



*Escola de Engenharia de São Carlos  
Universidade de São Paulo*

# **PID – Sistemas oscilatórios**

## **Aula 24**

**SEM 0169 – Sistemas de Controle**

Profa. Maíra Martins da Silva

[mairams@sc.usp.br](mailto:mairams@sc.usp.br)

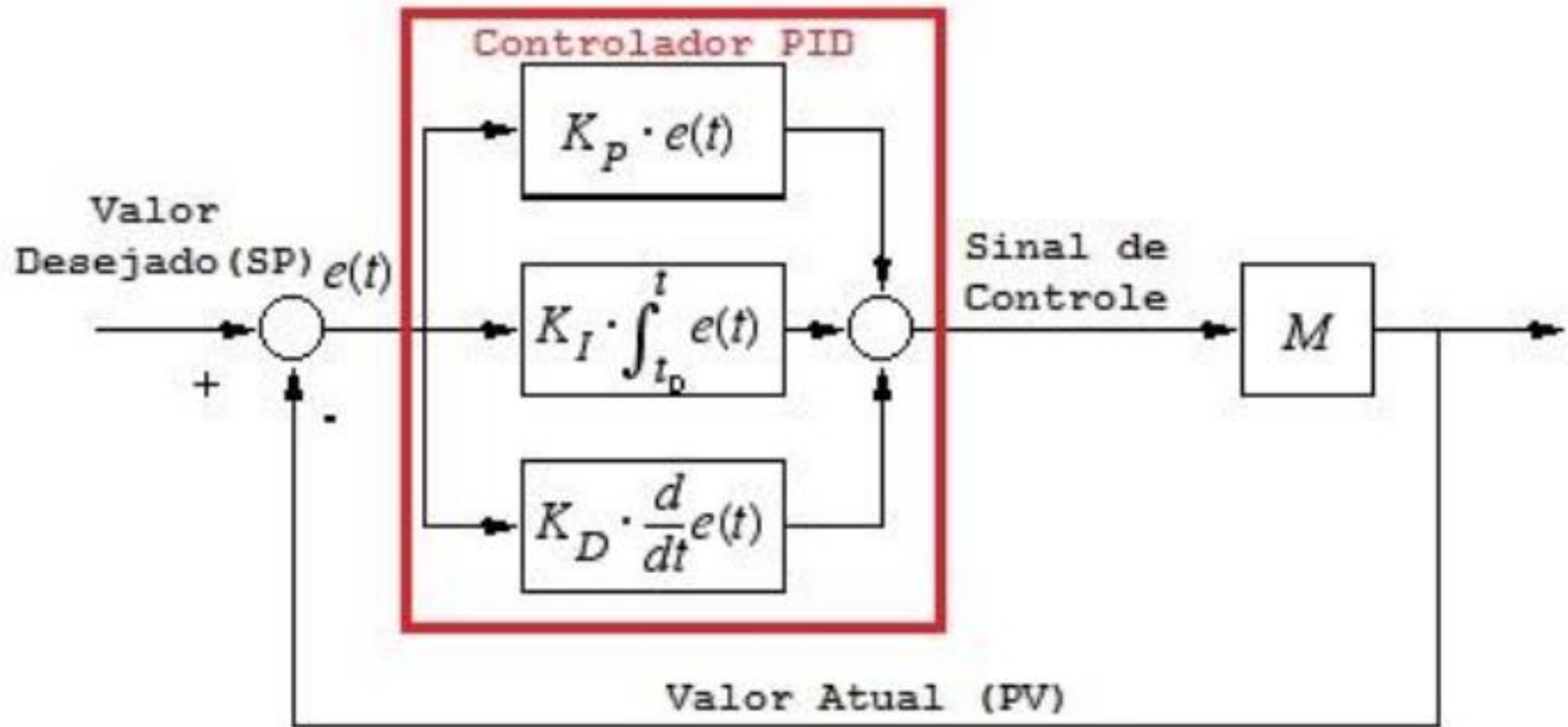
(16) 9 9291 8310



# Objetivo

Apresentar uma abordagem sistemática para projetar PID para sistemas que oscilam.

