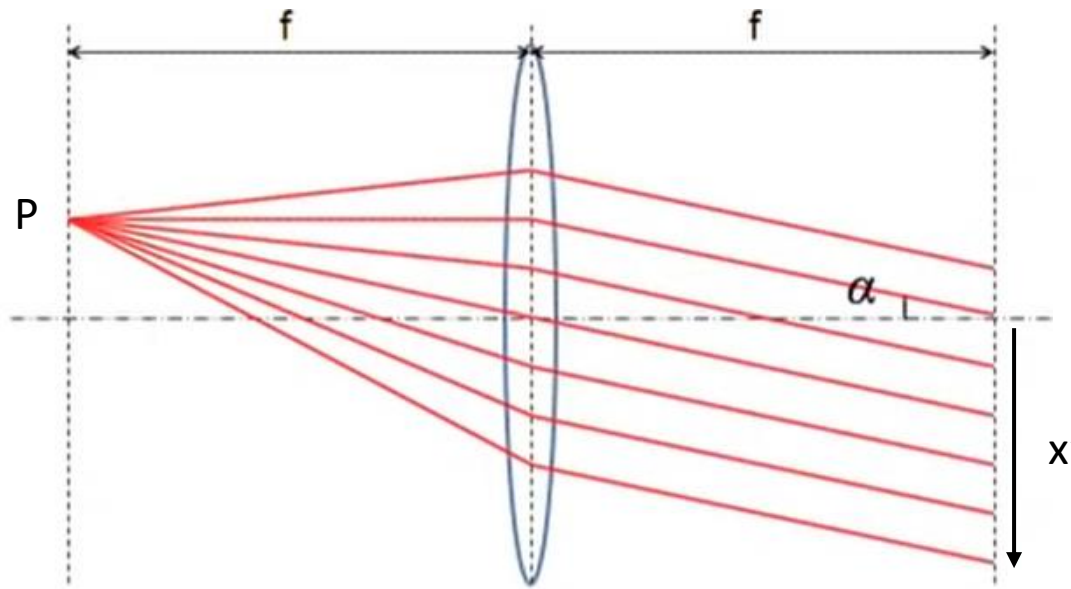
Fourier transform (frequency space)

Transformada de Fourier como ferramenta de edição de imagens

- Filtro para fazer contorno
 - ▶ Removem-se as baixas frequências
- Aumento de contraste
 - ▶ Ampliam-se as altas frequências, que amplificam as bordas
- Remoção de sombras
 - ▶ A sombra possui estrutura muito característica em frequência
- Outros métodos
 - ▶ Por exemplo, remoção de uma estrutura espúria



Lentes e Transformadas de Fourier

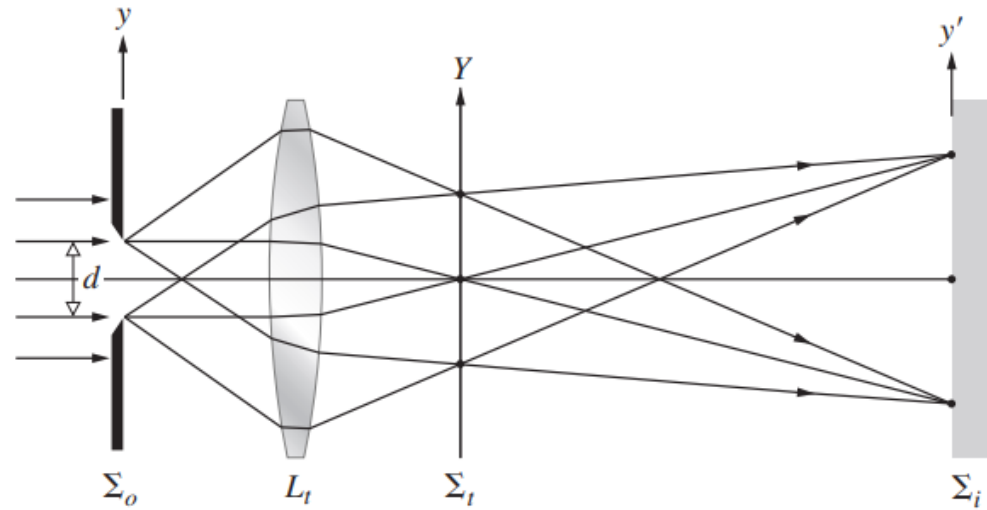


Campo elétrico no ponto P (plano focal):

