

# 4302214 - Física Experimental IV (2022)

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=100499>

Aula introdutória à atividade V

Profa. Nathália Tomazio

[nathalia.tomazio@alumni.usp.br](mailto:nathalia.tomazio@alumni.usp.br)

Sala 3027

# Objetivos gerais da atividade V

- Investigar a natureza ondulatória da luz através do estudo da difração e interferência
- Estudar a difração de objetos bi-dimensionais
- Estudar a difração como uma transformada de Fourier
- Construir um computador óptico

# Computador óptico

- Computador óptico é um dispositivo que permite a manipulação de uma imagem de maneira “analógica”, controlada, sem a necessidade de efetuar cálculos complicados
- Esse dispositivo pode e vai ser construído e estudado no laboratório: o desafio do experimento é entender os princípios de funcionamento e aplicá-los em alguns casos

# Revisitando a Difração de fenda simples

# Fenda Simples: **Intensidade**

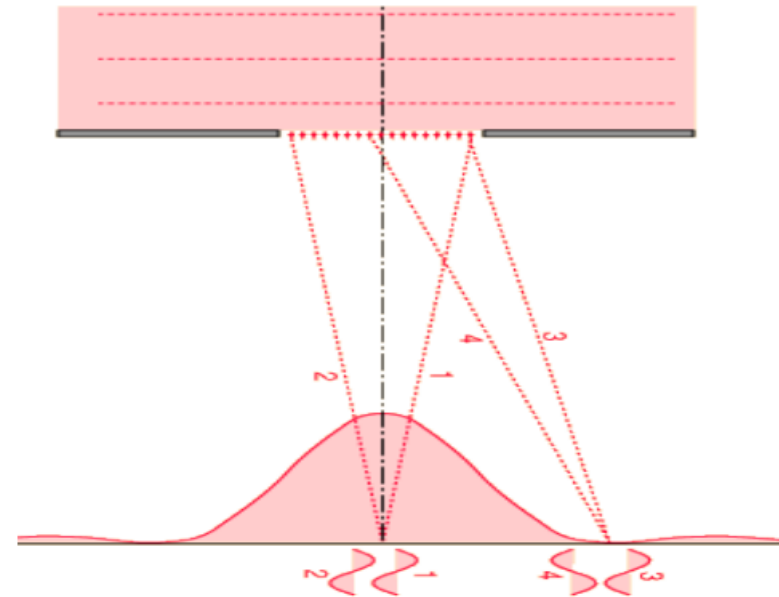
- A intensidade vale portanto:

$$I = I_0 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2, \quad \beta = \pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta$$

- Que apresenta mínimos quando:

$$\beta = \pm m\pi, m = 1, 2, 3, \dots$$

$$d \sin \theta = \pm m\lambda, m = 1, 2, 3, \dots$$



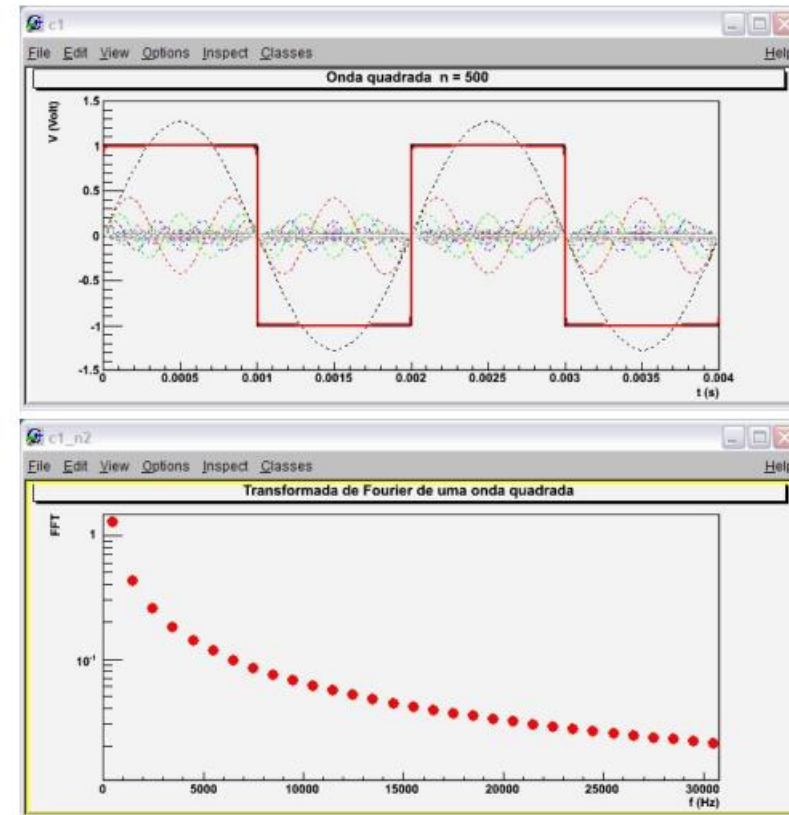
- Determinar a distância entre mínimos consecutivos
- Discutir regimes de difração para comp. de onda pequeno e grande

# Transformada de Fourier 1D

- No caso unidimensional, a TF de uma função é:

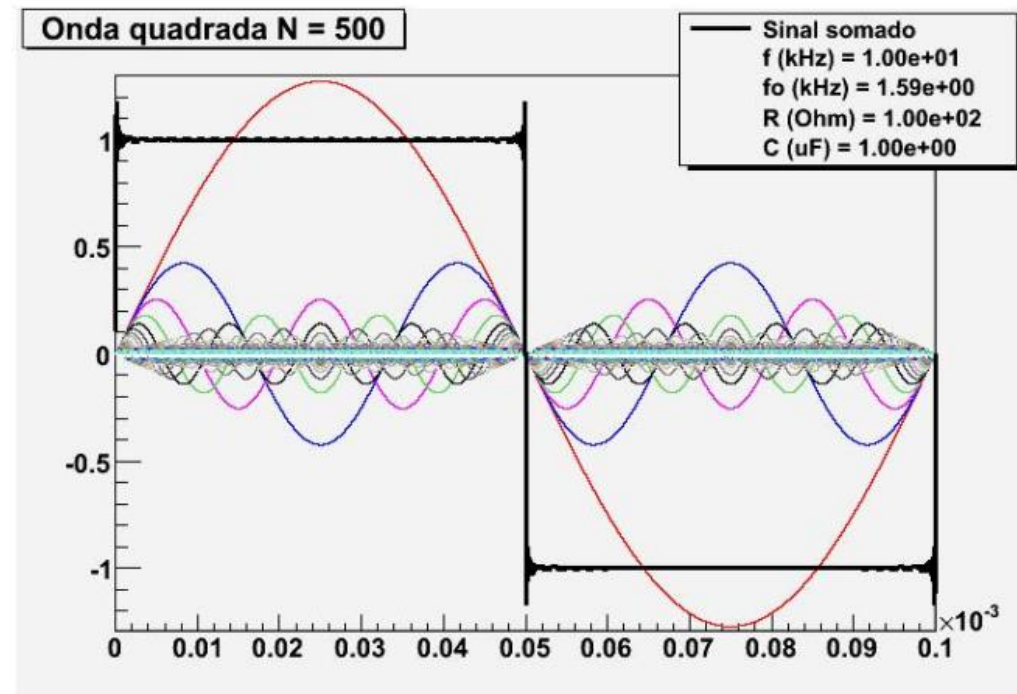
$$y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

- O gráfico de TF mostra a amplitude ( $y$ ) para cada frequência que compõe o sinal unidimensional



