

4302214 - Física Experimental IV (2022)

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=100499>

Aula introdutória à atividade V

Profa. Nathália Tomazio

nathalia.tomazio@alumni.usp.br

Sala 3027

Objetivos gerais da atividade V

- Investigar a natureza ondulatória da luz através do estudo da difração e interferência
- Estudar a difração de objetos bi-dimensionais
- Estudar a difração como uma transformada de Fourier
- Construir um computador óptico

Computador óptico

- Computador óptico é um dispositivo que permite a manipulação de uma imagem de maneira “analógica”, controlada, sem a necessidade de efetuar cálculos complicados
- Esse dispositivo pode e vai ser construído e estudado no laboratório: o desafio do experimento é entender os princípios de funcionamento e aplicá-los em alguns casos

Revisitando a Difração de fenda simples

Fenda Simples: **Intensidade**

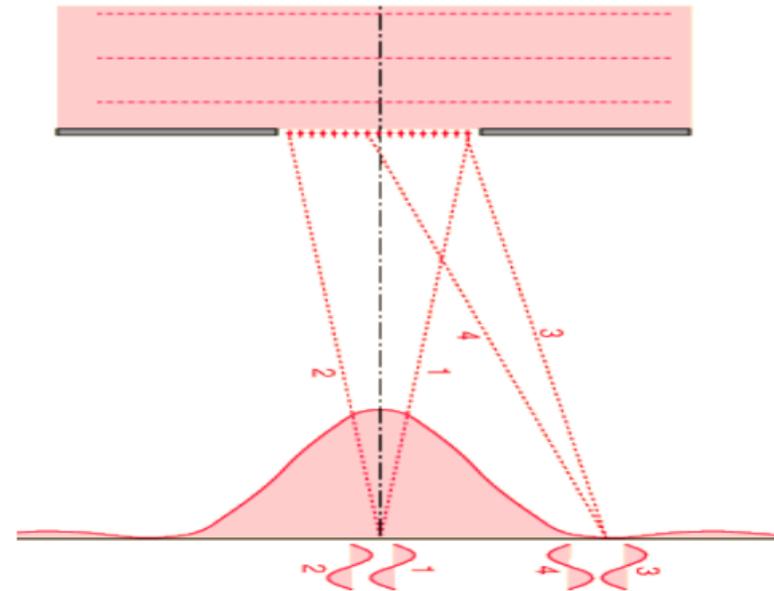
- A intensidade vale portanto:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2, \quad \beta = \pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta$$

- Que apresenta mínimos quando:

$$\beta = \pm m\pi, m = 1, 2, 3, \dots$$

$$d \sin \theta = \pm m\lambda, m = 1, 2, 3, \dots$$



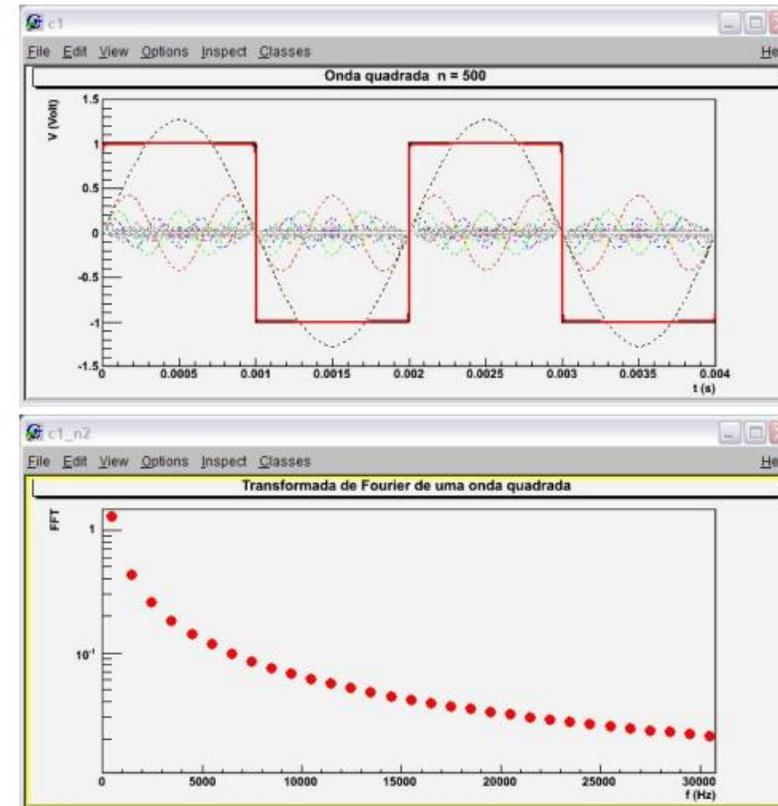
- Determinar a distância entre mínimos consecutivos
- Discutir regimes de difração para comp. de onda pequeno e grande

Transformada de Fourier 1D

- No caso unidimensional, a TF de uma função é:

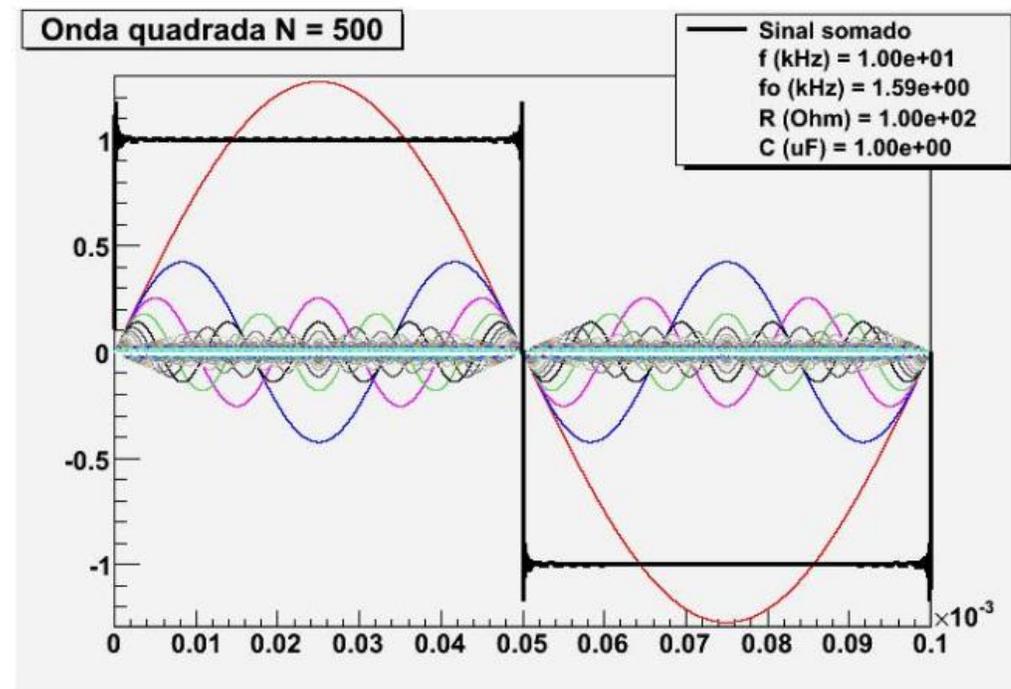
$$y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

- O gráfico de TF mostra a amplitude (y) para cada frequência que compõe o sinal unidimensional



