



*Escola de Engenharia de São Carlos
Universidade de São Paulo*

PID – Sistemas oscilatórios

Aula 24

SEM 0169 – Sistemas de Controle

Profa. Maíra Martins da Silva

mairams@sc.usp.br

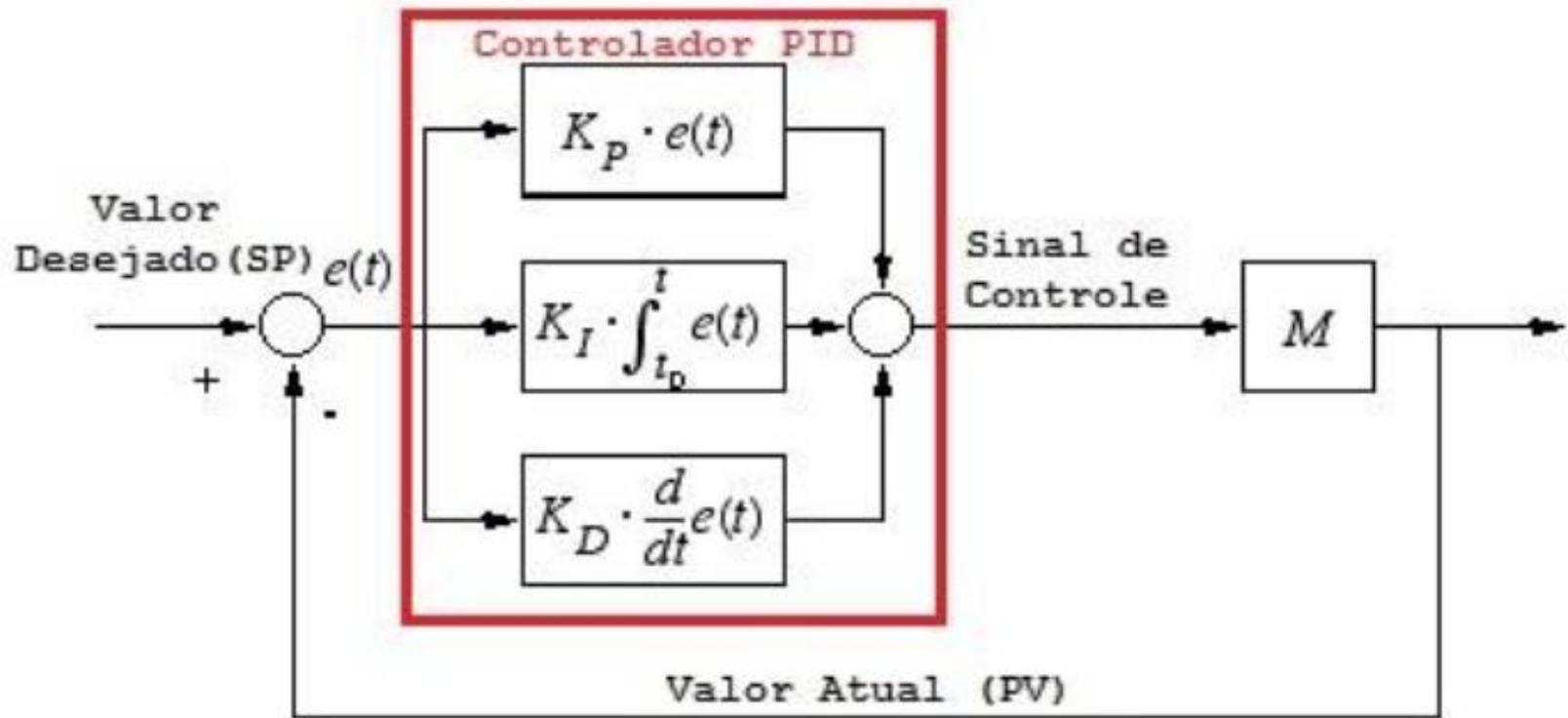
(16) 9 9291 8310



Objetivo

Apresentar uma abordagem sistemática para projetar PID para sistemas que oscilam.