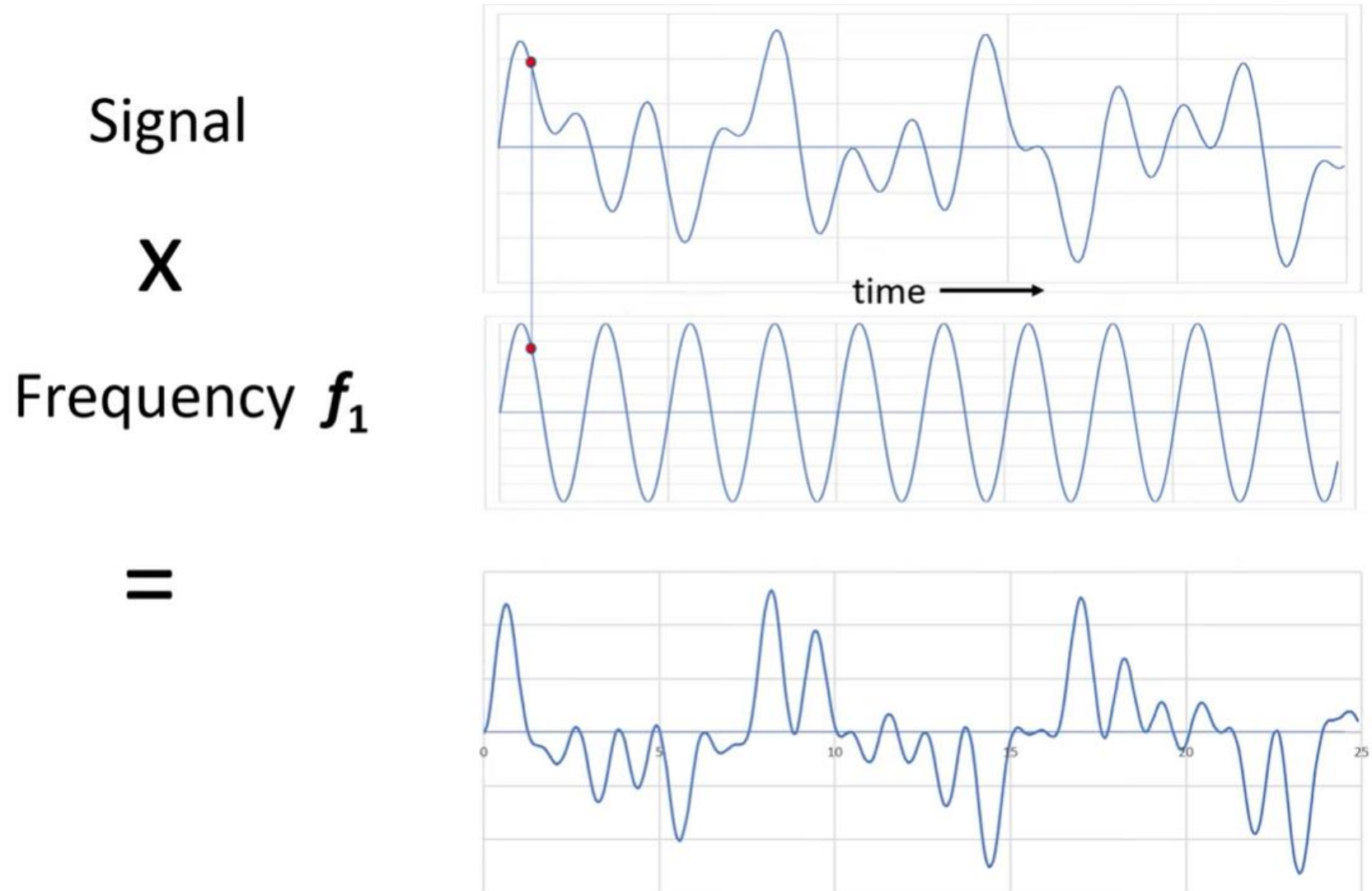
# Transformada de Fourier 1D

$$V(t) = V_0 \left[ \frac{4}{\pi} \text{sen}(\omega t) + \frac{4}{3\pi} \text{sen}(3\omega t) + \frac{4}{5\pi} \text{sen}(5\omega t) + \dots \right]$$



Bordas abruptas → contribuição de altas freqs

# O princípio da Transformada de Fourier



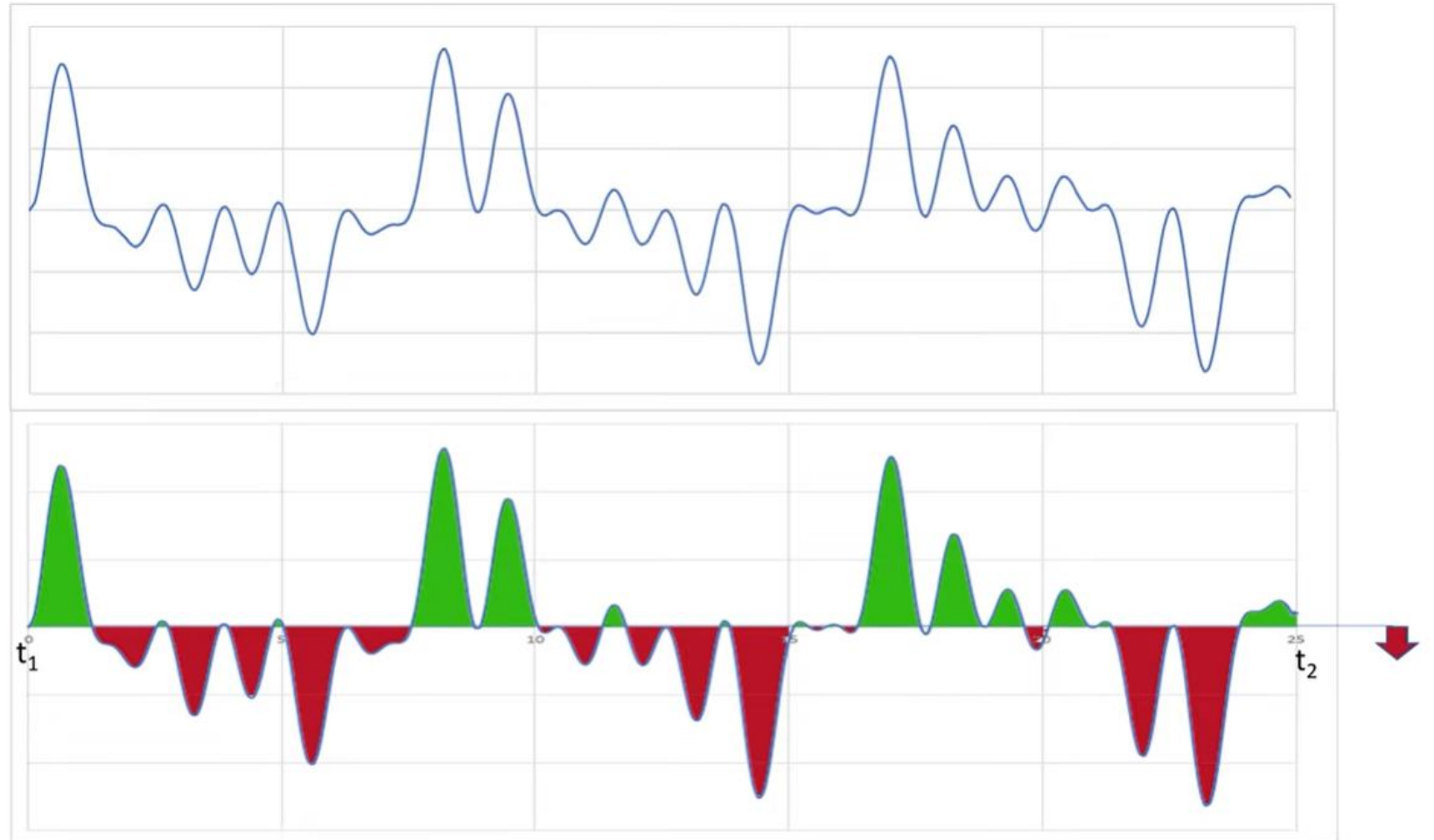


# O princípio da Transformada de Fourier

Resultado da integração:

$$y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

Frequência que não contribui para o sinal temporal:

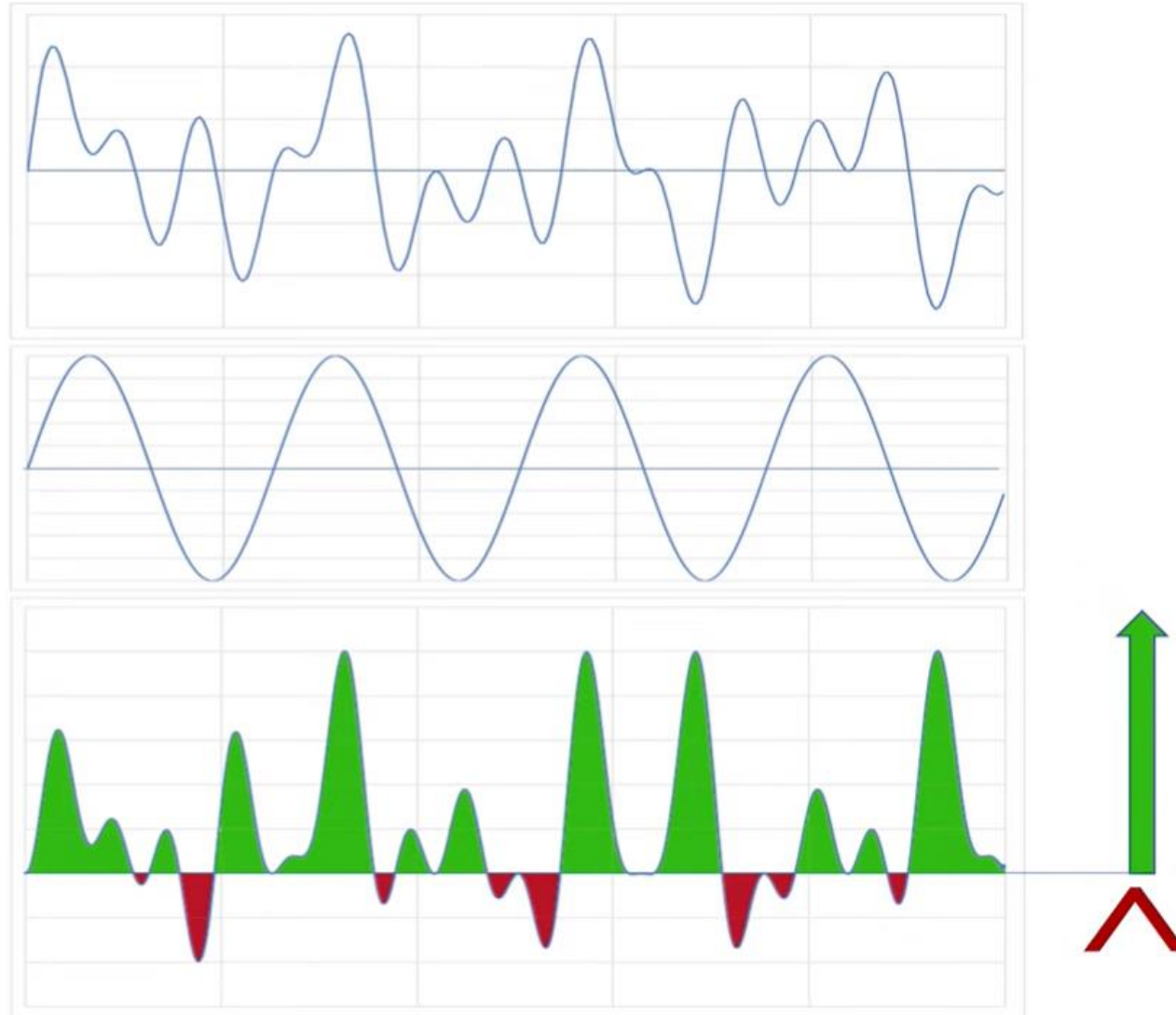


# O princípio da Transformada de Fourier

Resultado da integração:

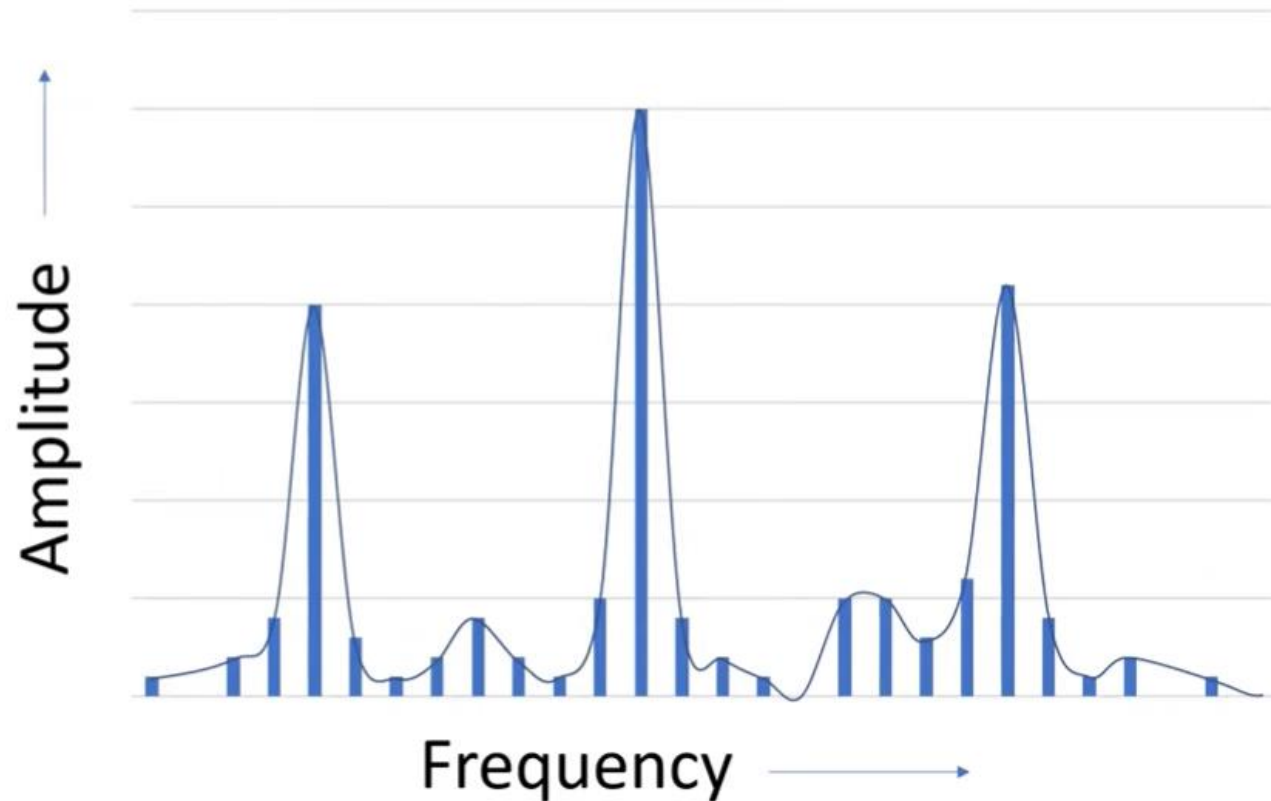
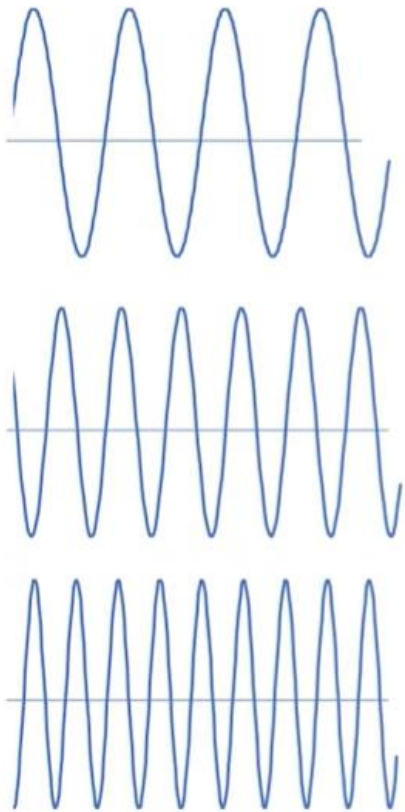
$$y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

Frequência que contribui para o sinal temporal:

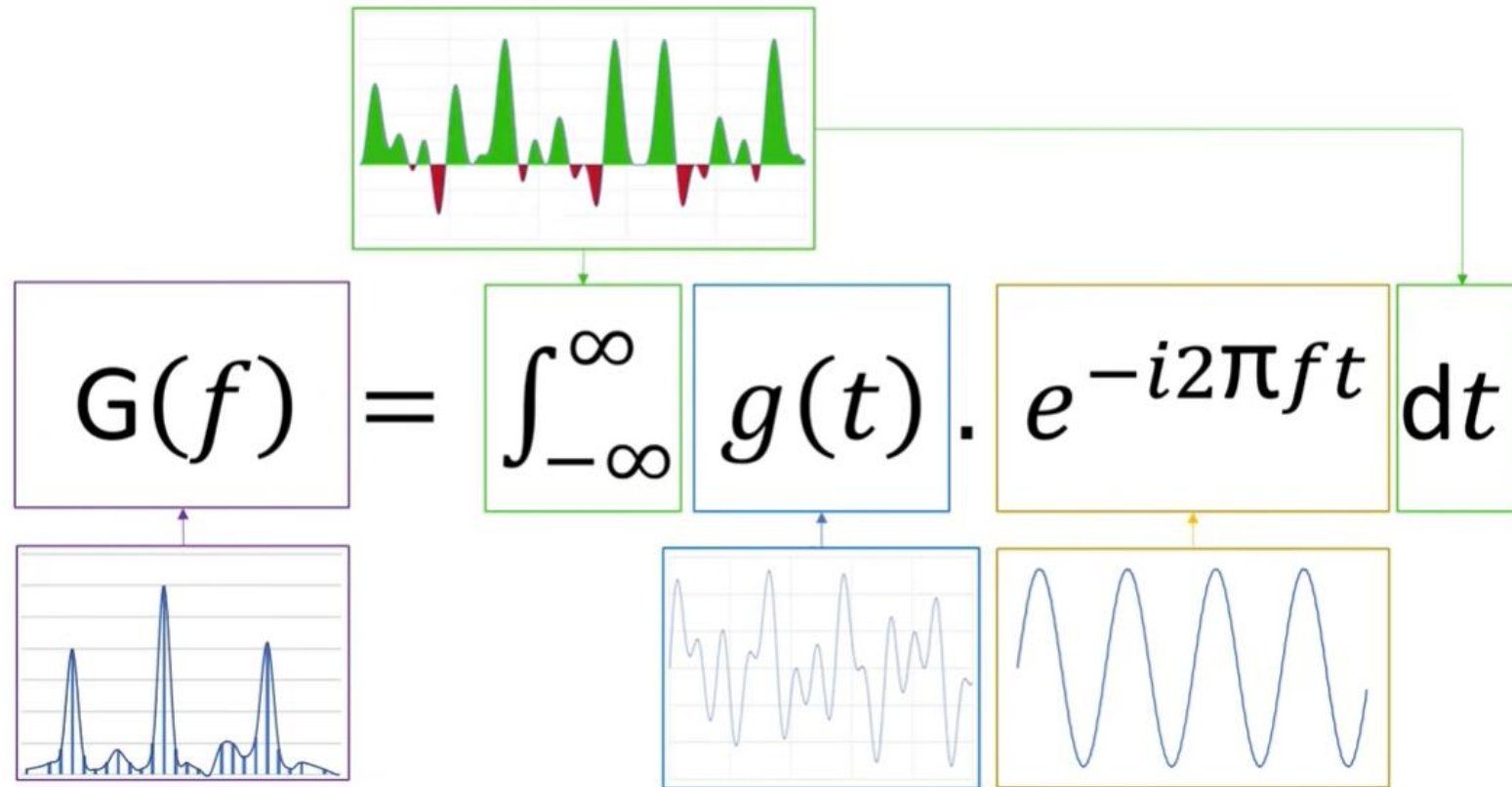


# O princípio da Transformada de Fourier

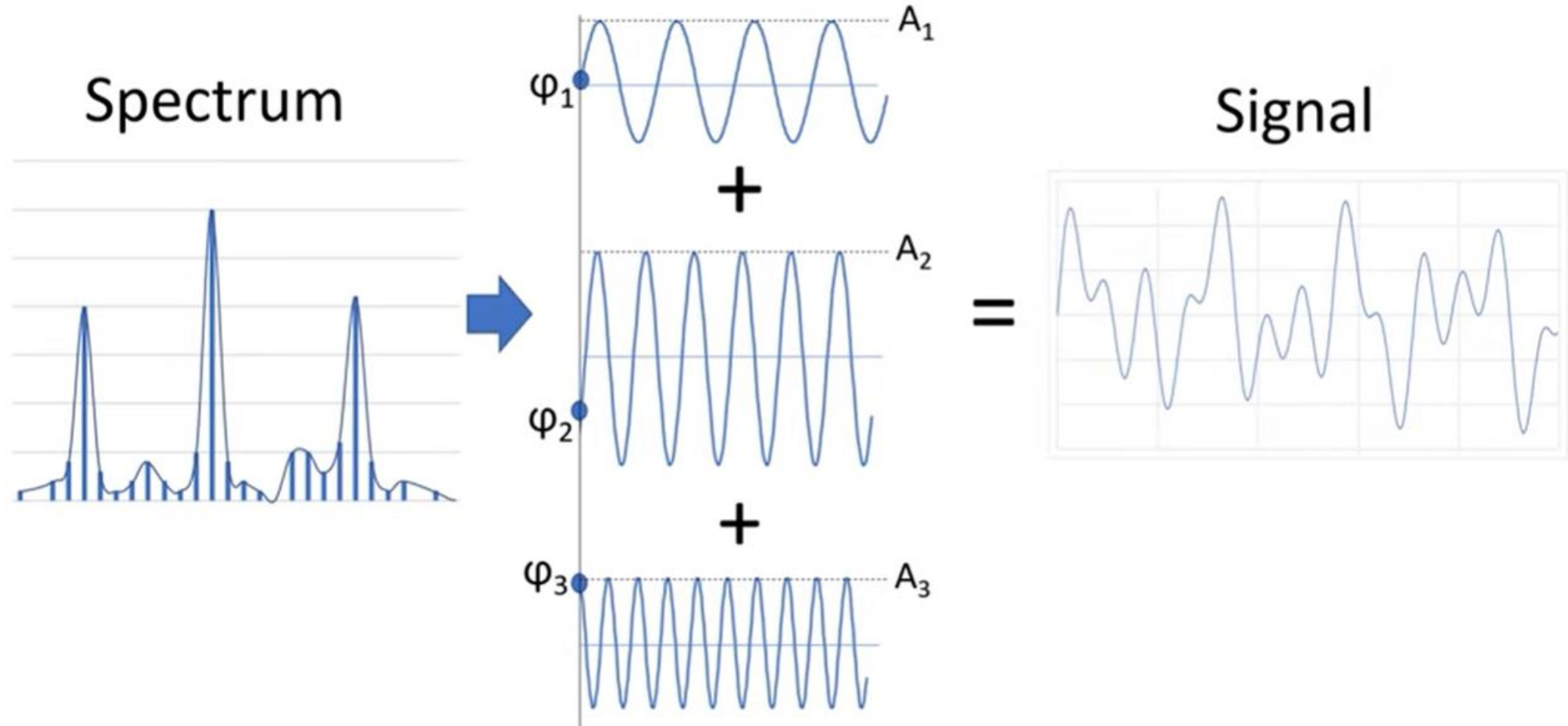
Repete-se o processo para várias frequências para obter o espectro de frequências do sinal



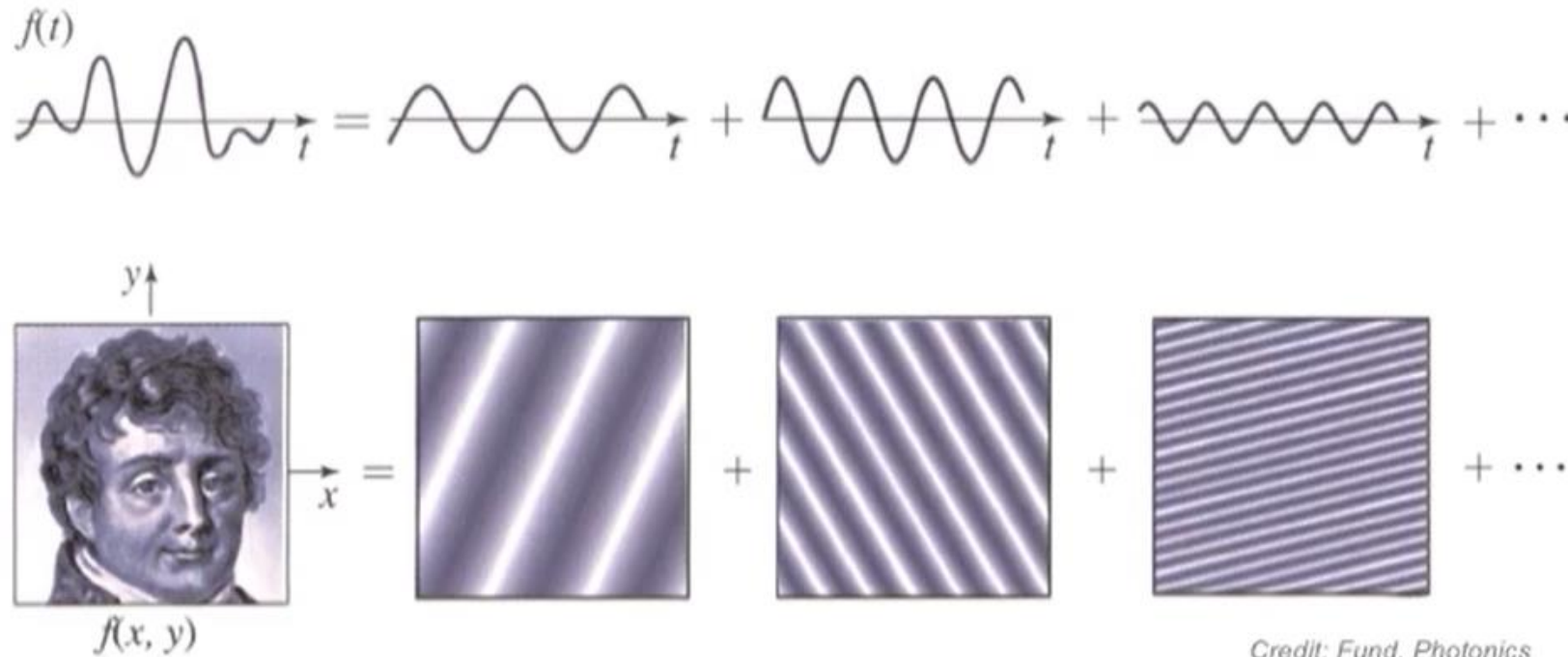
# O princípio da Transformada de Fourier