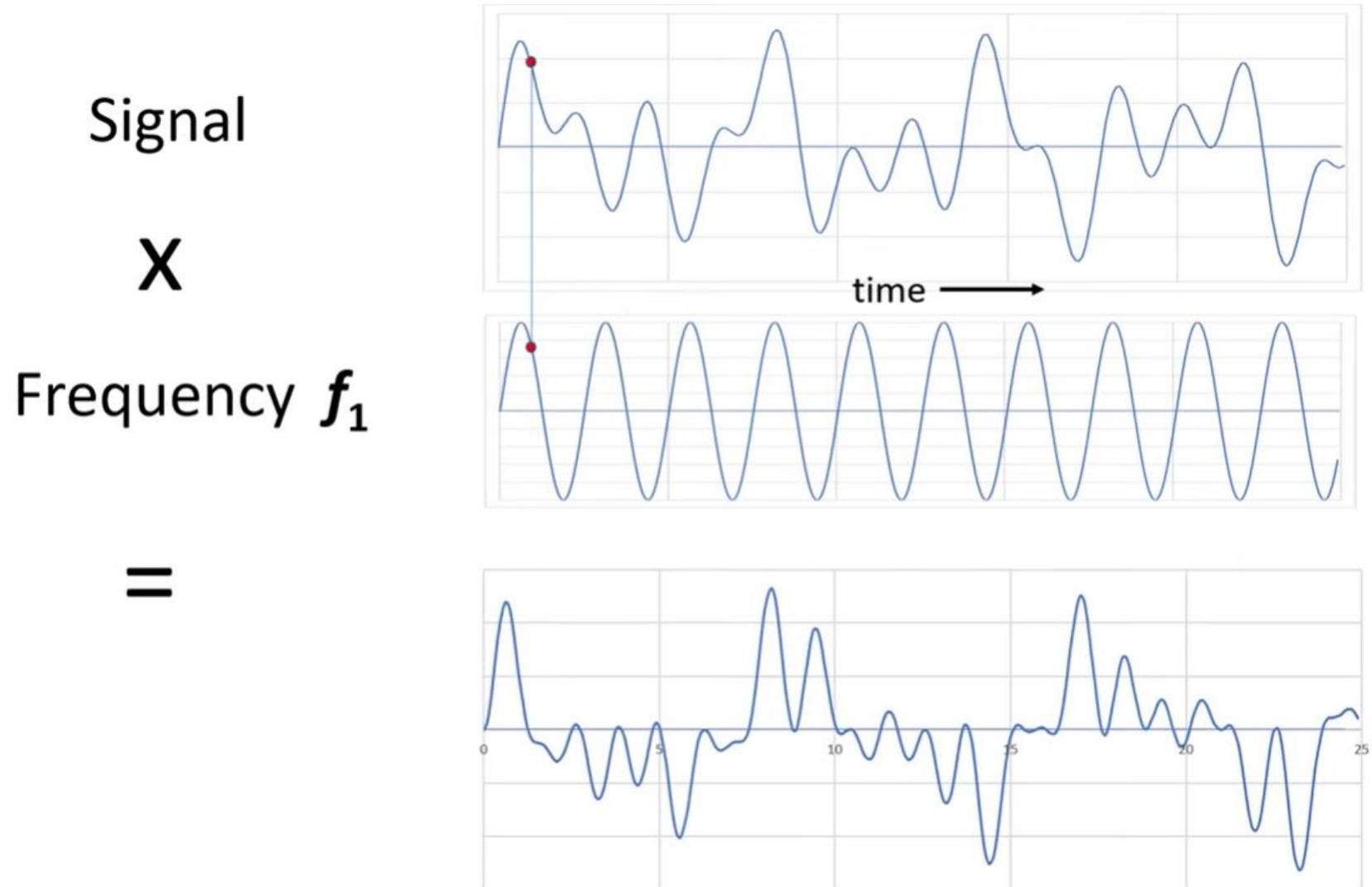
Transformada de Fourier 1D

$$V(t) = V_0 \left[\frac{4}{\pi} \text{sen}(\omega t) + \frac{4}{3\pi} \text{sen}(3\omega t) + \frac{4}{5\pi} \text{sen}(5\omega t) + \dots \right]$$



Bordas abruptas → contribuição de altas freqs

O princípio da Transformada de Fourier

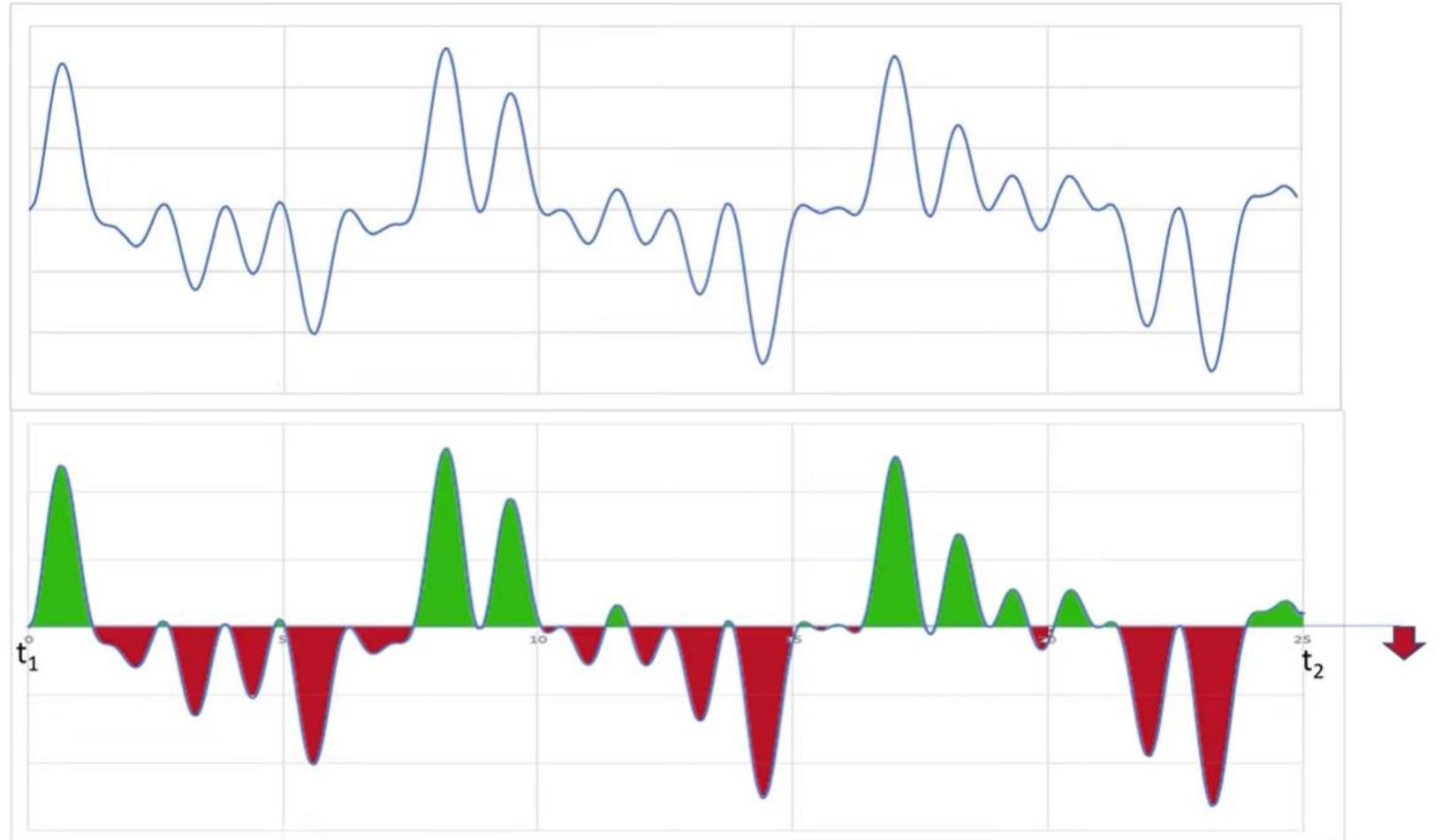


O princípio da Transformada de Fourier

Resultado da integração:

$$y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

Frequência que não contribui para o sinal temporal:

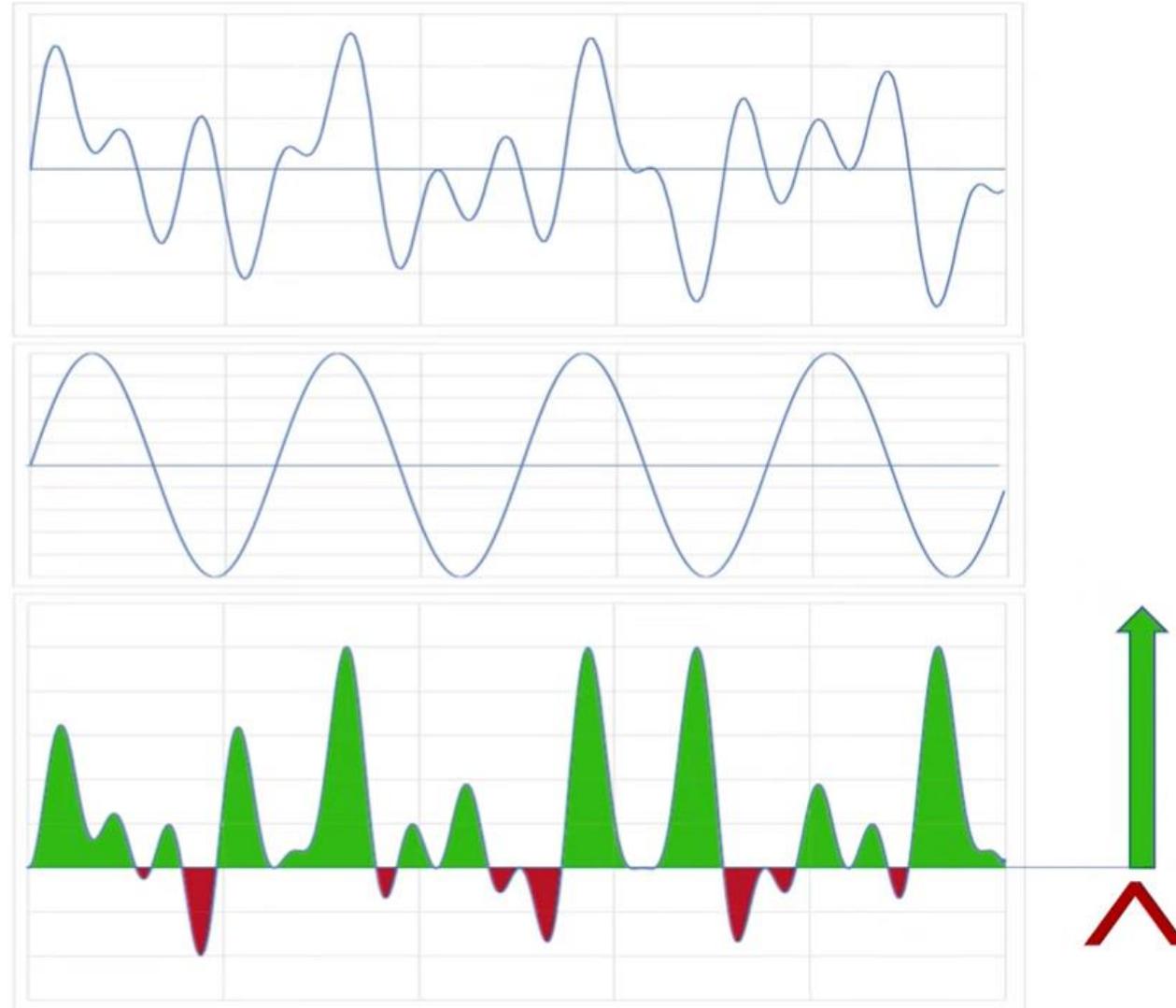


O princípio da Transformada de Fourier

Resultado da integração:

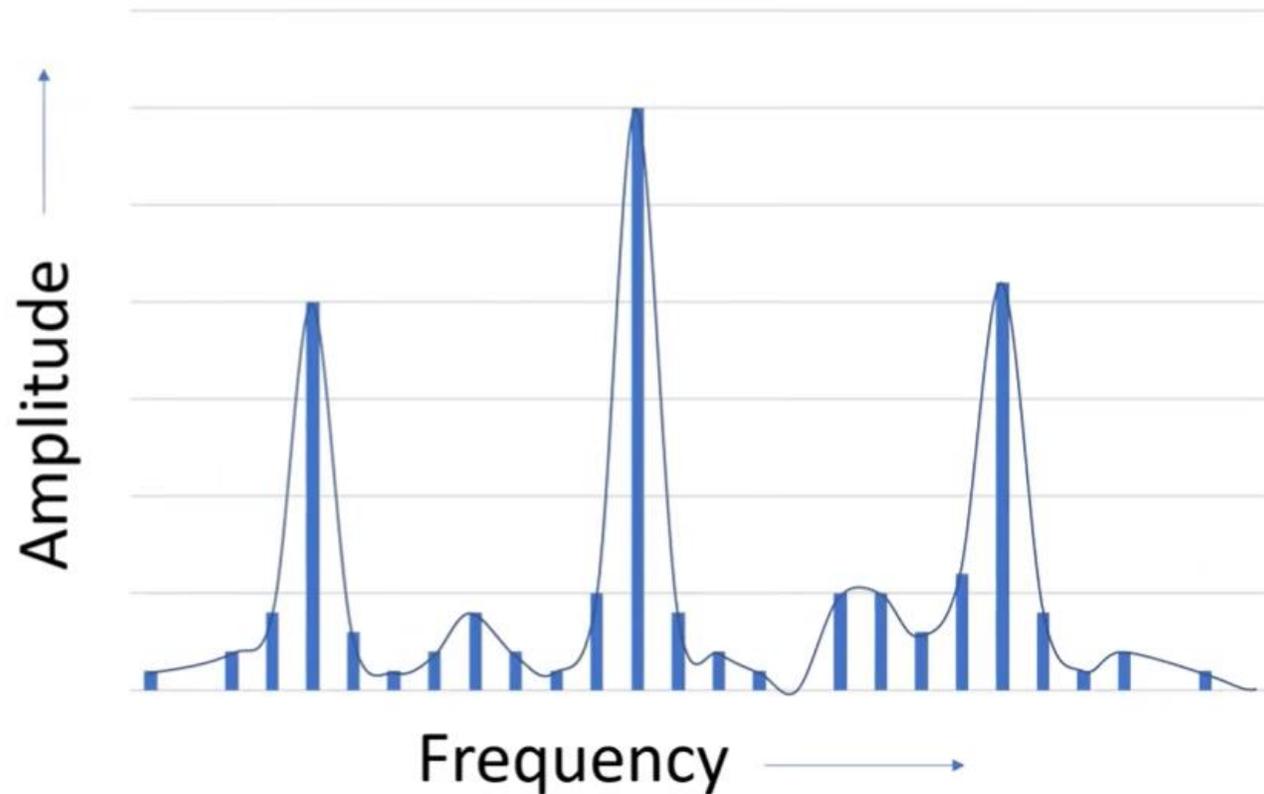
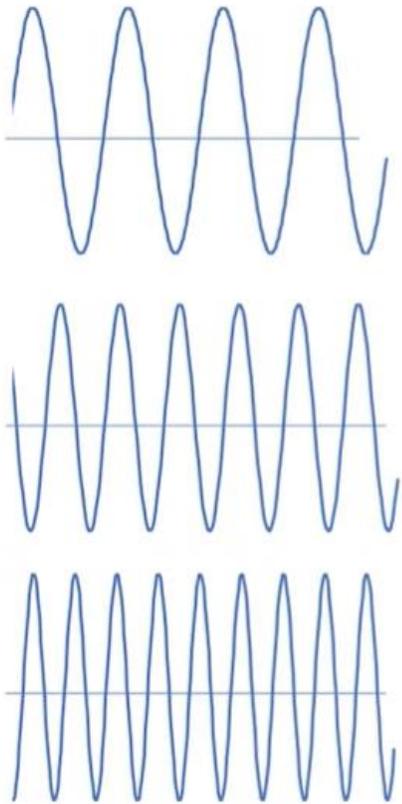
$$y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

Frequência que contribui para o sinal temporal:

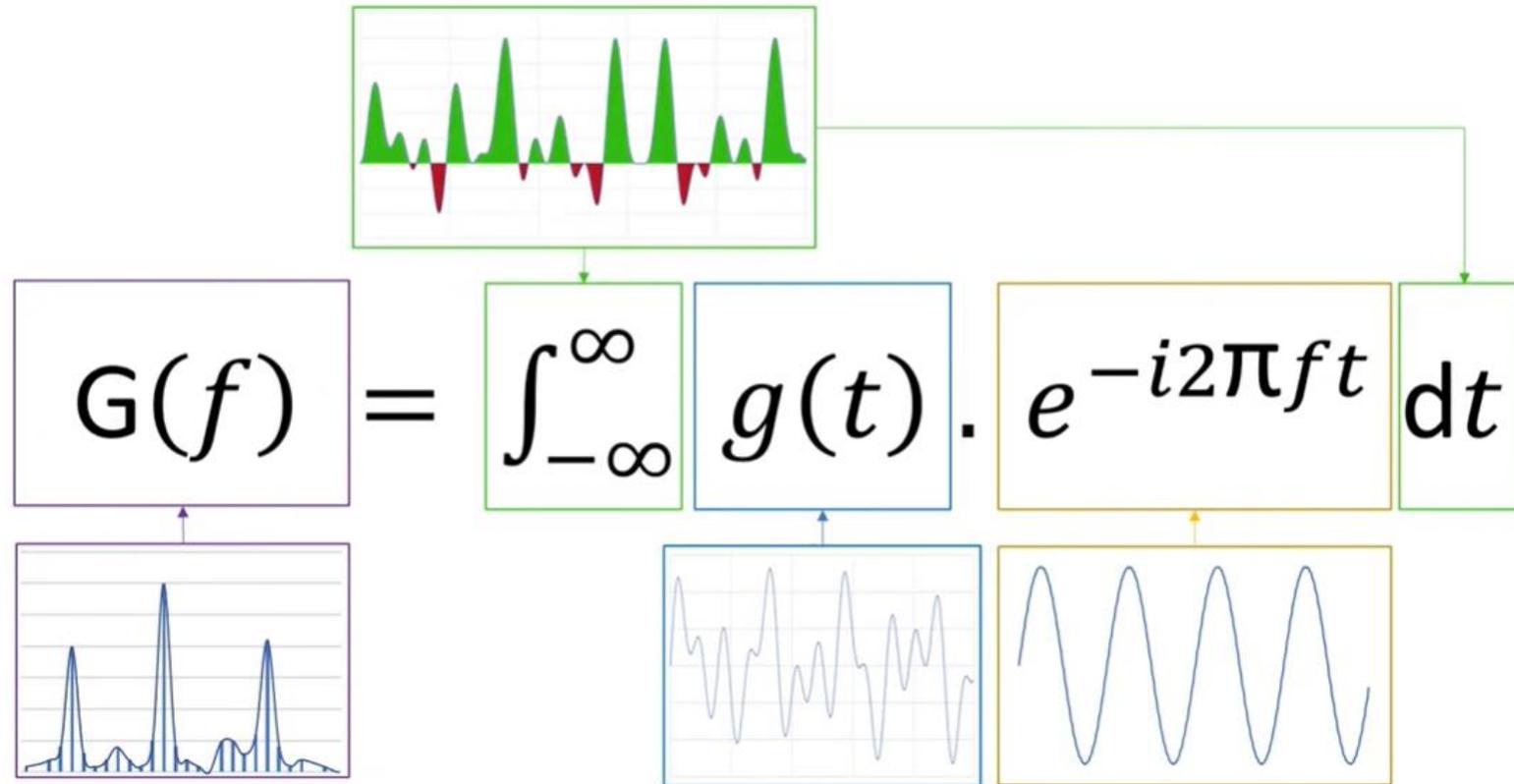


O princípio da Transformada de Fourier

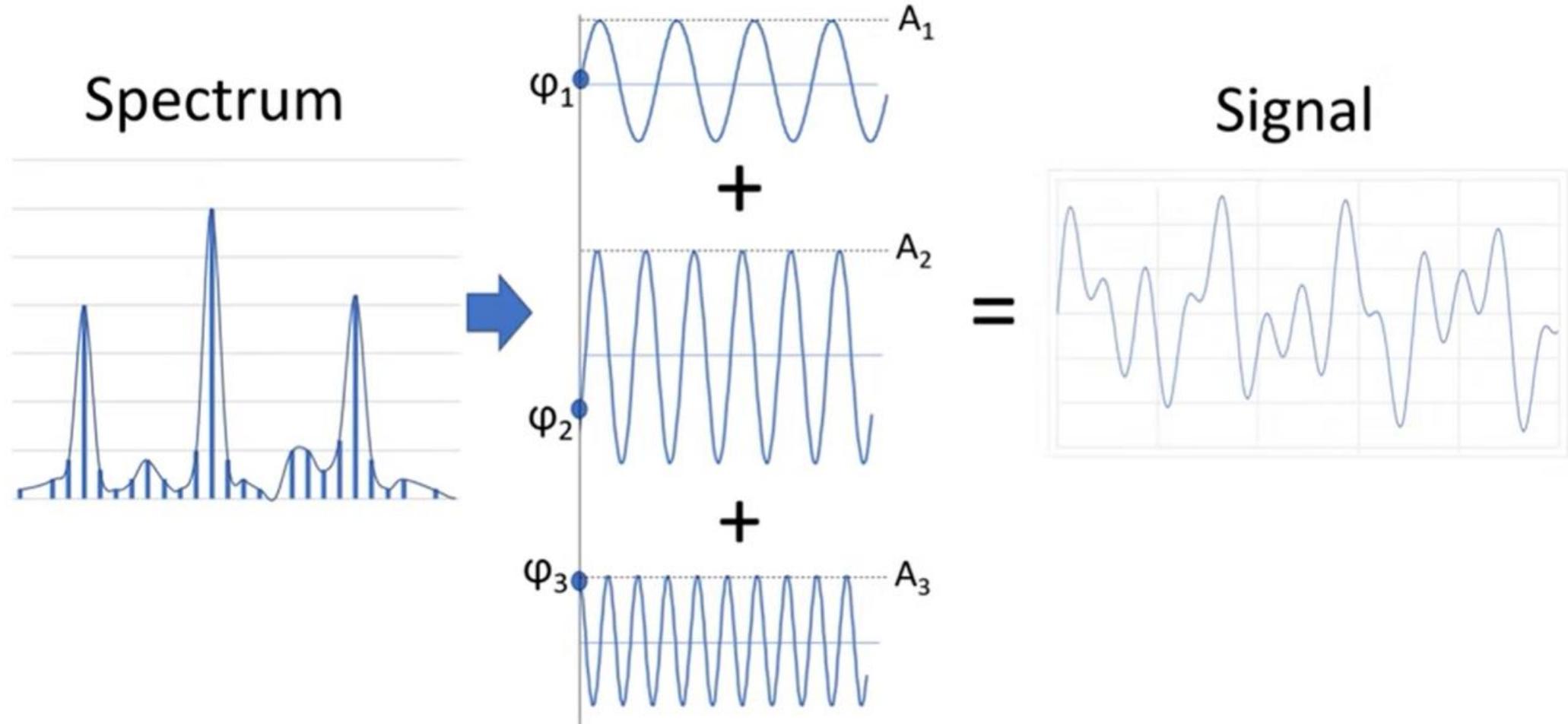
Repete-se o processo para várias frequências para obter o espectro de frequências do sinal