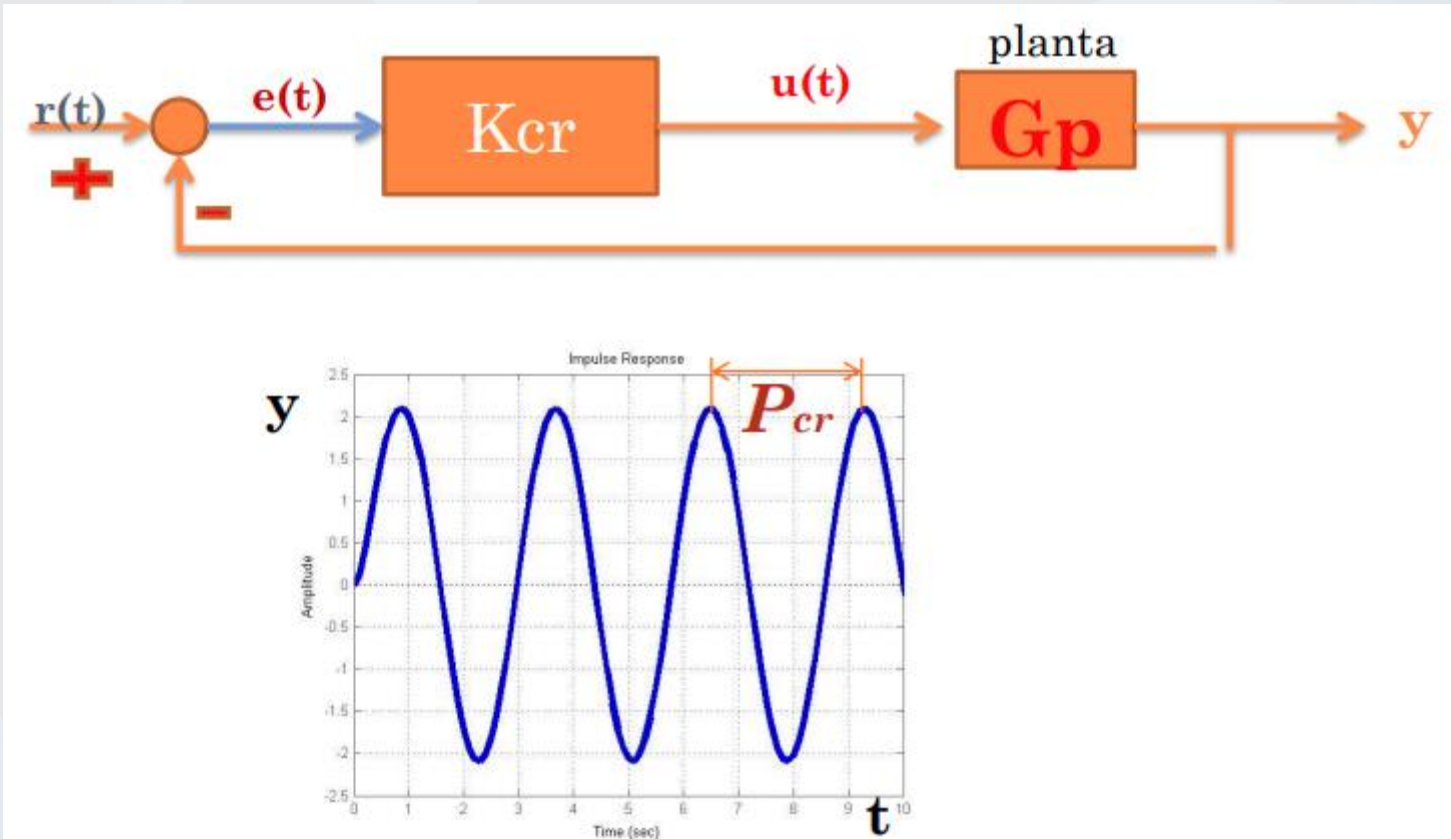
# PID



# PID

	Tempo de subida	Sobressinal	Tempo de acomodação	Erro em regime permanente
<b>Proporcional</b>	Diminui	Aumenta	Pequenas mudanças	Diminui
<b>Integral</b>	Diminui	Aumenta	Aumenta	Elimina
<b>Derivativo</b>	Pequenas mudanças	Diminui	Diminui	Pequenas mudanças