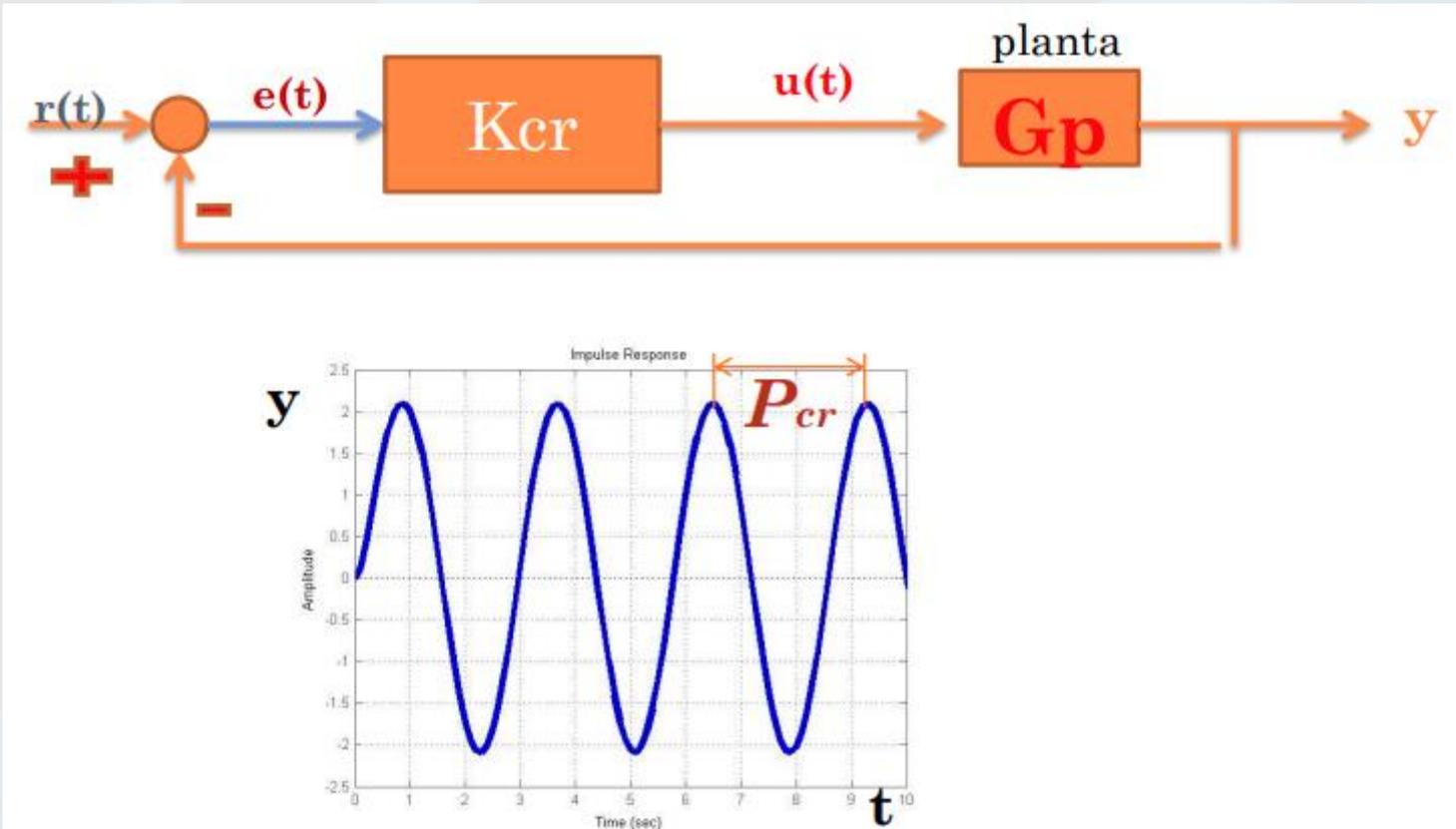
PID



PID

| | Tempo de subida | Sobressinal | Tempo de acomodação | Erro em regime permanente |
|---------------------|-------------------|-------------|---------------------|---------------------------|
| Proporcional | Diminui | Aumenta | Pequenas mudanças | Diminui |
| Integral | Diminui | Aumenta | Aumenta | Elimina |
| Derivativo | Pequenas mudanças | Diminui | Diminui | Pequenas mudanças |

PID – Ziegler Nichols



PID – Ziegler Nichols

LIMITE

| Tipo de Controlador | K_p | T_i | T_d |
|---------------------|--------------|----------------------|---------------|
| P | $0,5K_{cr}$ | ∞ | 0 |
| PI | $0,45K_{cr}$ | $\frac{P_{cr}}{1,2}$ | 0 |
| PID | $0,60K_{cr}$ | $0,5 P_{cr}$ | $0,125P_{cr}$ |

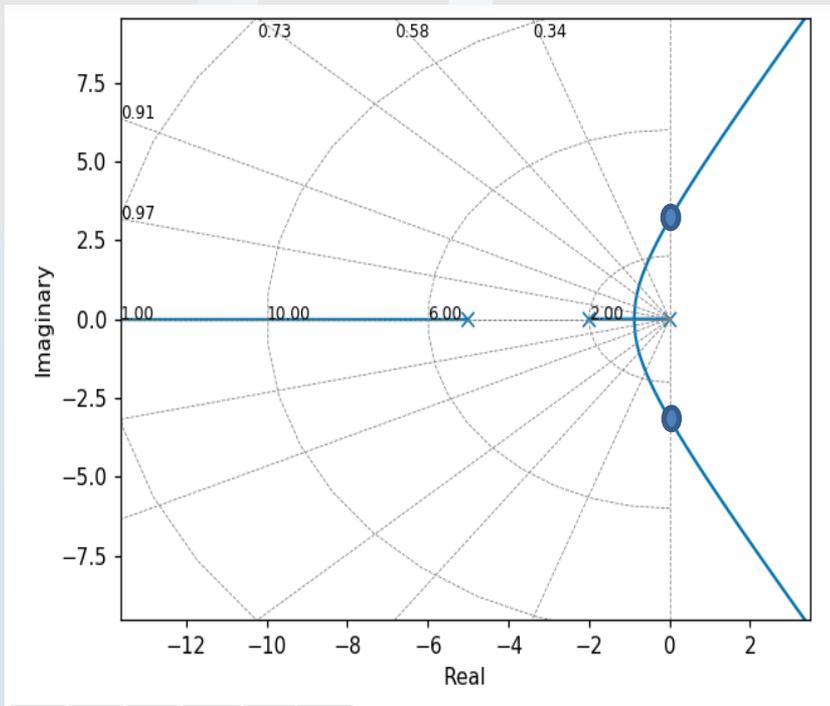
$$PID = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$