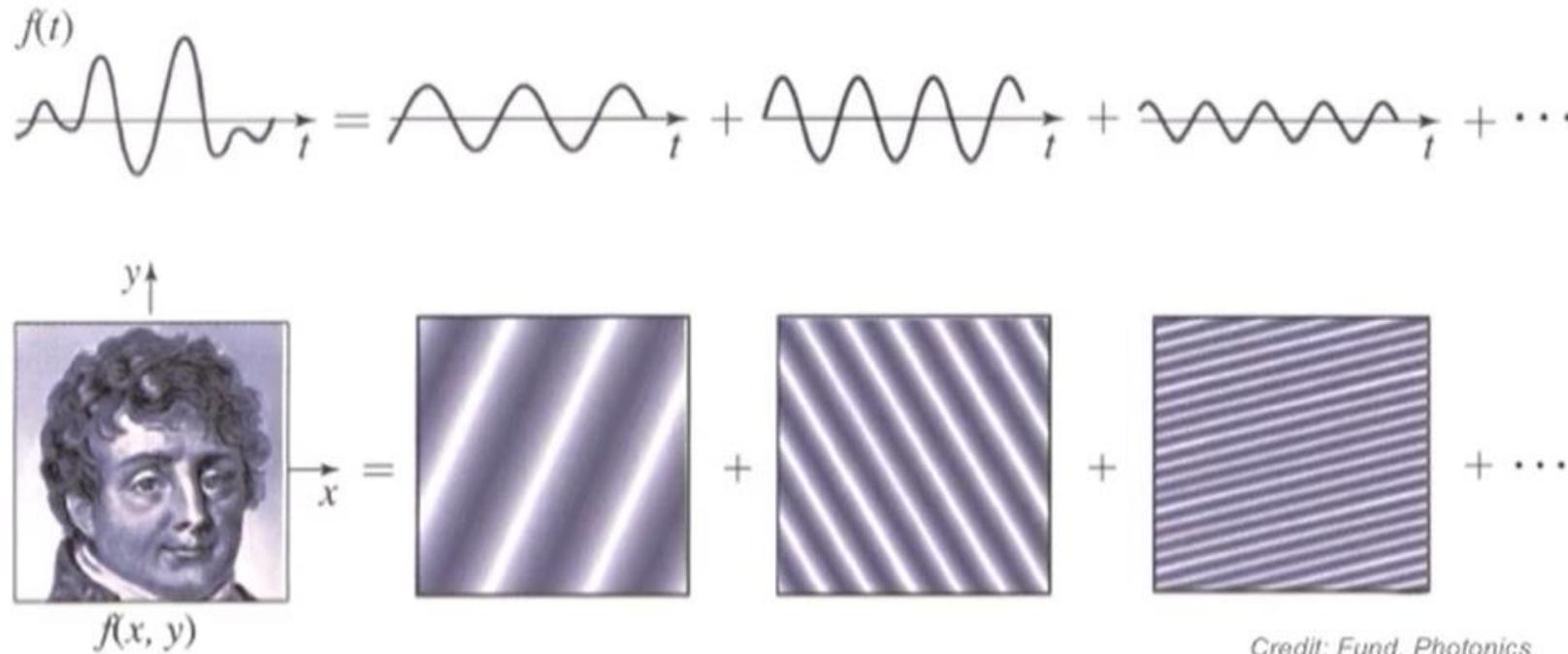
O princípio da Transformada de Fourier



Transformada de Fourier Inversa



Transformada de Fourier de imagens



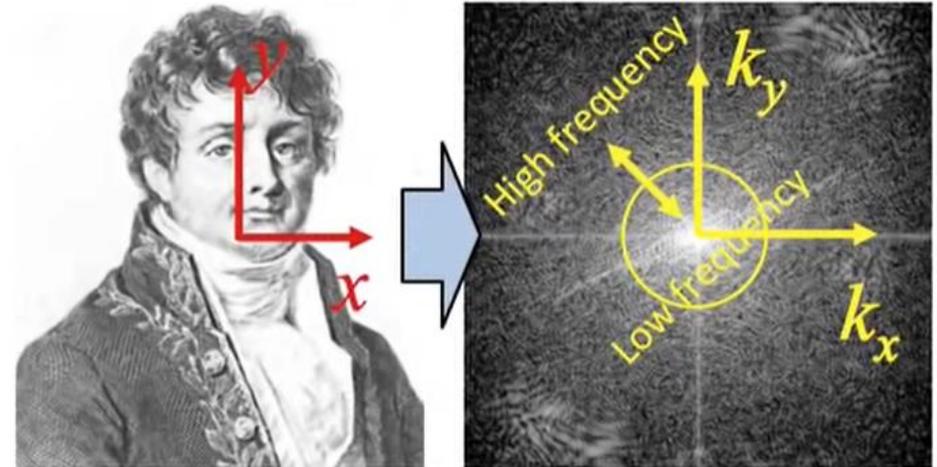
Ex. Algoritmos de compressão de imagem

Transformada de Fourier de imagens



Original Image (real space)

Fourier transform (frequency space)

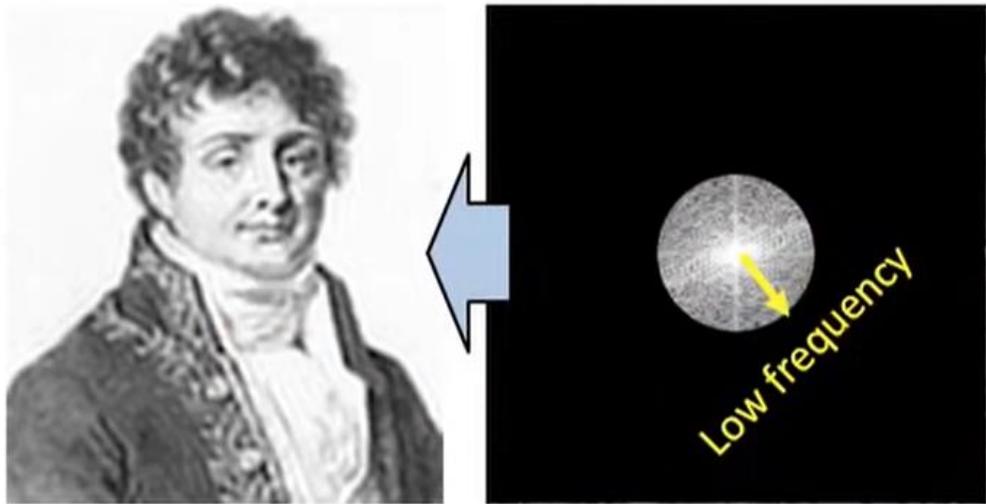


Original Image (real space)

Fourier transform (frequency space)

Transformada de Fourier de imagens

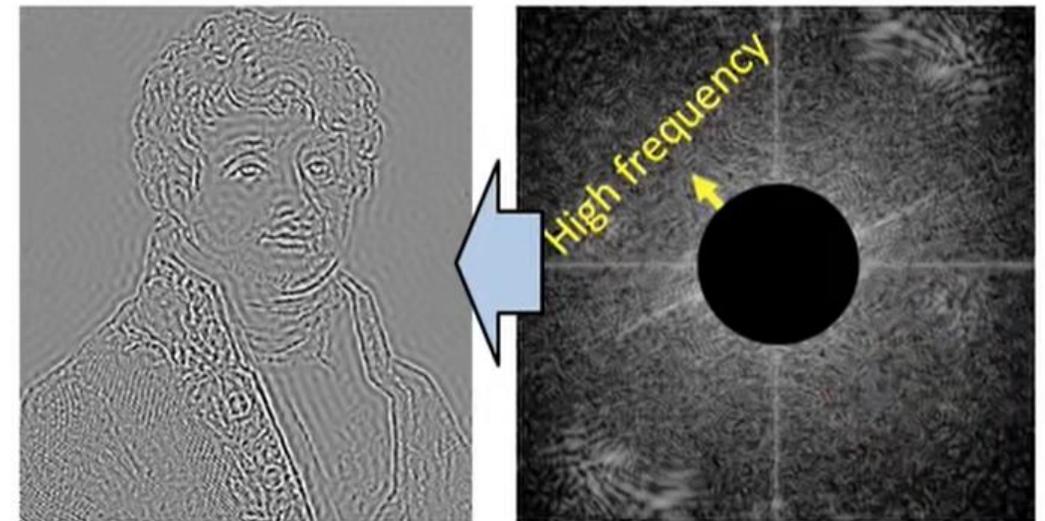
Componentes de baixa frequência



Original Image (real space)

Fourier transform (frequency space)

Componentes de alta frequência

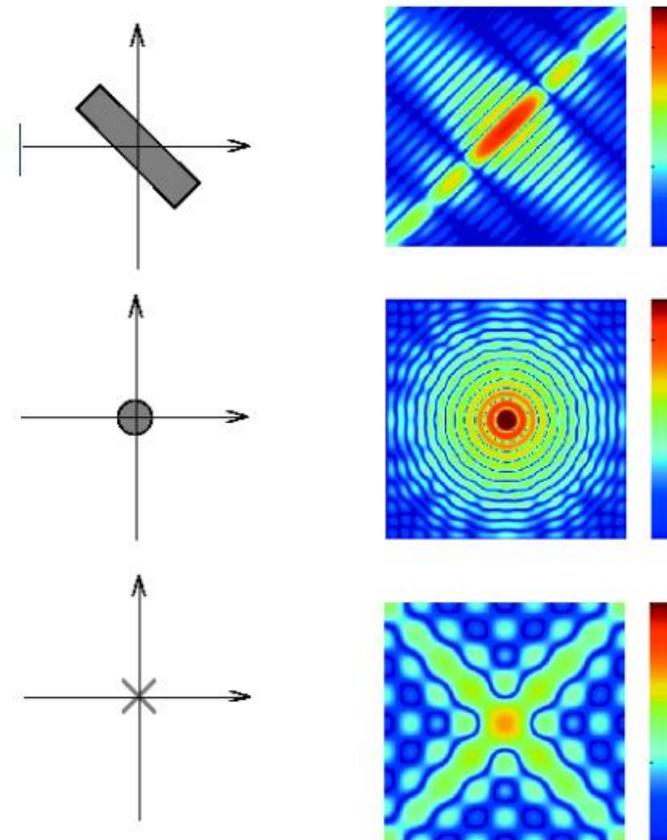


Original Image (real space)

Fourier transform (frequency space)

Transformada de Fourier como ferramenta de edição de imagens

- Em uma foto, em geral, há padrões bem definidos que aparecem de forma clara na TF
- Dependendo da imagem, é mais fácil remover o padrão da TF do que da própria foto