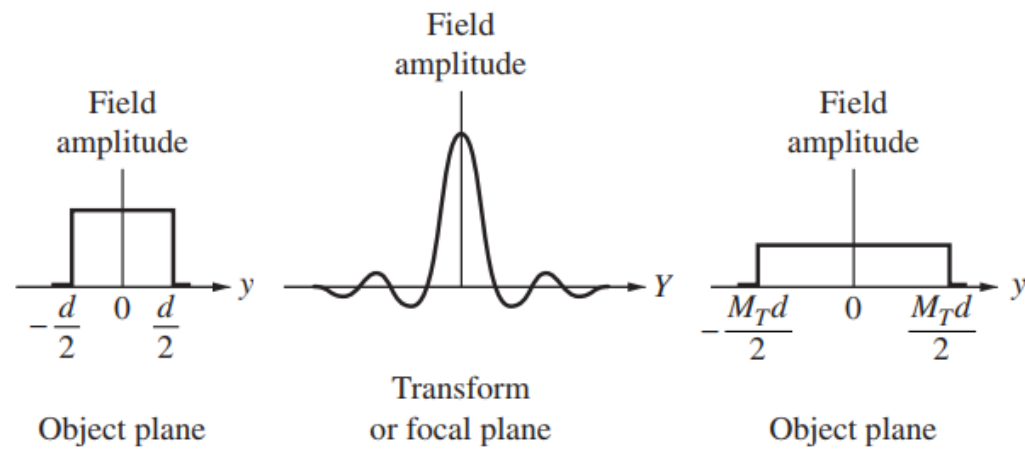
$$\vec{E}(P) \equiv \vec{E}(k_x) = \frac{e^{i(kR - \omega t)}}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_0(x') e^{-ik_x x'} dx'$$

A lente produz a Tranf. de Fourier de um objeto no plano focal!