# Transformada de Fourier Inversa

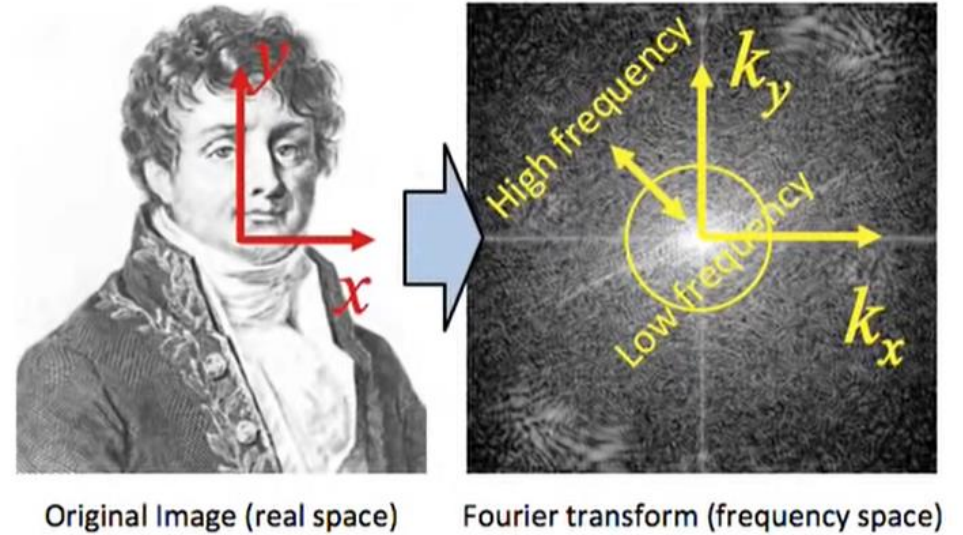
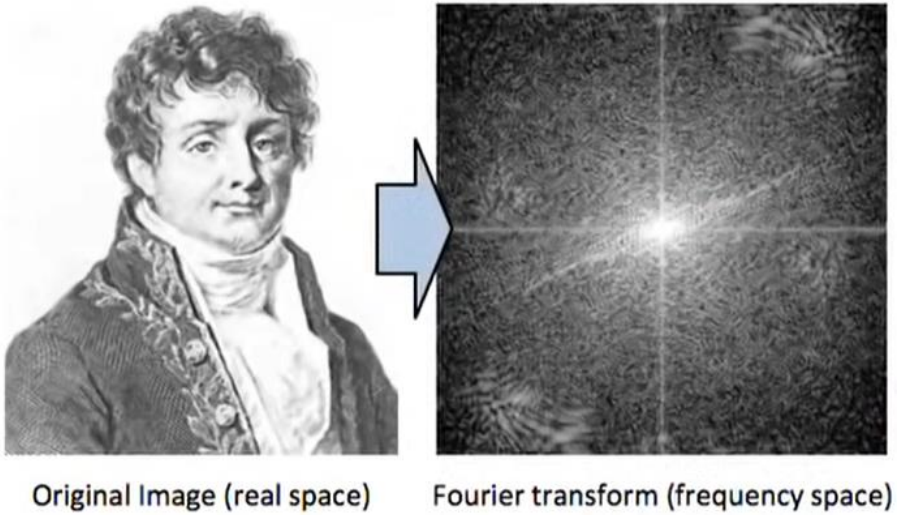


# Transformada de Fourier de imagens



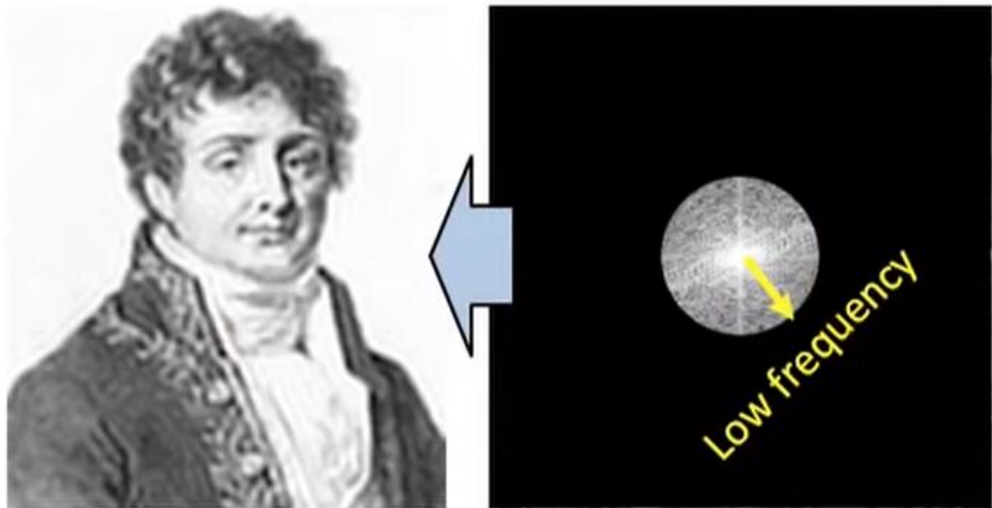
Ex. Algoritmos de compressão de imagem

# Transformada de Fourier de imagens



# Transformada de Fourier de imagens

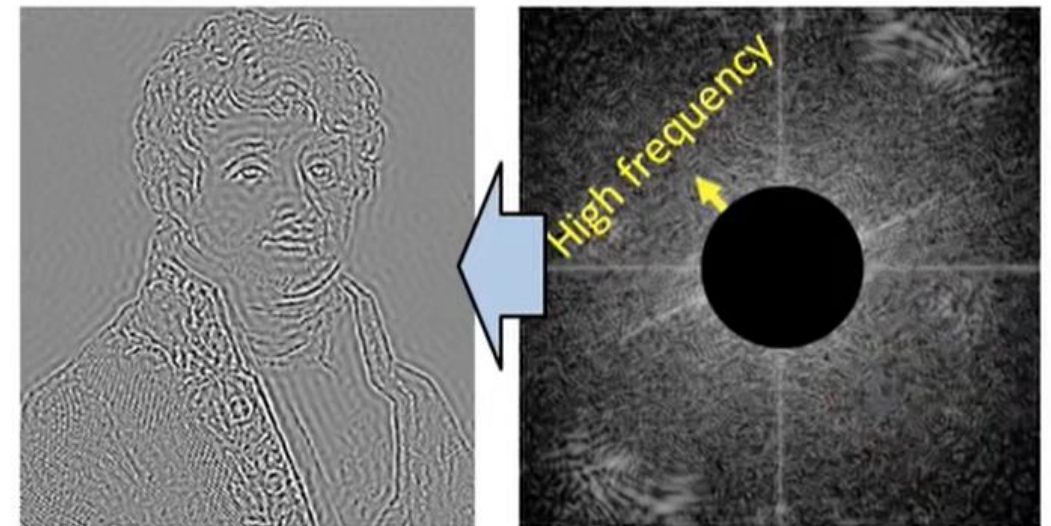
Componentes de baixa frequência



Original Image (real space)

Fourier transform (frequency space)

Componentes de alta frequência



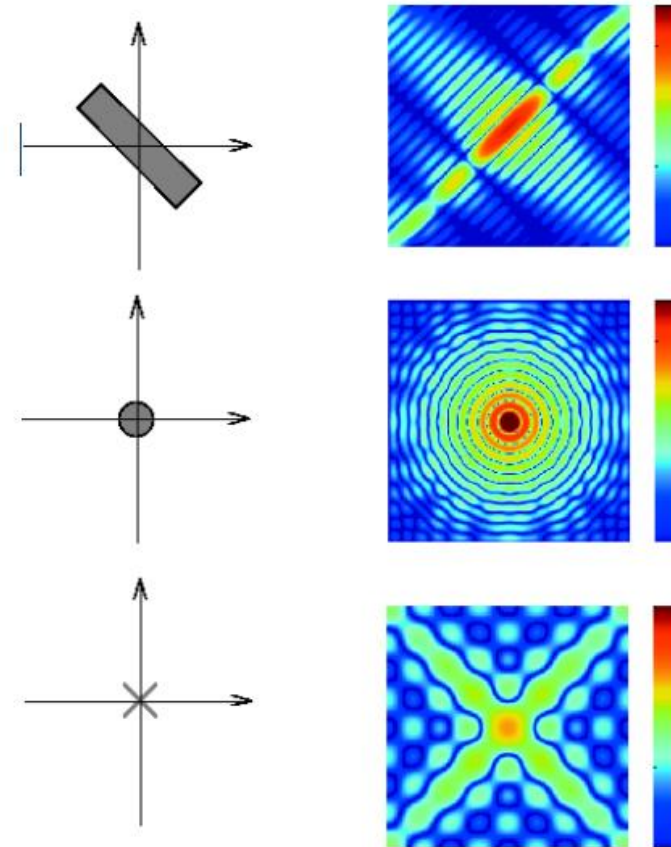
Original Image (real space)