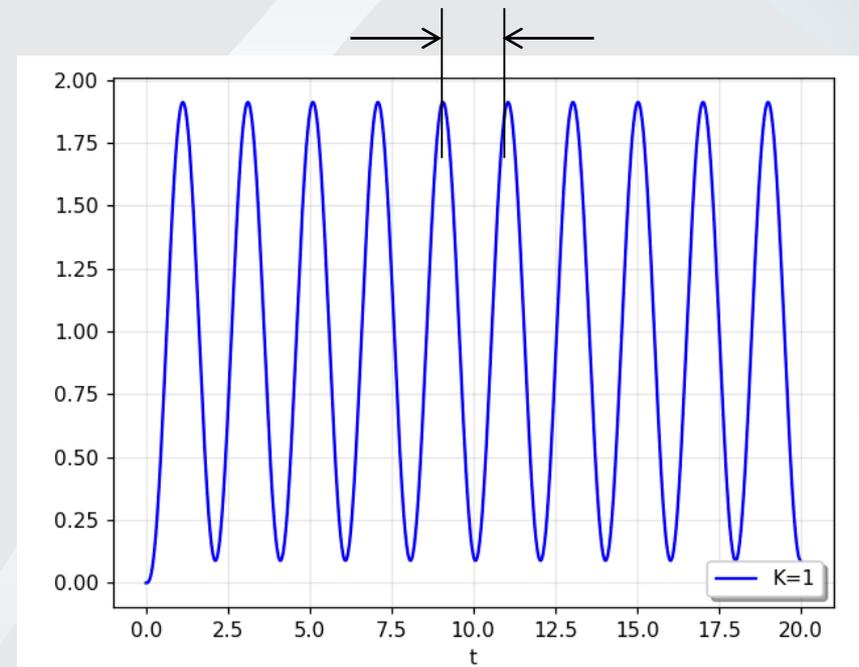
PID – Ziegler Nichols

Sistemas COM oscilações

K_c : ganho para com o sistema fica criticamente amortecido



T_c : período da resposta ao degrau



Resposta ao degrau para a malha fechada considerando o ganho igual a K_c

PID – Ziegler Nichols

Sistemas COM oscilações

K_c : ganho para com o sistema fica criticamente amortecido

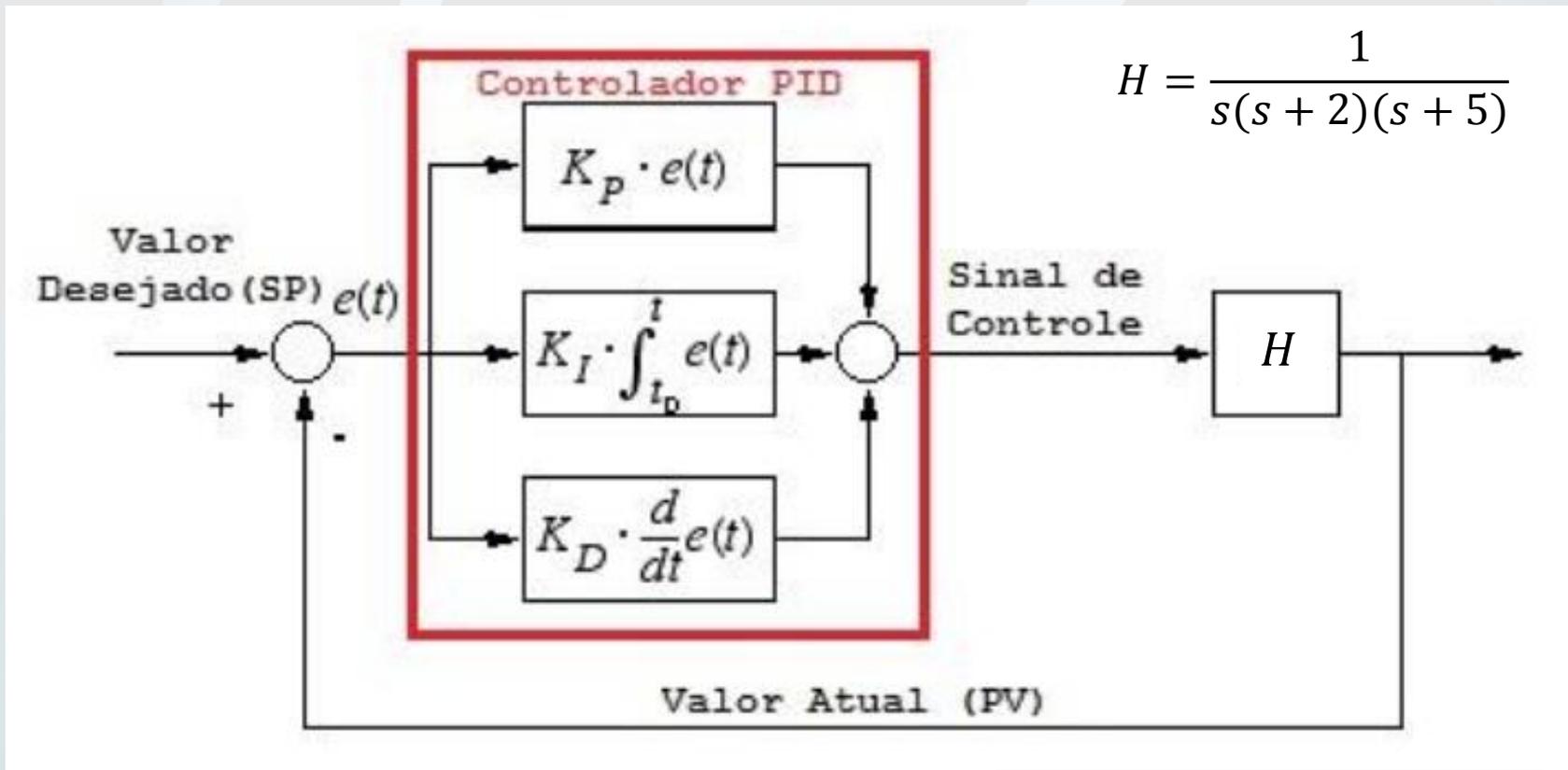
T_c : período da resposta ao degrau

$$C_{PID} \approx \frac{0.075K_cT_c(s + 4/T_c)^2}{s}$$

Usualmente, o fator de amortecimento do sistema fica por volta de 0.25 e o sobressinal 40%. Ajustes são sempre necessários.

PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1

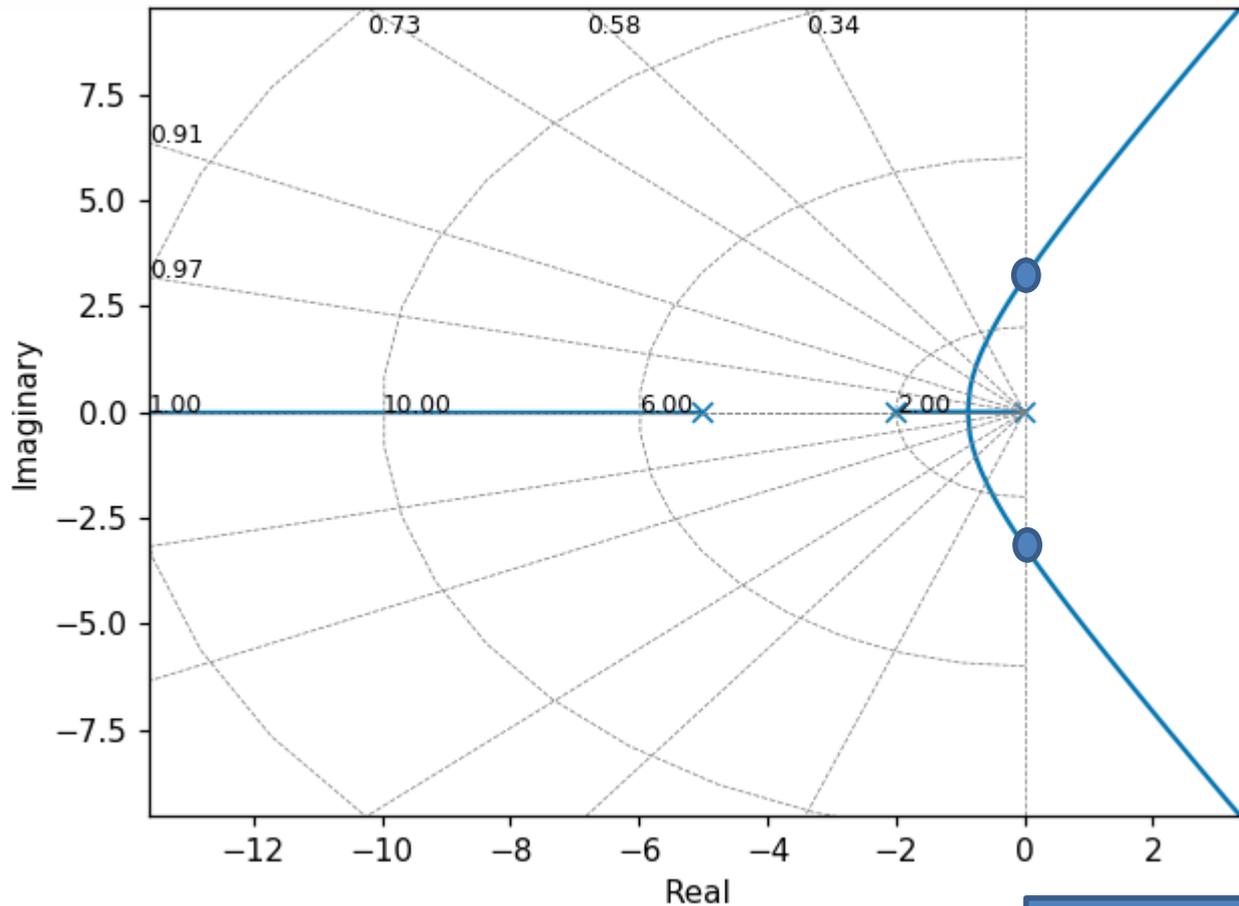
Sistemas COM oscilações



PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1

Sistemas COM oscilações

K_c : ganho para com o sistema
fica criticamente amortecido



PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1

Kc por Critério de Rough

Estabilidade: $0 < K_c < 70$

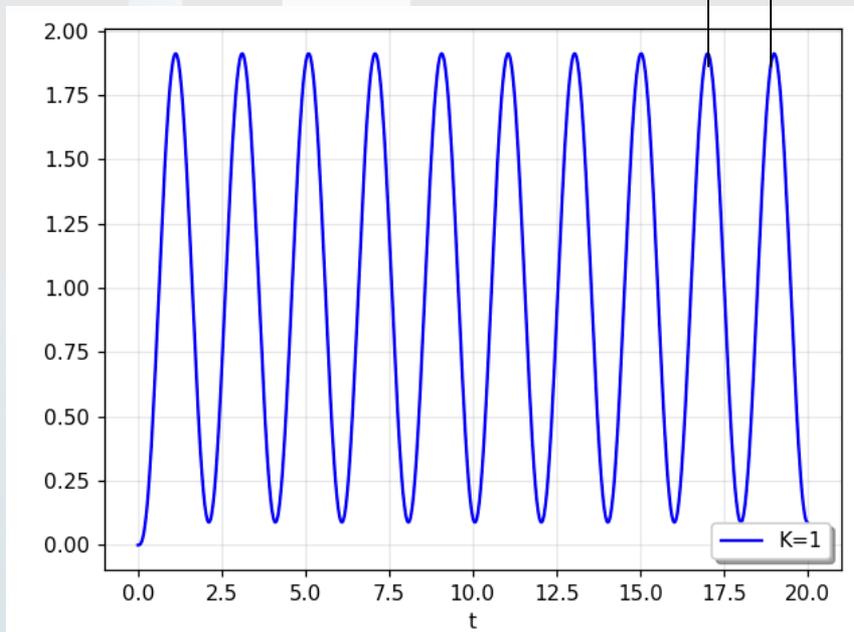
$$MF = \frac{\frac{K}{s(s+2)(s+5)}}{1 + \frac{K}{s(s+2)(s+5)}}$$