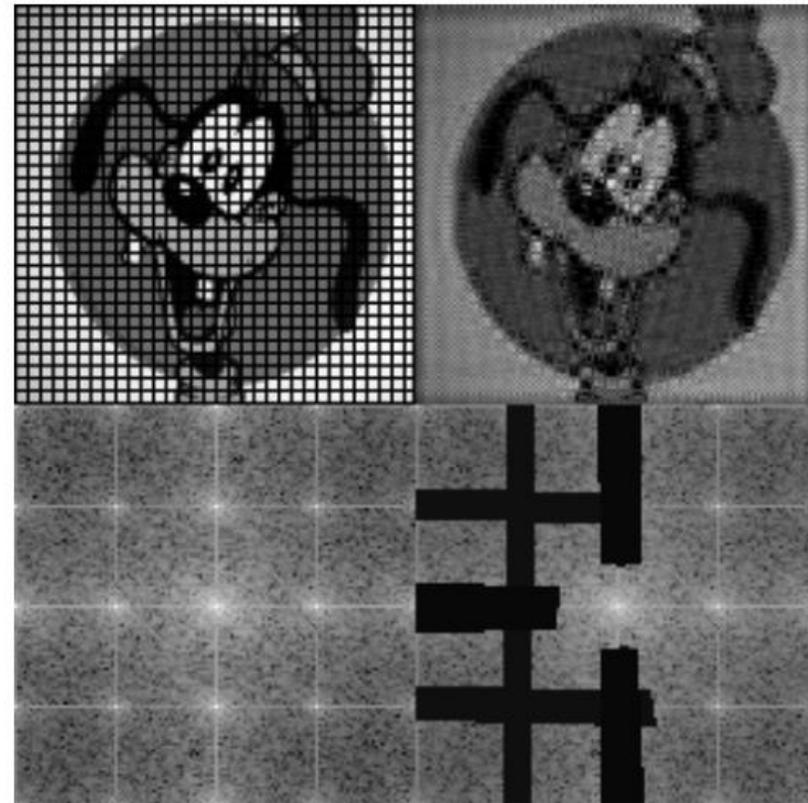


Transformada de Fourier como ferramenta de edição de imagens

- Em algumas circunstâncias, o uso da TF pode ser bastante útil na edição de imagens
- Por exemplo:
 - ▶ Remoção de ruídos e artefatos
 - ★ Quando estes possuem frequência muito bem definida, sendo bem localizada na TF
 - ▶ Remoção de padrões
 - ★ Por exemplo, uma cerca pode ter um padrão de frequências bem definido
 - ▶ Filtros de efeitos especiais
 - ★ A remoção de algumas frequências pode criar efeitos interessantes

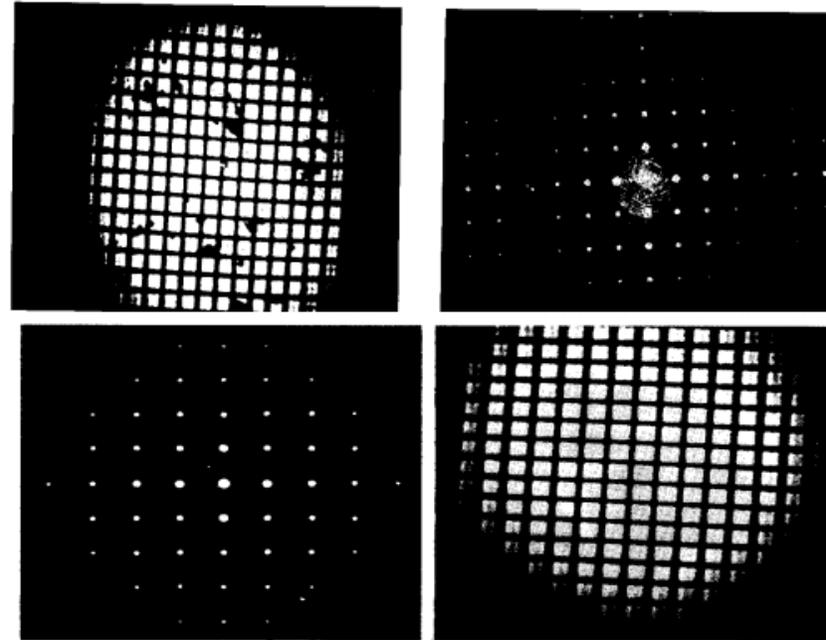
Transformada de Fourier como ferramenta de edição de imagens

- Filtro para fazer contorno
 - ▶ Removem-se as baixas frequências
- Aumento de contraste
 - ▶ Ampliam-se as altas frequências, que amplificam as bordas
- Remoção de sombras
 - ▶ A sombra possui estrutura muito característica em frequência
- Outros métodos
 - ▶ Por exemplo, remoção de uma estrutura espúria