Fourier transform (frequency space)



# Transformada de Fourier como ferramenta de edição de imagens

- Em uma foto, em geral, há padrões bem definidos que aparecem de forma clara na TF
- Dependendo da imagem, é mais fácil remover o padrão da TF do que da própria foto

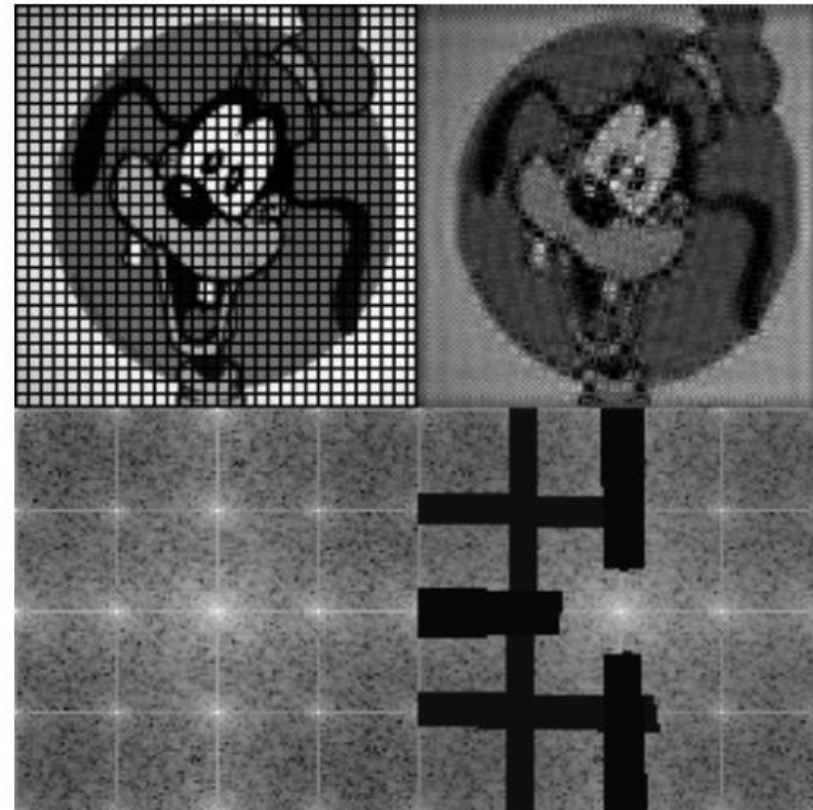


# Transformada de Fourier como ferramenta de edição de imagens

- Em algumas circunstâncias, o uso da TF pode ser bastante útil na edição de imagens
- Por exemplo:
  - ▶ Remoção de ruídos e artefatos
    - ★ Quando estes possuem frequência muito bem definida, sendo bem localizada na TF
  - ▶ Remoção de padrões
    - ★ Por exemplo, uma cerca pode ter um padrão de frequências bem definido
  - ▶ Filtros de efeitos especiais
    - ★ A remoção de algumas frequências pode criar efeitos interessantes

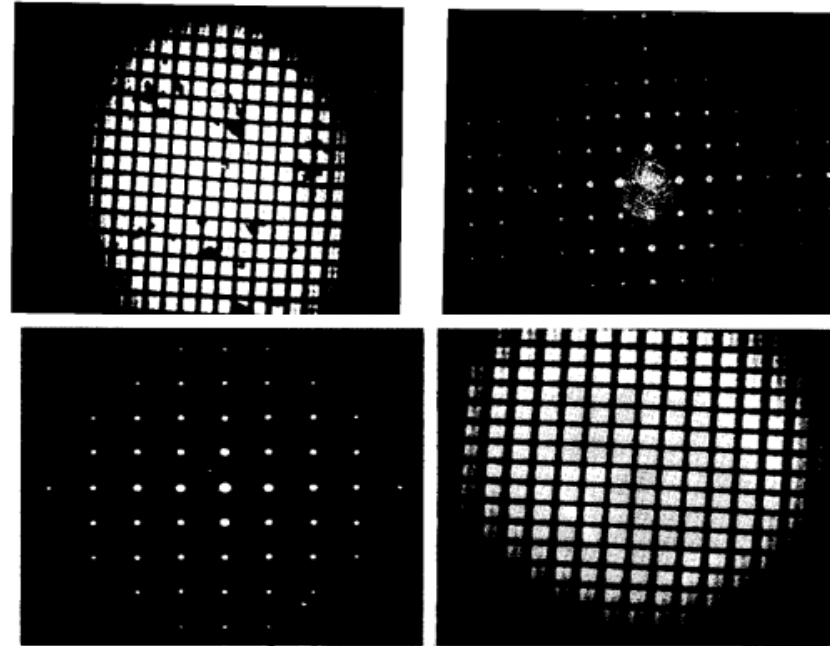
# Transformada de Fourier como ferramenta de edição de imagens

- Filtro para fazer contorno
  - ▶ Removem-se as baixas frequências
- Aumento de contraste
  - ▶ Ampliam-se as altas frequências, que amplificam as bordas
- Remoção de sombras
  - ▶ A sombra possui estrutura muito característica em frequência
- Outros métodos
  - ▶ Por exemplo, remoção de uma estrutura espúria