# PID – Ziegler Nichols



# PID – Ziegler Nichols

## *LIMITE*

Tipo de Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
$P$	$0,5K_{cr}$	$\infty$	$0$
$PI$	$0,45K_{cr}$	$\frac{P_{cr}}{1,2}$	$0$
$PID$	$0,60K_{cr}$	$0,5 P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

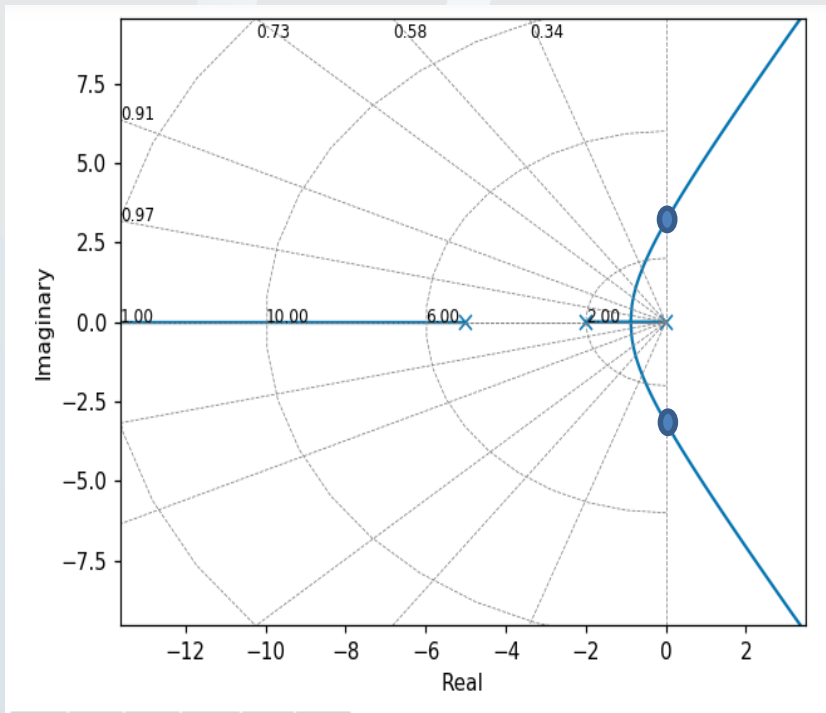
$$PID = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$