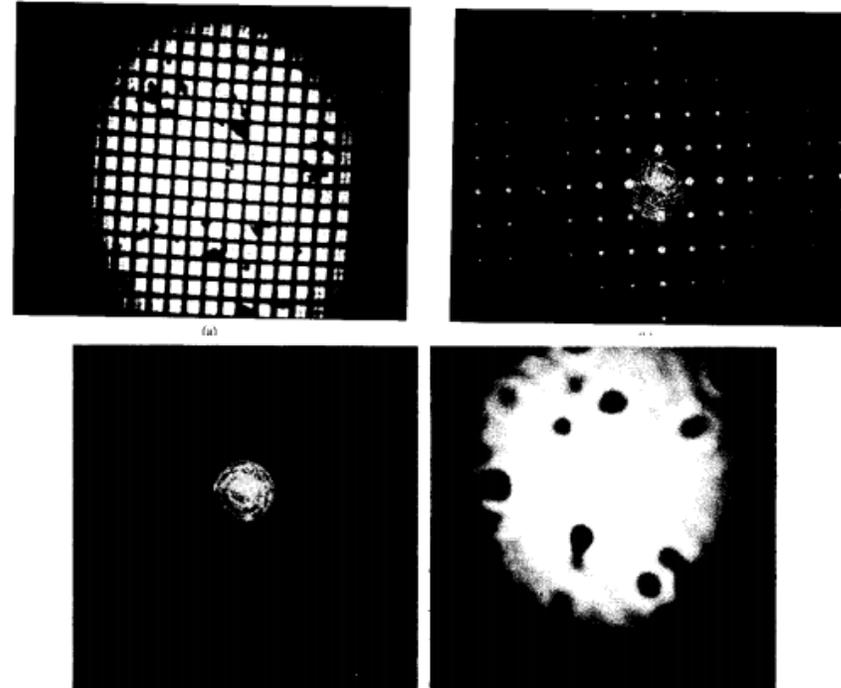
Exemplo: impurezas em uma grade

- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a grade



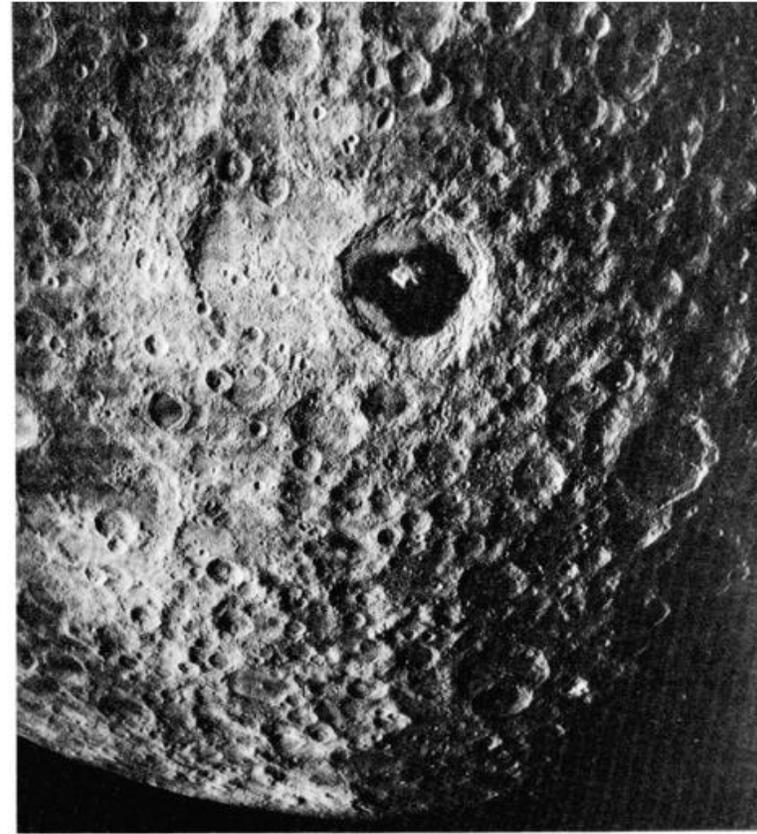
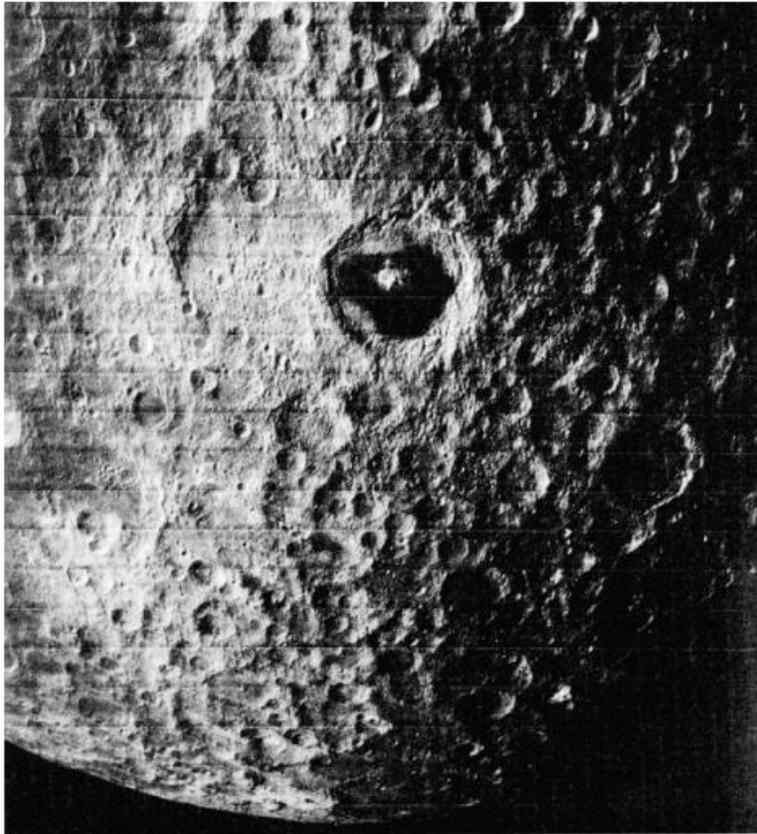
Exemplo: impurezas em uma grade

- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a sujeira



Exemplo: Aperfeiçoamento de imagens

Foto da lua antes e depois de filtragem



Atividades do experimento

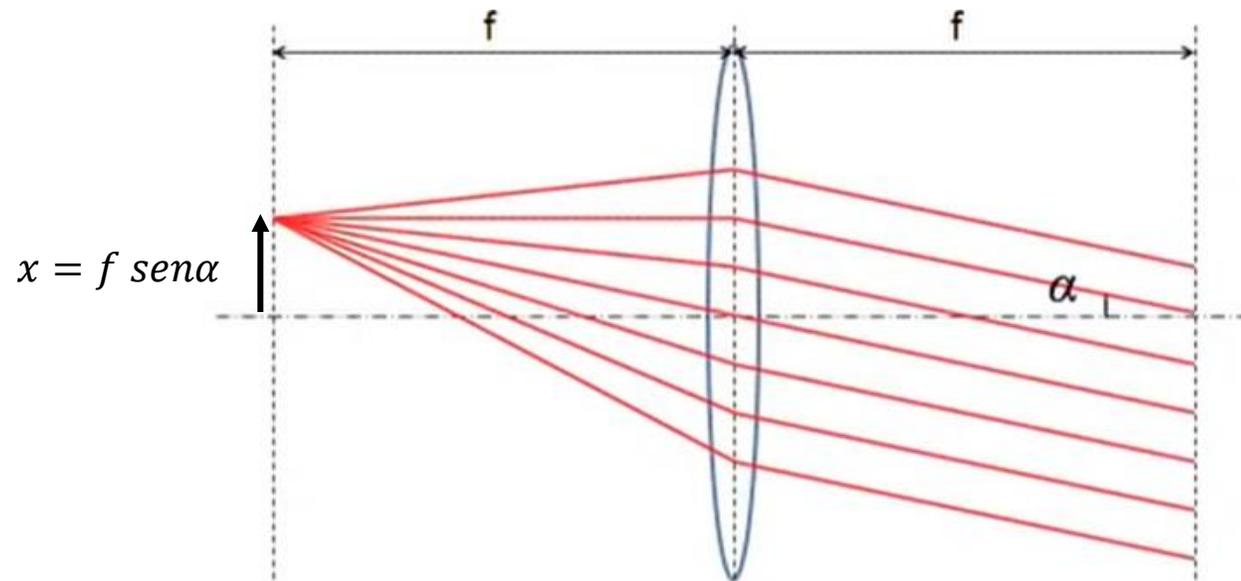
- Utilizar o programa ImageJ para o processamento das imagens
 - ▶ Obter a transformada de Fourier dos objetos propostos, e, através dela, determinar as dimensões dos mesmos
 - ▶ Usando filtros apropriados na transformada de Fourier, processar a imagem de alguns objetos com a finalidade de obter os efeitos desejados nas imagens finais.

Atividades do experimento

Para cada atividade deve ser apresentado

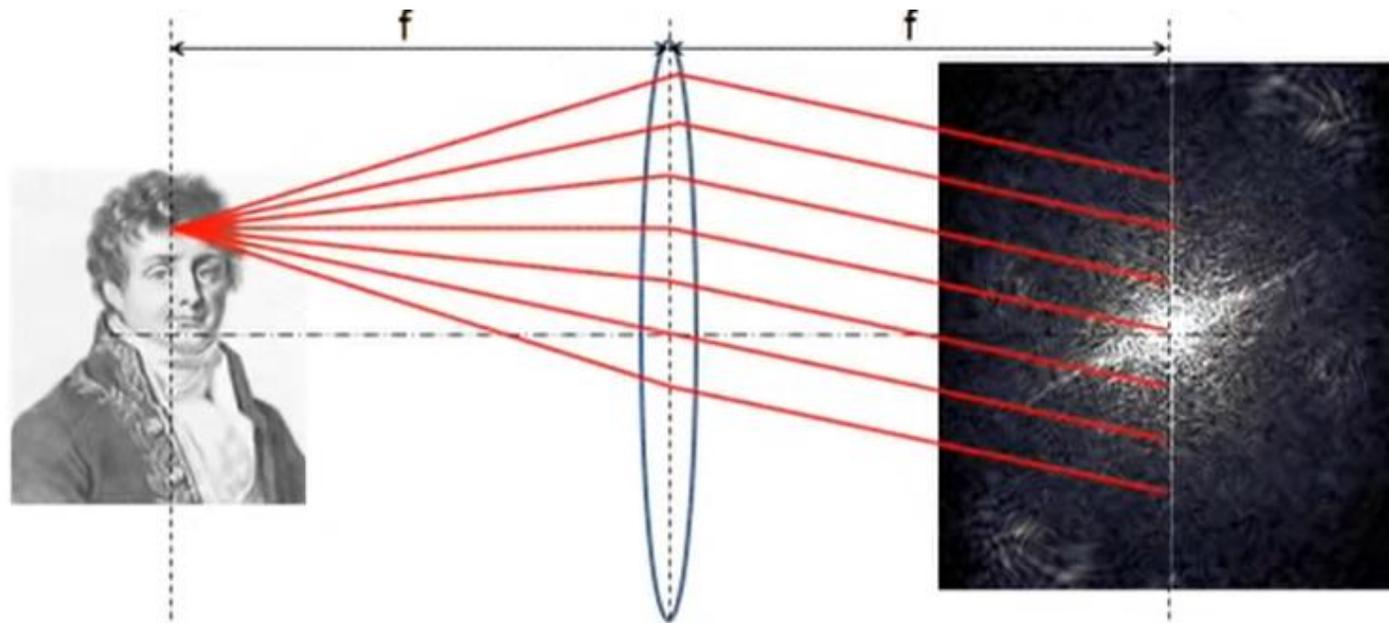
- A imagem inicial
- A transformada de Fourier da imagem
- Nos casos quantitativos
 - ▶ Indicar os pontos que foram utilizados para determinar as dimensões pedidas e como foi feita a análise
- No caso de filtragem de imagens
 - ▶ A imagem do filtro e porque esse filtro será adequado para o que se quer
 - ▶ A imagem depois do filtro
- Comente os resultados
- Será levada em conta a qualidade das imagens filtradas, quando for o caso.