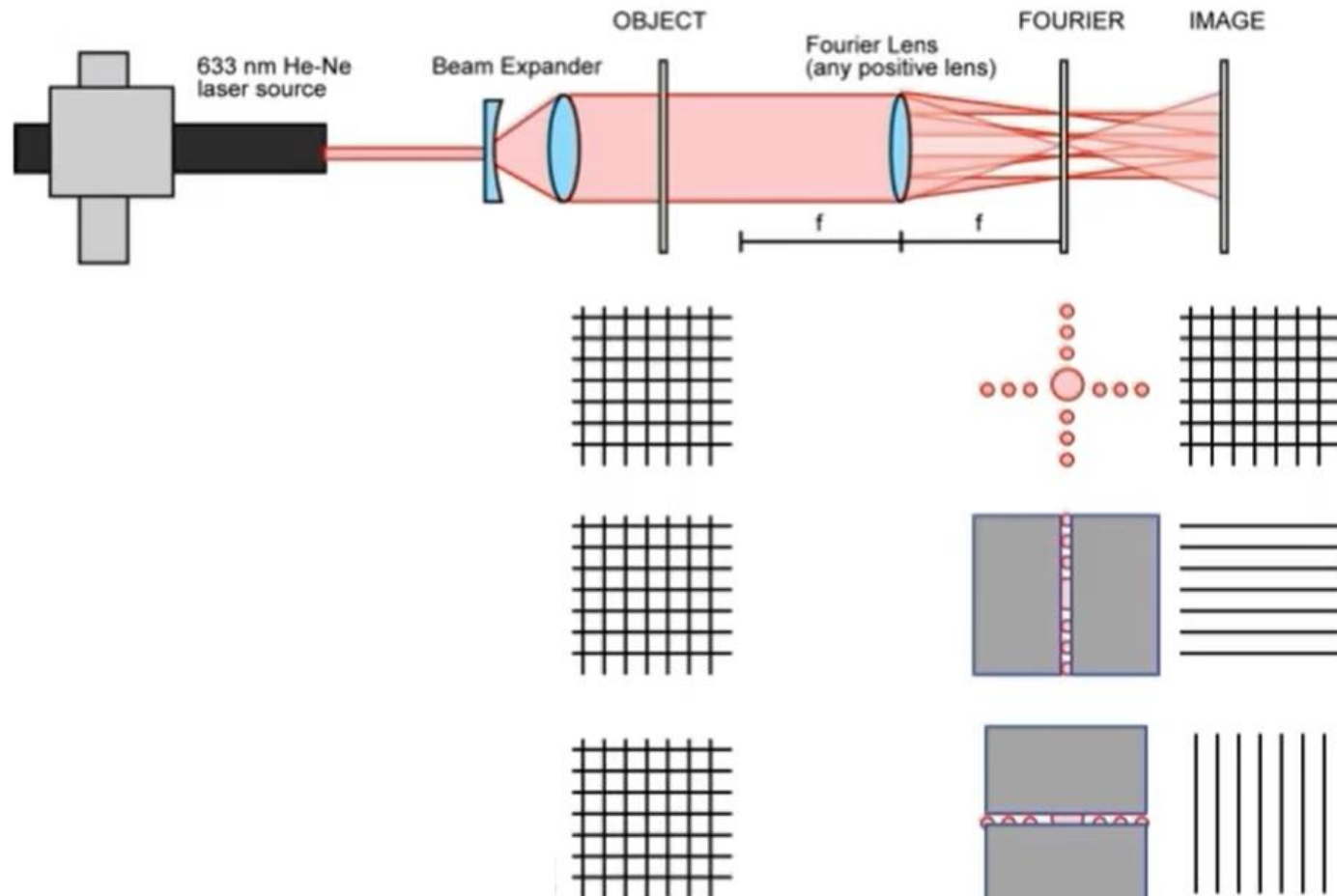
Lente e fenda simples



Fraunhofer pattern

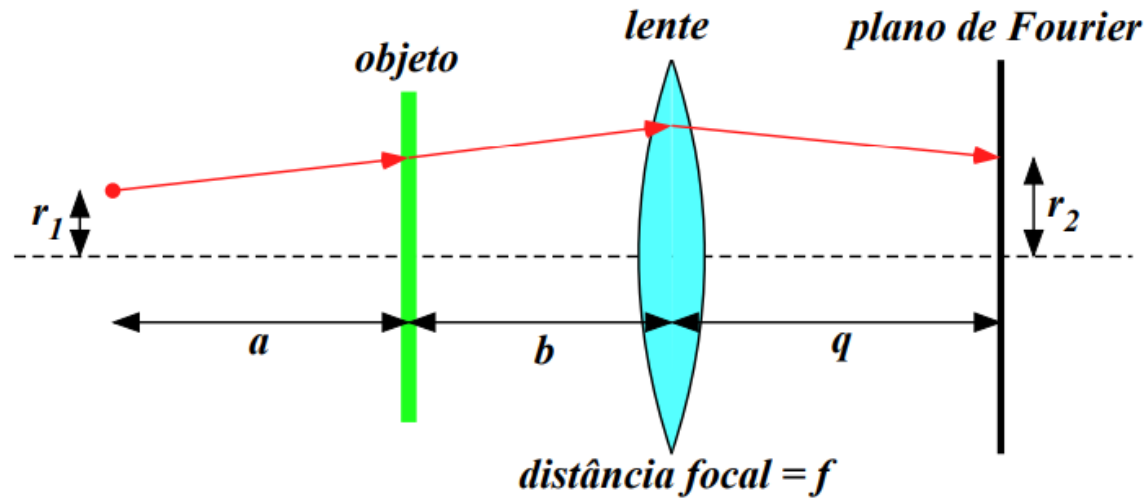


Atividade passada: Computador óptico



Situação geral: raios de luz não necessariamente paralelos

- Iluminando o objeto com uma fonte pontual numa posição qualquer

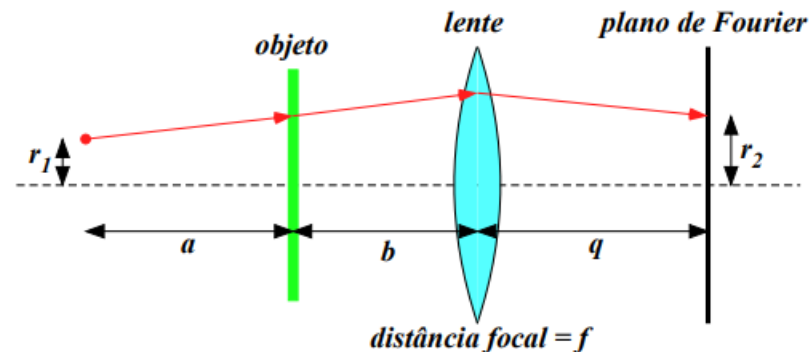


Situação geral: raios de luz não necessariamente paralelos

- Se calcularmos a matriz de transferência dessa situação (deduzam), vamos obter:

$$r_2 = \left(1 - \frac{q}{f}\right) r_1 + \left(a + b - \frac{aq}{f} - \frac{bq}{f} + q\right) \varphi_1 + \left(b + q - \frac{bq}{f}\right) \frac{m\lambda}{d}$$

$$\varphi_2 = -\frac{1}{f} r_1 + \left(-\frac{a}{f} - \frac{b}{f} + 1\right) \varphi_1 + \left(1 - \frac{b}{f}\right) \frac{m\lambda}{d}$$



Situação geral: raios de luz não necessariamente paralelos

$$r_2 = \left(1 - \frac{q}{f}\right) r_1 + \left(a + b - \frac{aq}{f} - \frac{bq}{f} + q\right) \varphi_1 + \left(b + q - \frac{bq}{f}\right) \frac{m\lambda}{d}$$

- r_2 deve ser independente de φ_1

$$a + b - \frac{aq}{f} - \frac{bq}{f} + q = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{q} + \frac{1}{a+b}$$

- ▶ O padrão de difração (que é proporcional à transformada de Fourier) deve depender do espaçamento d da rede (ou de uma fenda), mas não da direção dos raios que são emitidos pela fonte, portanto ele deve ser independente de φ_1 .
- Se a fonte está no infinito, ou seja, o objeto é iluminado por uma onda plana, temos:

$$a \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{a+b}\right)_{=0} \quad \Rightarrow \quad q = f$$

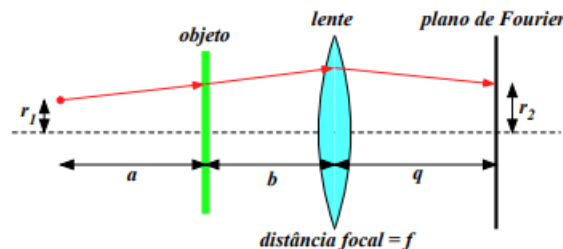
Situação geral: raios de luz não necessariamente paralelos

- A posição do plano de Fourier de uma lente depende tanto da posição da fonte quanto do objeto:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a+b}$$

- Caso a fonte esteja no infinito, (onda plana), o plano de Fourier encontra-se na distância focal da lente e **independe** da posição do objeto, b :

$$q = f$$



Situação geral: raios de luz não necessariamente paralelos

$$r_2 = \left(1 - \frac{q}{f}\right) r_1 + \left(a + b - \frac{aq}{f} - \frac{bq}{f} + q\right) \varphi_1 + \left(b + q - \frac{bq}{f}\right) \frac{m\lambda}{d}$$

- Se a fonte está no eixo óptico ($r_1 = 0$), a posição de convergência dos raios é:

$$r_2 = \left(b + q - \frac{bq}{f}\right) \frac{m\lambda}{d}$$

- Substituindo a expressão para a distância focal temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{q} + \frac{1}{a+b} \Rightarrow r_2 = \left(\frac{qa}{a+b}\right) \frac{m\lambda}{d}$$

- Se o objeto está na distância focal, $b = f$:

$$r_2 = f \frac{m\lambda}{d}$$

Desafio

Atividade 4 - DESAFIO: Determinação das dimensões de objetos a partir da análise da figura no plano de Fourier

Atividade 4 – Desafio

Nessas duas semanas, estamos propondo o desafio do experimento 2. Trata-se de utilizar os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores para determinar as dimensões típicas de dois objetos fornecidos, a partir da análise da figura no plano de Fourier. Sugere-se utilizar um feixe paralelo. O aumento do diâmetro do feixe e a distância focal da lente para a transformada de Fourier devem ser definidos de acordo com as características dos objetos.

- a) Rede composta por um tecido. Determinar o número de fios por cm.
- b) Slide de vidro com hemácias. Determinar o diâmetro médio dessas hemácias.

Última atualização: quinta, 28 jul 2022, 11:51