$$MF = \frac{K}{s^3 + 7s^2 + 10s + K}$$

PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1

Sistemas COM oscilações

T_c : período da resposta ao degrau



$$T_c = 2$$

Resposta ao degrau
para a malha fechada
considerando o
ganho igual a K_c

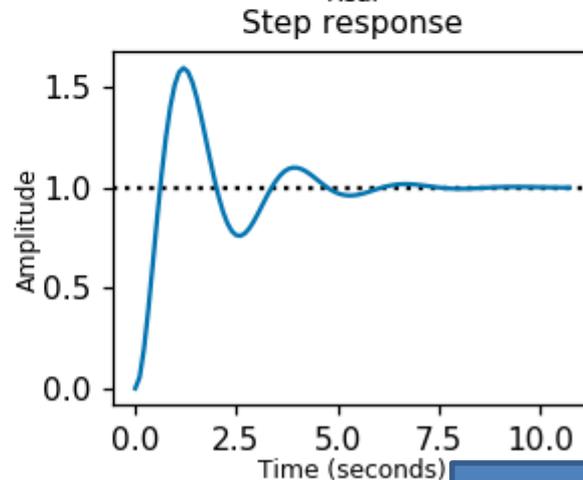
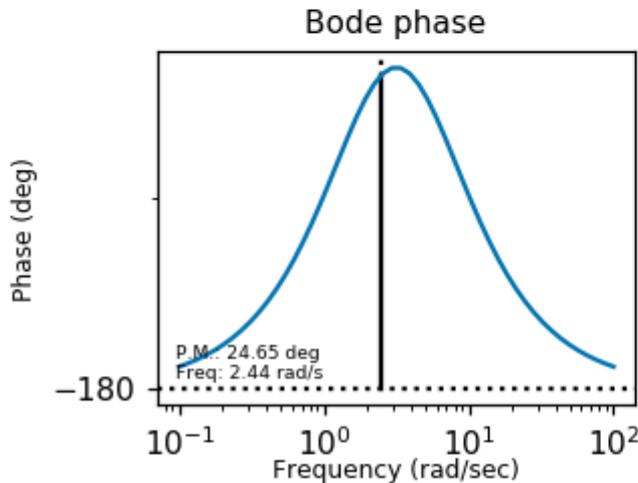
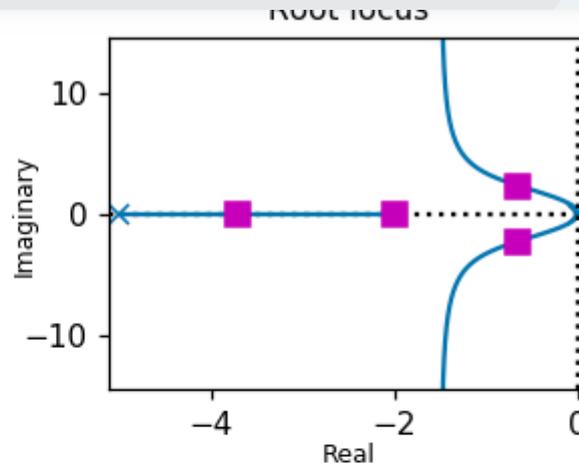
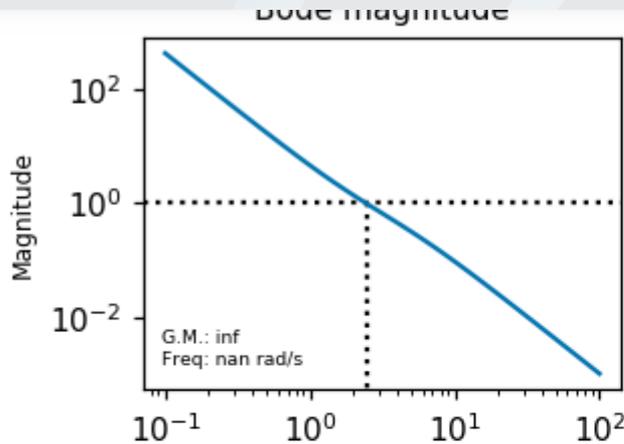
PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1