Lentes e Transformadas de Fourier



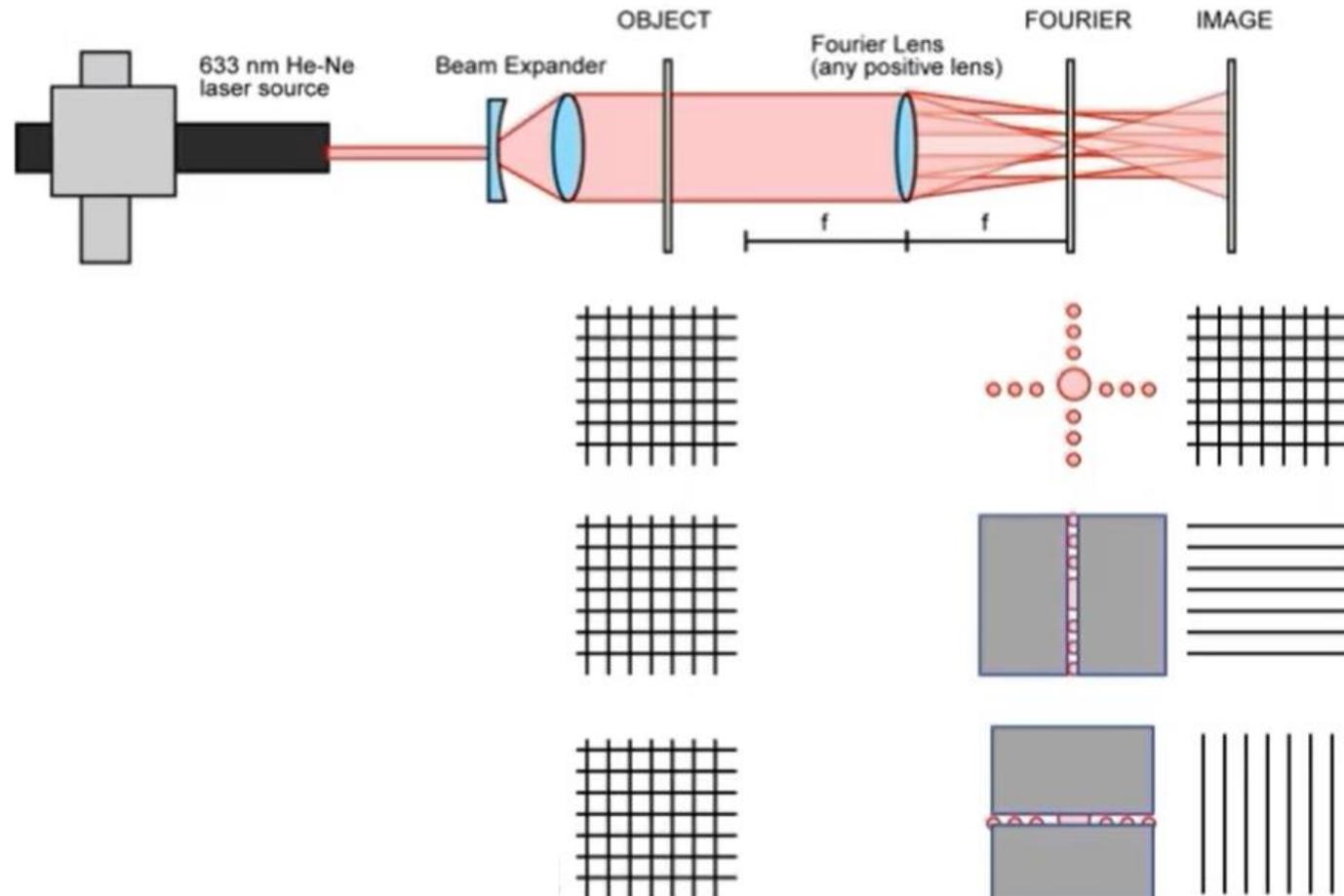
Mostrar na lousa!

Lentes e Transformadas de Fourier



Lente produz a transformada de Fourier do objeto no plano focal!

Computador óptico



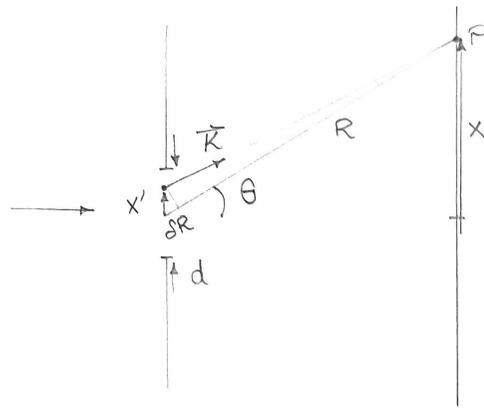
Atividade no lab



- Utilize a lente de distância focal 40 cm. Observe a transformada de Fourier da grade no plano de Fourier. Fotografe.
 - Observe a imagem recomposta num anteparo distante. Fotografe.
 - Descubra um filtro a ser aplicado no plano de Fourier capaz de eliminar as linhas verticais da grade. Fotografe.
 - Depois elimine as linhas horizontais. Fotografe.
- Discuta os resultados.

Atividade 5.

Retornando à fenda simples (Difração de Fraunhofer)



Campo \vec{E} no pts P produzido por uma fonte puntual em x'

$$\vec{E}(x) = \frac{\vec{E}_0}{R} \cos(KR - \omega t - \beta R)$$

$$\beta R = x' \sin \theta$$

$$\hookrightarrow \vec{E}(x) = \frac{\vec{E}_0}{R} e^{i(KR - \omega t - Kx' \sin \theta)}$$

Integrando sobre o eixo x' :

$$\vec{E}(x) = \frac{\vec{E}_0}{R} e^{i(KR - \omega t)} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-iKx' \sin \theta} dx'$$

$$\vec{k} \cdot \hat{x} = k_x = K \sin \theta$$

$$\vec{E}(x) = \frac{\vec{E}_0}{R} e^{i(KR - \omega t)} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-iKx' \sin \theta} dx'$$

$$= \frac{\vec{E}_0}{R} e^{i(KR - \omega t)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iKx' \sin \theta} dx'$$

em fog de diferença angular e domínio de integração

É se a amplitude de \vec{E}_0 varia-se ao longo da fenda?

$$\vec{E}(x) = \frac{e^{i(KR - \omega t)}}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_0(x') e^{-iKx' \sin \theta} dx'$$

Transf de Fourier - 1D:

$$f(K_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_0(x) e^{-iK_x x} dx$$

o padrão de difração de Fraunhofer é a transf de Fourier do obj. iluminado

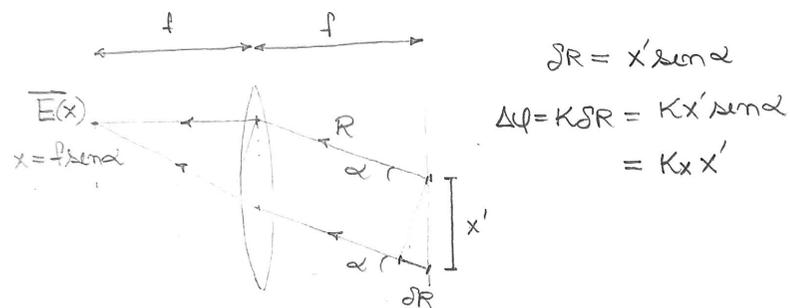
* Propriedades da transf. de Fourier

→ transforma uma função no domínio do espaço p/ o domínio das freq. espaciais.

$$\mathcal{F}(kx) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{E_0(x)} e^{-ikx} dx$$

$$\hookrightarrow \text{transf. inversa: } \mathcal{F}^{-1}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{E_0(x)} e^{ikx} dx$$

lentes e transf. de Fourier



$$\overline{E(x)} = \frac{\overline{E_0}}{R} e^{iKR - i\omega t} \int_{\text{abertura do lente}} e^{iKx x'} dx'$$

a lente produz a T.F. de um objeto no plano focal!