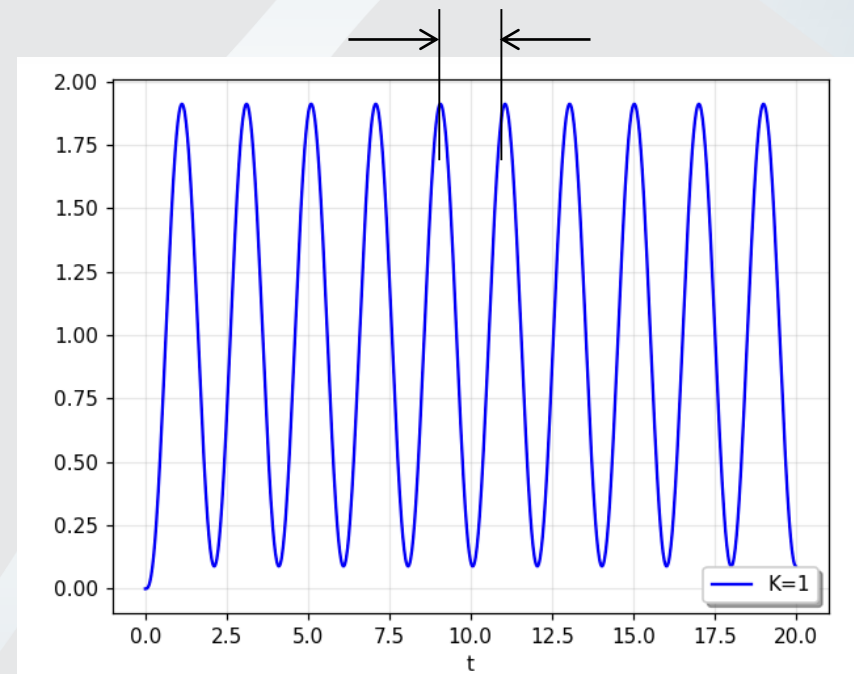
# PID – Ziegler Nichols

Sistemas COM oscilações

$K_c$ : ganho para com o sistema fica criticamente amortecido



$T_c$ : período da resposta ao degrau



Resposta ao degrau para a malha fechada considerando o ganho igual a  $K_c$



# PID – Ziegler Nichols

Sistemas COM oscilações

$K_c$ : ganho para com o sistema fica criticamente amortecido

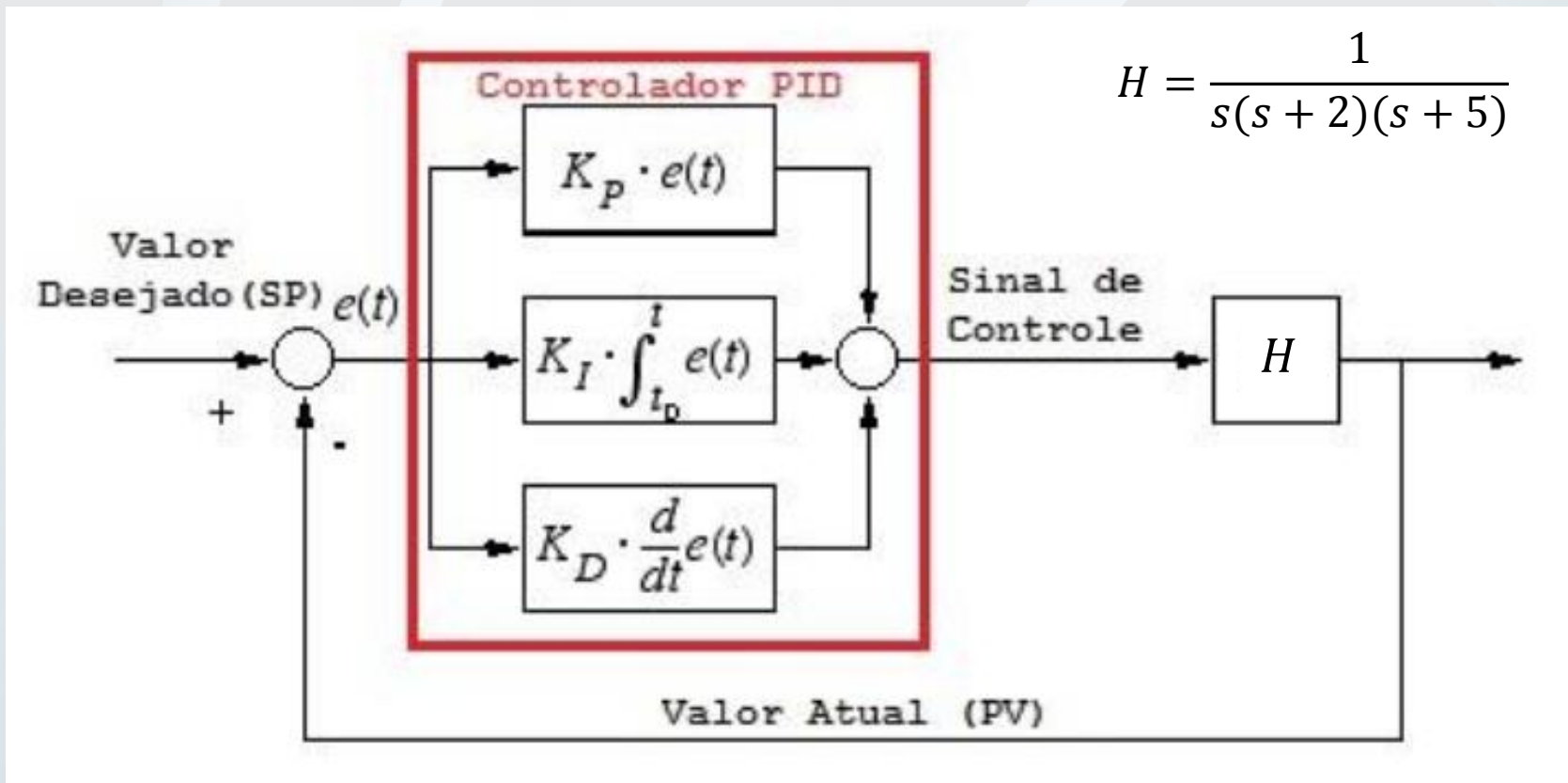
$T_c$ : período da resposta ao degrau

$$C_{PID} \approx \frac{0.075K_cT_c(s + 4/T_c)^2}{s}$$

Usualmente, o fator de amortecimento do sistema fica por volta de 0.25 e o sobressinal 40%. Ajustes são sempre necessários.

# PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1

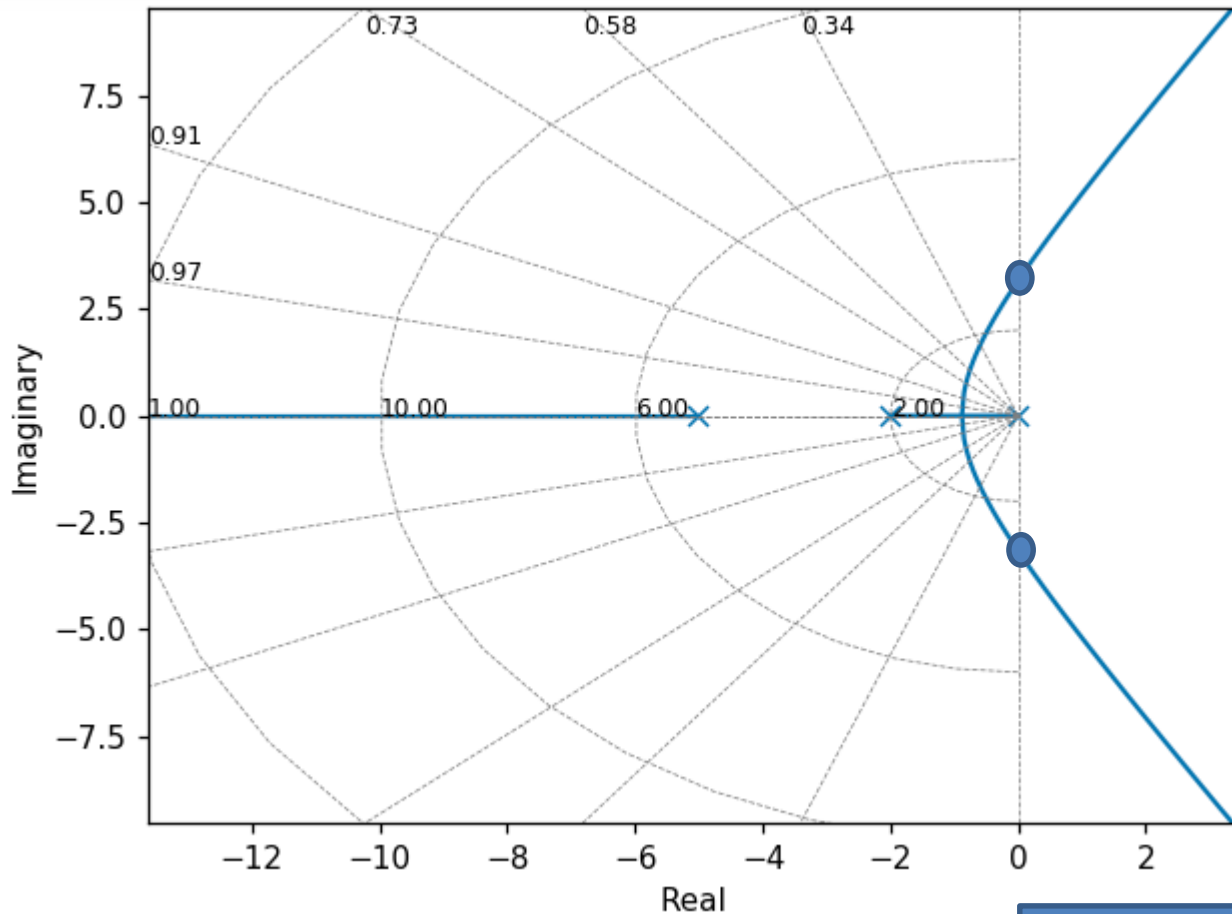
Sistemas COM oscilações



# PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1

Sistemas COM oscilações

$K_c$ : ganho para com o sistema  
fica criticamente amortecido



# PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1

$K_c$  por Critério de Rough

Estabilidade:  $0 < K_c < 70$