Sistemas COM oscilações

$K_c = 70$

$T_c = 2$

$$C_{PID} \approx \frac{0.075K_c T_c (s + 4/T_c)^2}{s}$$

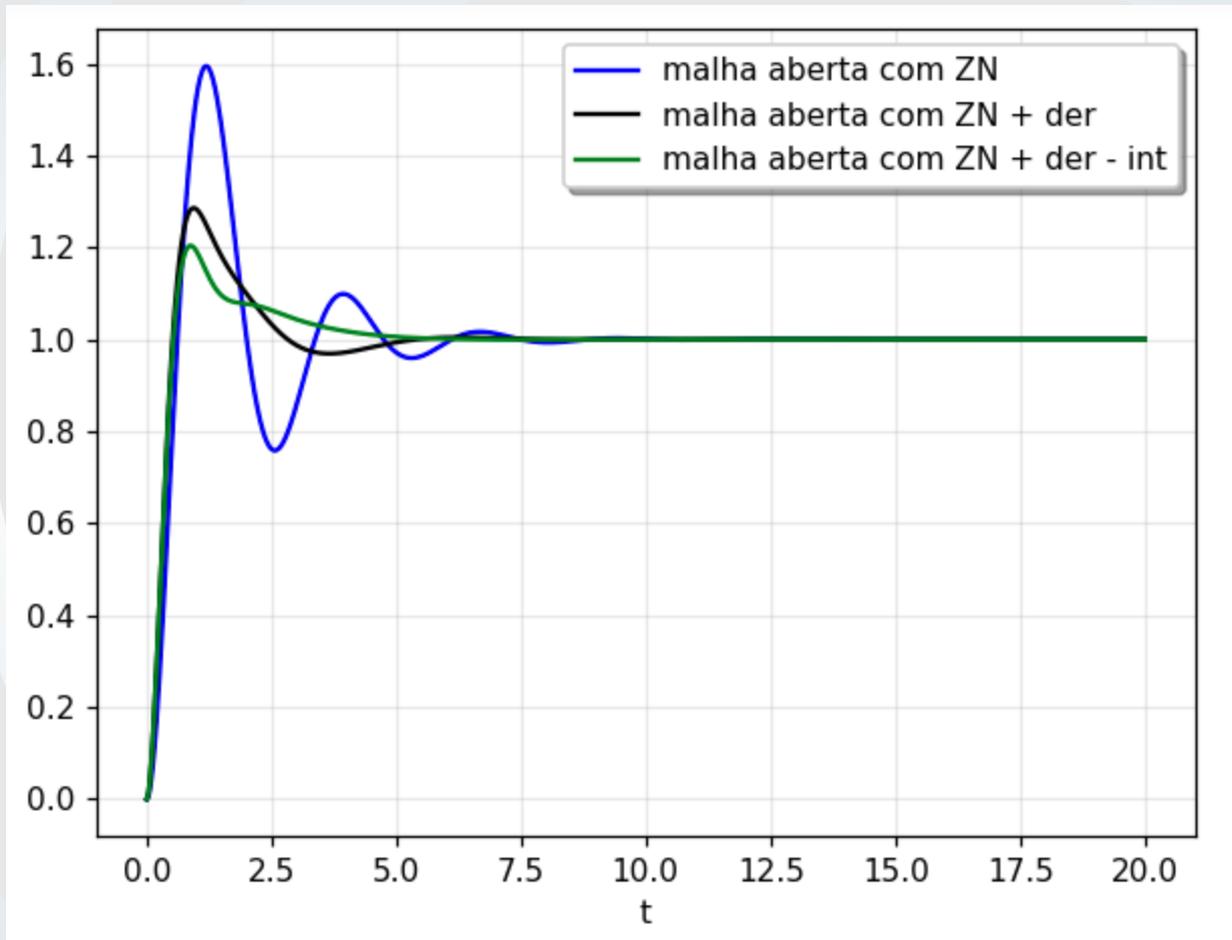


Sobresinal: 60%

Margem: 24°
PEQUENA!