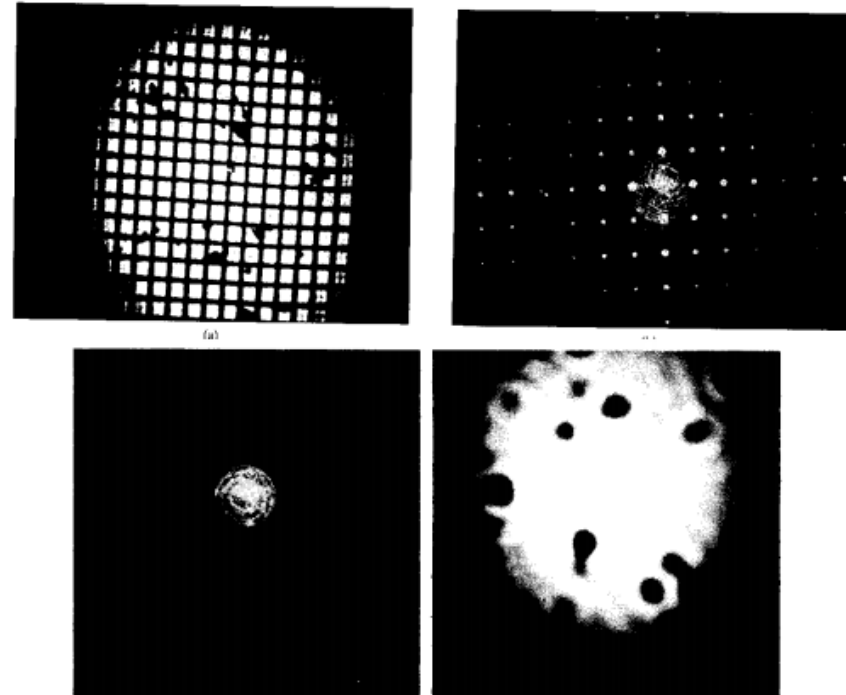
# Exemplo: impurezas em uma grade

- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a grade



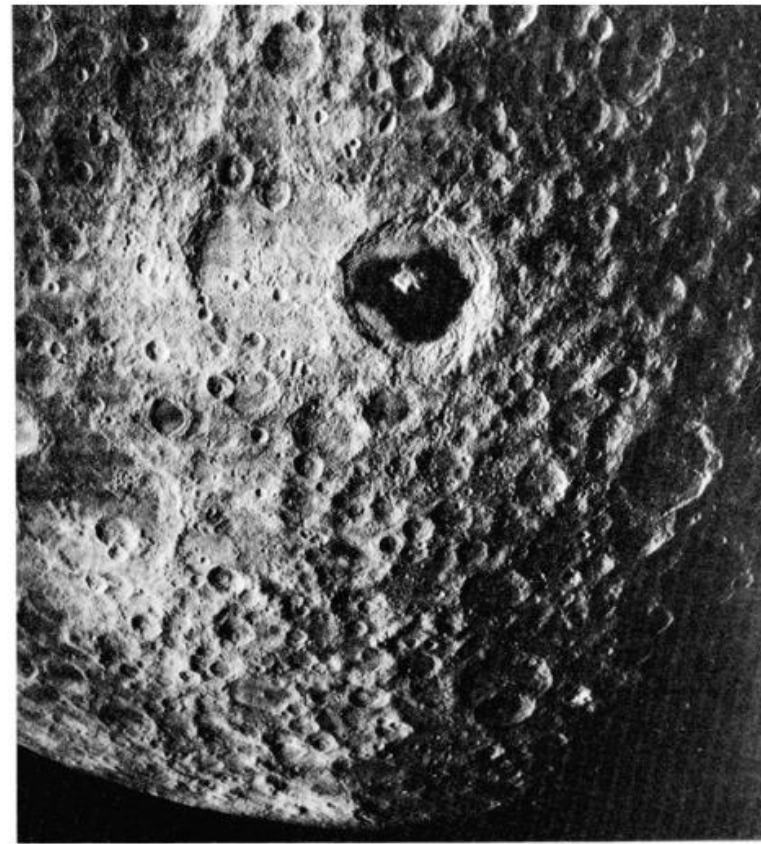
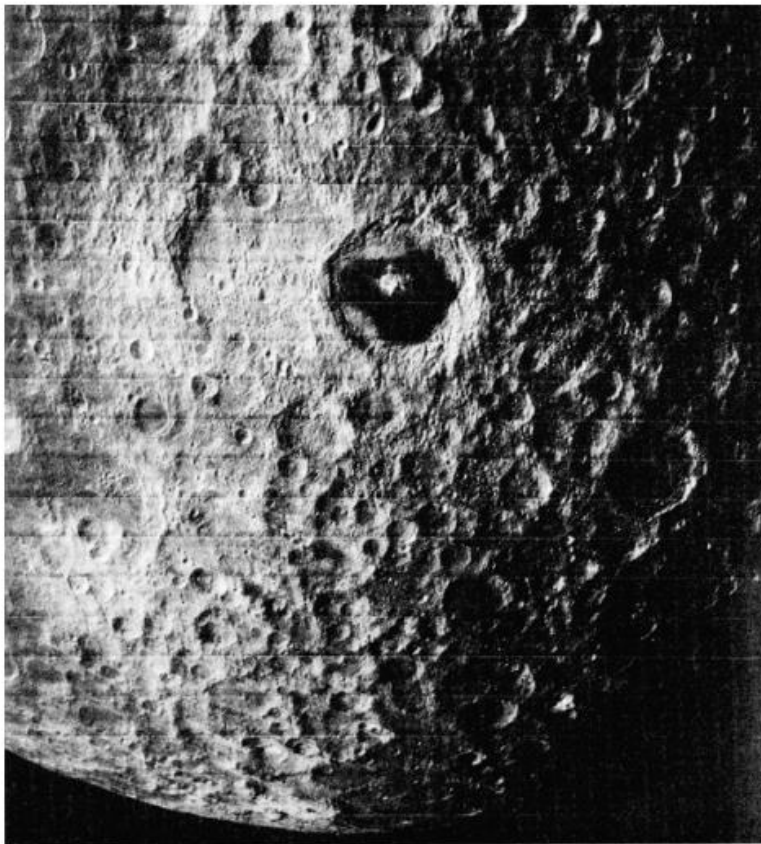
# Exemplo: impurezas em uma grade

- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a sujeira



# Exemplo: Aperfeiçoamento de imagens

Foto da lua antes e depois de filtragem



# Atividades do experimento

- Utilizar o programa ImageJ para o processamento das imagens
  - ▶ Obter a transformada de Fourier dos objetos propostos, e, através dela, determinar as dimensões dos mesmos
  - ▶ Usando filtros apropriados na transformada de Fourier, processar a imagem de alguns objetos com a finalidade de obter os efeitos desejados nas imagens finais.

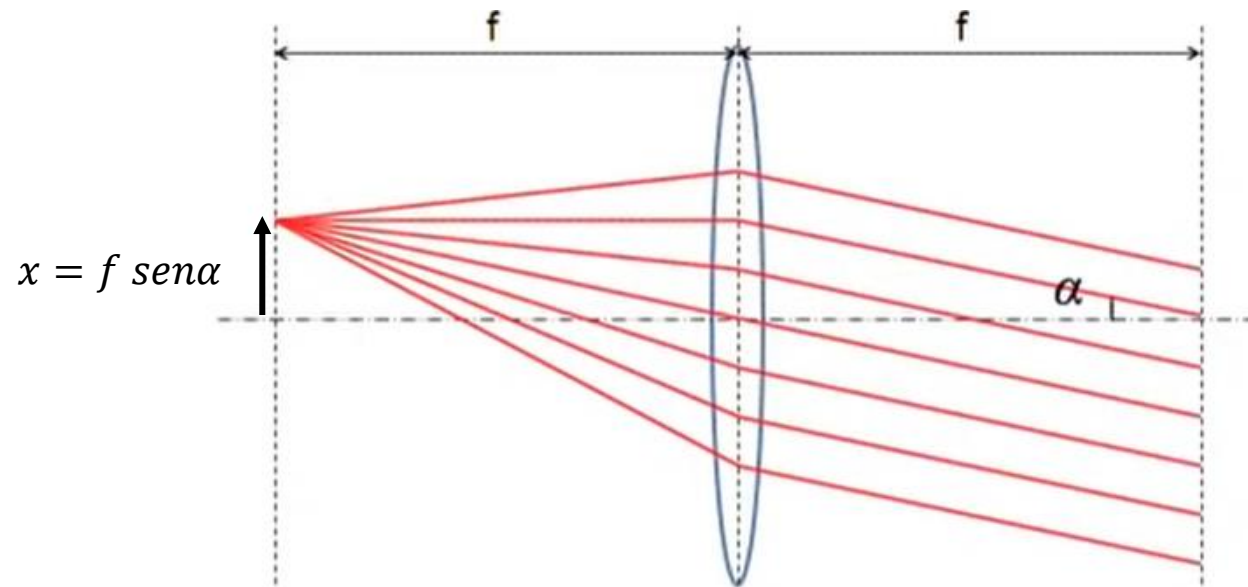
# Atividades do experimento

Para cada atividade deve ser apresentado

- A imagem inicial
- A transformada de Fourier da imagem
- Nos casos quantitativos
  - ▶ Indicar os pontos que foram utilizados para determinar as dimensões pedidas e como foi feita a análise
- No caso de filtragem de imagens
  - ▶ A imagem do filtro e porque esse filtro será adequado para o que se quer
  - ▶ A imagem depois do filtro
- Comente os resultados
- Será levada em conta a qualidade das imagens filtradas, quando for o caso.