Precisa de
AJUSTE!!

PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1



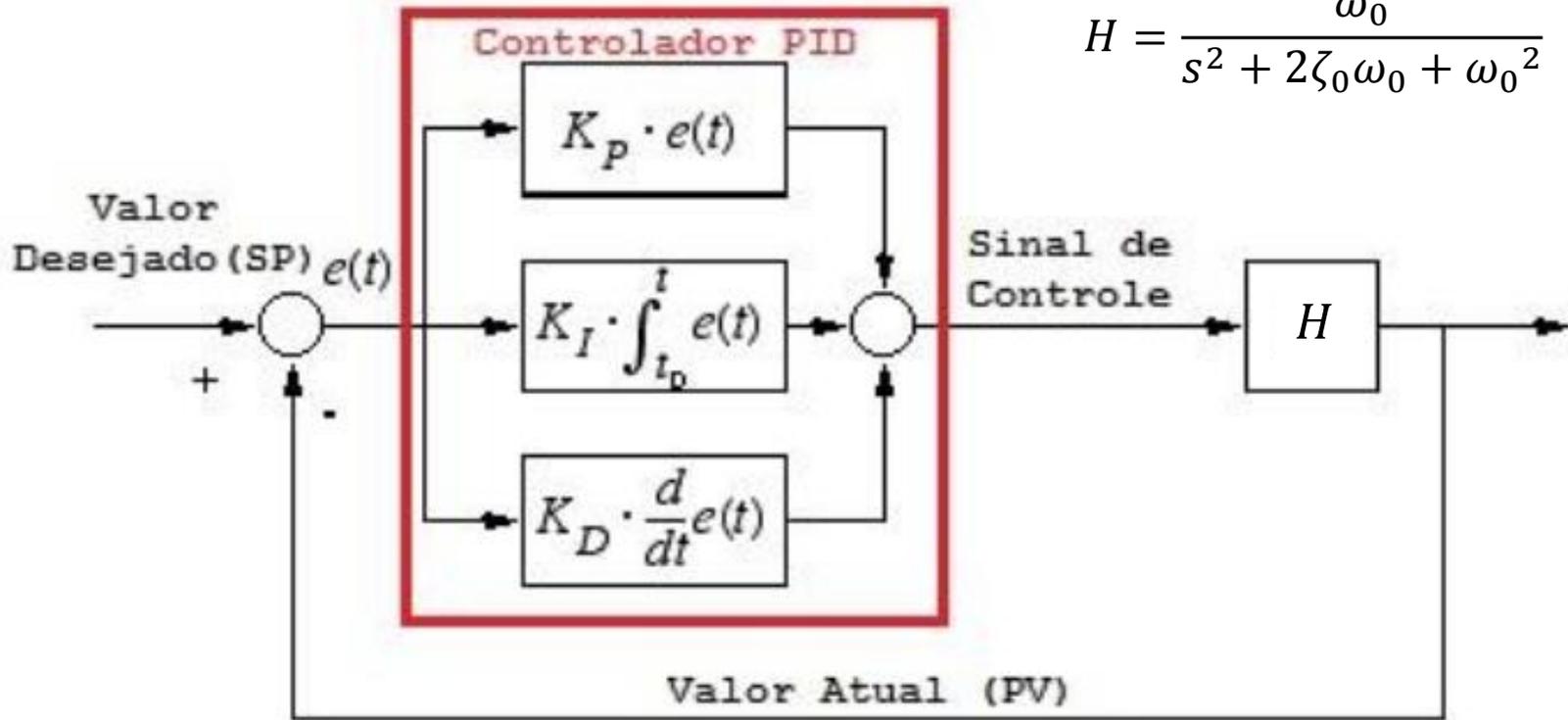
PID – Ziegler Nichols – Exemplo 2

Não ter erro de regime
Freq de corte em 1 rad/s

$$\omega_0 = 0.1 \text{ rad/s}$$

$$\zeta_0 = 0.2$$

$$H = \frac{\omega_0}{s^2 + 2\zeta_0\omega_0 s + \omega_0^2}$$



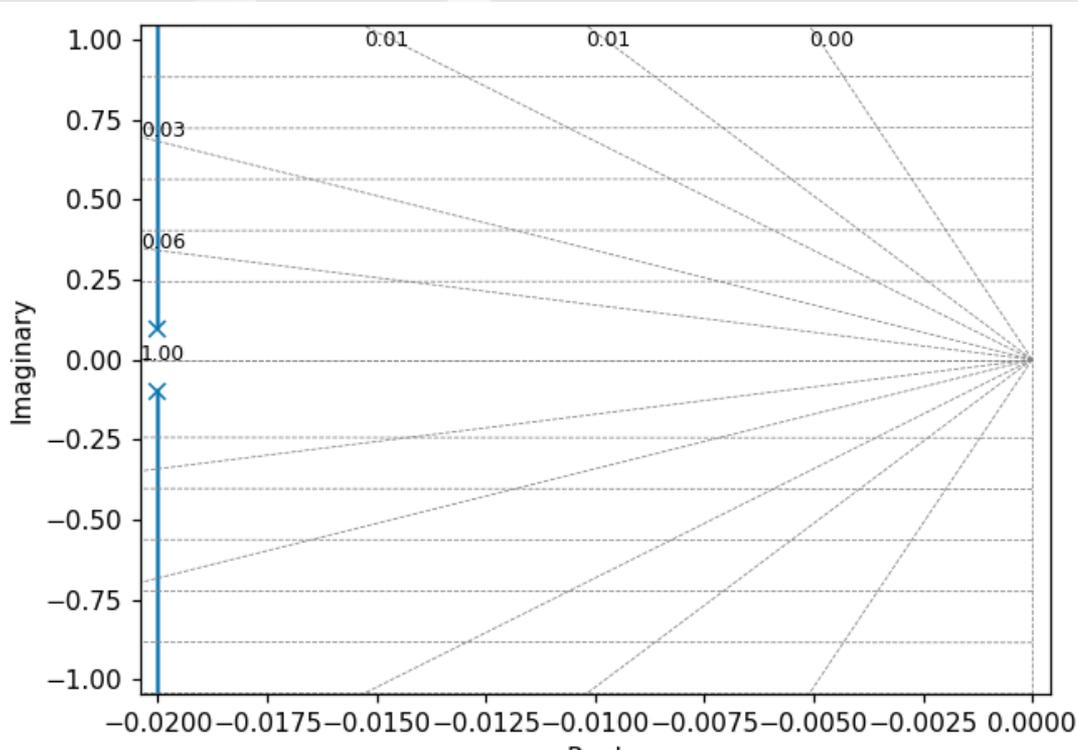
PID – Ziegler Nichols – Exemplo 2

Não ter erro de regime
Freq de corte em 1 rad/s

$$\omega_0 = 0.1 \text{ rad/s}$$

$$\zeta_0 = 0.2$$

$$H = \frac{\omega_0}{s^2 + 2\zeta_0\omega_0 s + \omega_0^2}$$