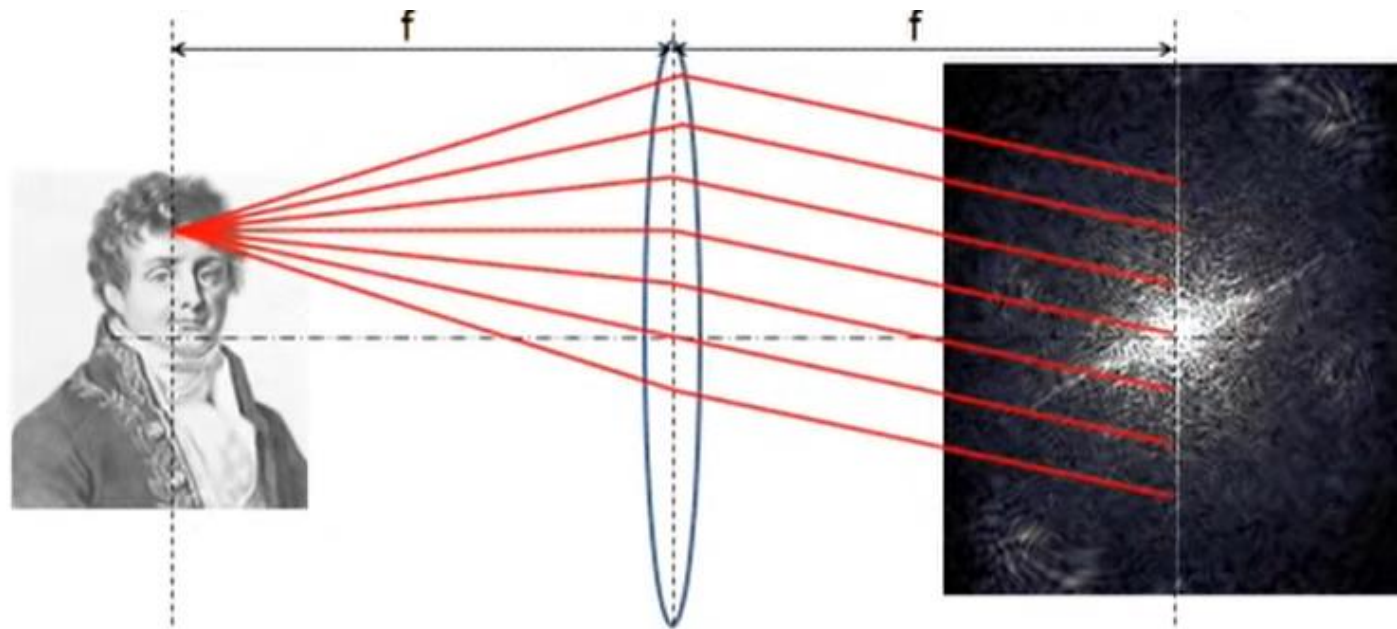


# Lentes e Transformadas de Fourier



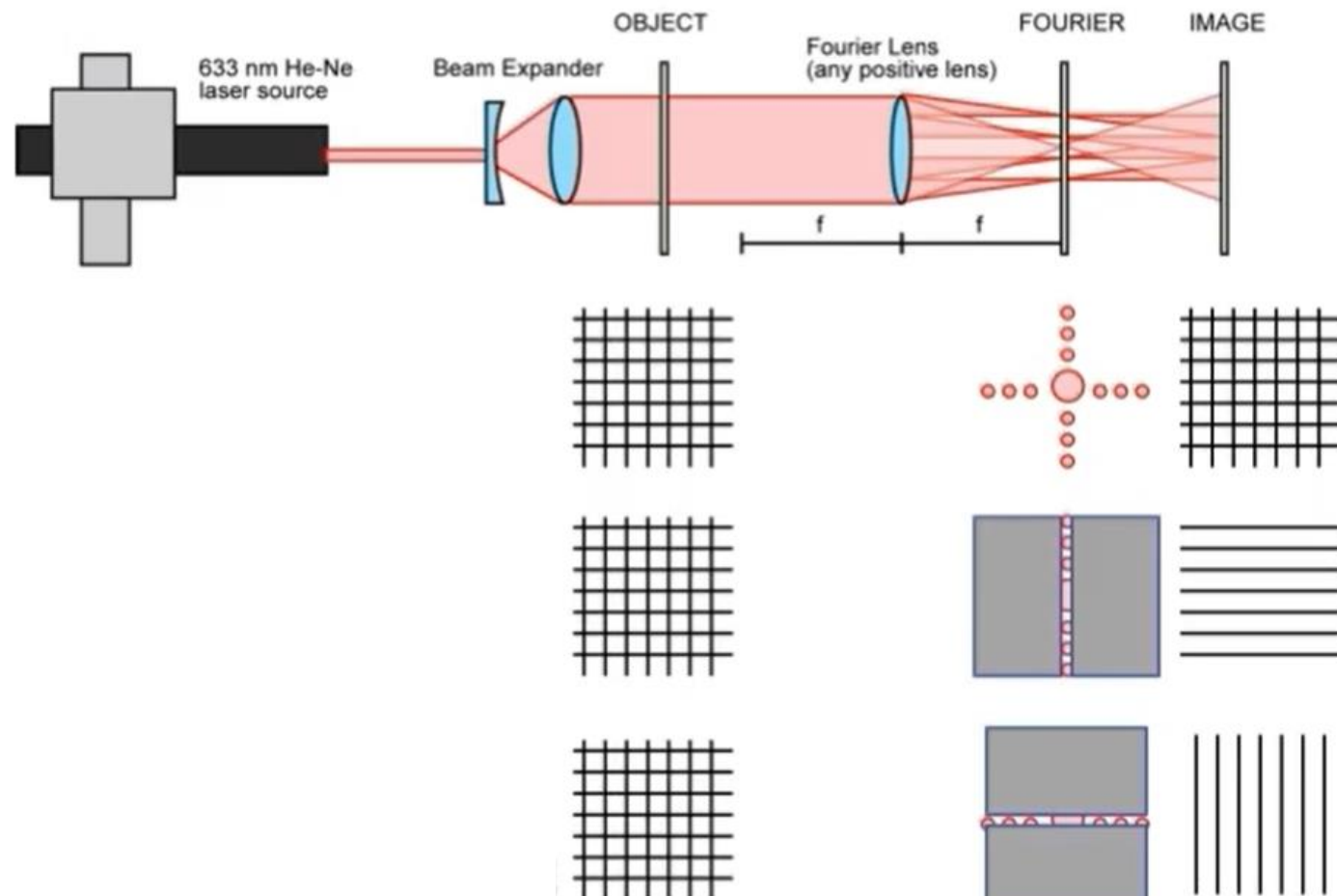
Mostrar na lousa!

# Lentes e Transformadas de Fourier



Lente produz a transformada de Fourier do objeto no plano focal!

# Computador óptico



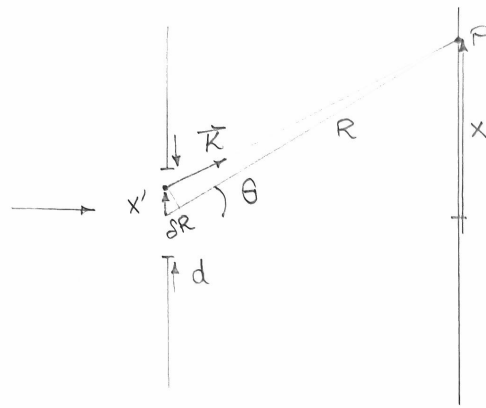
# Atividade no lab



- Utilize a lente de distância focal 40 cm. Observe a transformada de Fourier da grade no plano de Fourier. Fotografe.
  - Observe a imagem recomposta num anteparo distante. Fotografe.
  - Descubra um filtro a ser aplicado no plano de Fourier capaz de eliminar as linhas verticais da grade. Fotografe.
  - Depois elimine as linhas horizontais. Fotografe.
- Discuta os resultados.

Atividade 5.

Retornando à fenda simples (Difração de Fraunhofer)



Campo  $\vec{E}$  no pts P produzido por uma fonte puntual em  $x'$

$$\vec{E}(x) = \frac{\vec{E}_0}{R} \cos(KR - \omega t - \beta R)$$

$$\beta R = x' \sin \theta$$

$$\hookrightarrow \vec{E}(x) = \frac{\vec{E}_0}{R} e^{i(KR - \omega t - Kx' \sin \theta)}$$

Integrando sobre o eixo  $x'$ :

$$\vec{E}(x) = \frac{\vec{E}_0}{R} e^{i(KR - \omega t)} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-iKx' \sin \theta} dx'$$

$$\vec{K} \cdot \hat{x} = K_x = K \sin \theta$$

$$\vec{E}(x) = \frac{\vec{E}_0}{R} e^{i(KR - \omega t)} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-iK_x x'} dx'$$

$$= \frac{\vec{E}_0}{R} e^{i(KR - \omega t)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iK_x x'} dx'$$

em fog de diferença angular e domínio de integração

É se a amplitude de  $\vec{E}_0$  varia ao longo da fenda?

$$\vec{E}(x) = \frac{e^{i(KR - \omega t)}}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_0(x') e^{-iK_x x'} dx'$$

Transf de Fourier - 1D:

$$f(K_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_0(x) e^{-iK_x x} dx$$

o padrão de difração de Fraunhofer é a transf de Fourier do obj. iluminado

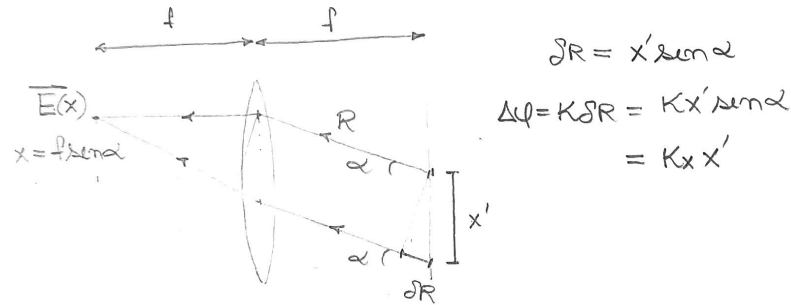
\* Propriedades da transf. de Fourier

→ transforma uma função no domínio do espaço p/ o domínio das freq. espaciais.

$$\mathcal{F}(kx) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{E_0(x)} e^{-ikx} dx$$

$$\hookrightarrow \text{transf. inversa: } \mathcal{F}^{-1}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{E_0(x)} e^{ikx} dx$$

lentes e transf. de Fourier



$$KR = x' \sin \alpha$$

$$\Delta l = KR = Kx' \sin \alpha$$

$$= Kx x'$$

$$\overline{E(x)} = \frac{\overline{E_0}}{R} e^{iKR - i\omega t} \int_{\text{abertura do lente}} e^{iKx x'} dx'$$

a lente produz a T.F. de um objeto no plano focal!