Kc=?

PID – Ziegler Nichols – Exemplo 2

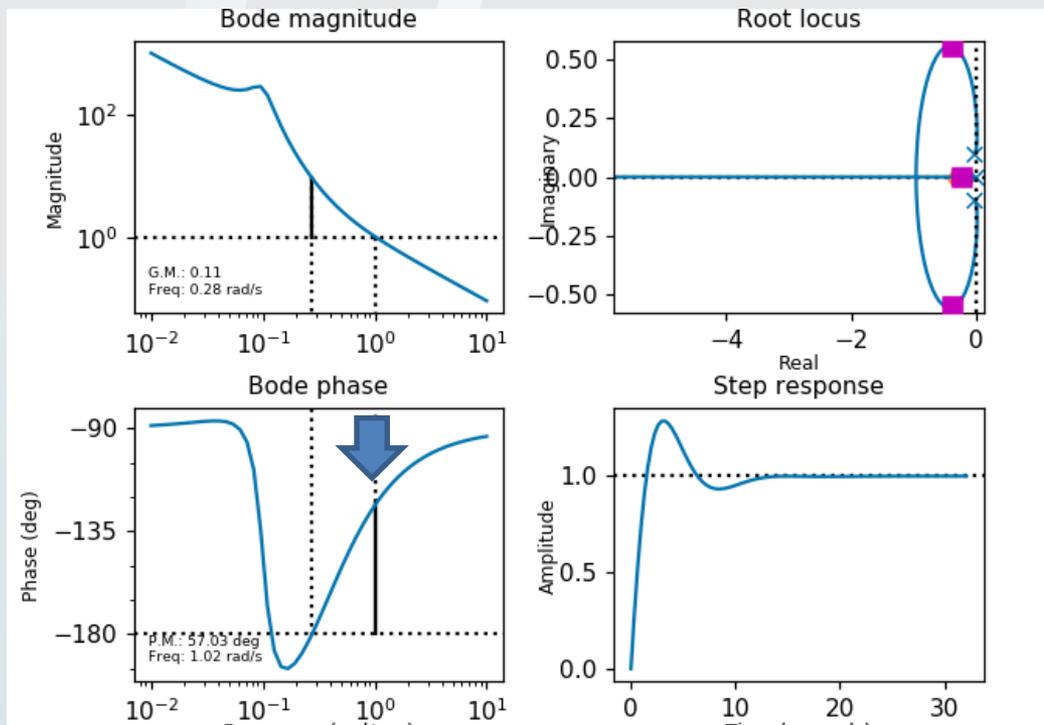
Não ter erro de regime
Freq de corte em 1 rad/s

$$\omega_0 = 0.1 \text{ rad/s}$$

$$\zeta_0 = 0.2$$

$$H = \frac{\omega_0}{s^2 + 2\zeta_0\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Fiz na tentativa e erro.
Tem como melhorar?



Conclusões

- PID com oscilações !!! Deu certo quando podemos calcular o K_c (critério de Rough ou Lugar das Raízes)
- E se não existir K_c ? Vamos propor usar compensadores ou alocação de polos ...



EESC • USP

www.eesc.usp.br