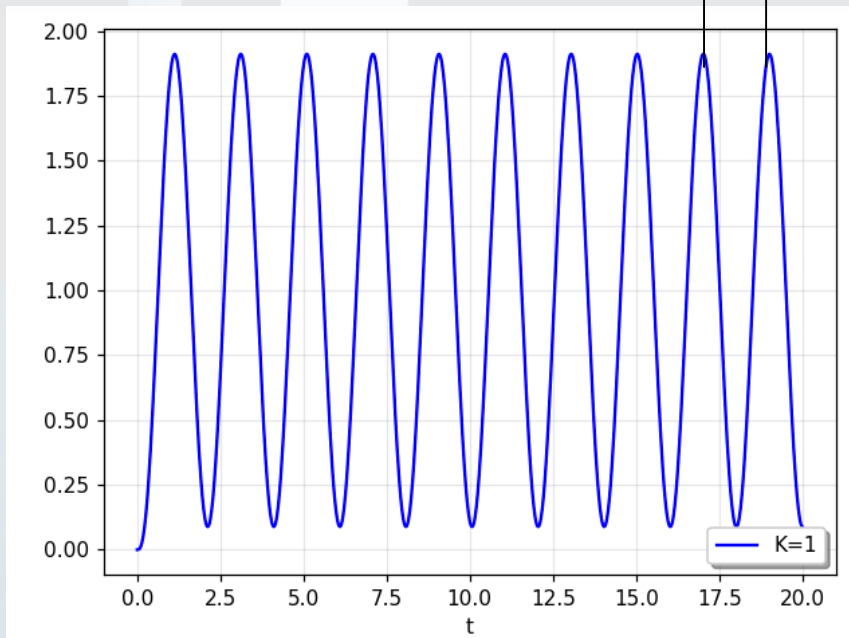
$$MF = \frac{\frac{K}{s(s+2)(s+5)}}{1 + \frac{K}{s(s+2)(s+5)}}$$

$$MF = \frac{K}{s^3 + 7s^2 + 10s + K}$$

# PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1

Sistemas COM oscilações

$T_c$ : período da resposta ao degrau



$$T_c = 2$$

Resposta ao degrau  
para a malha fechada  
considerando o  
ganho igual a  $K_c$

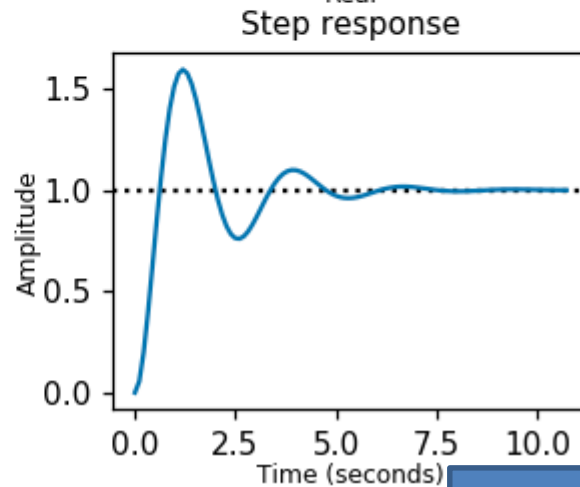
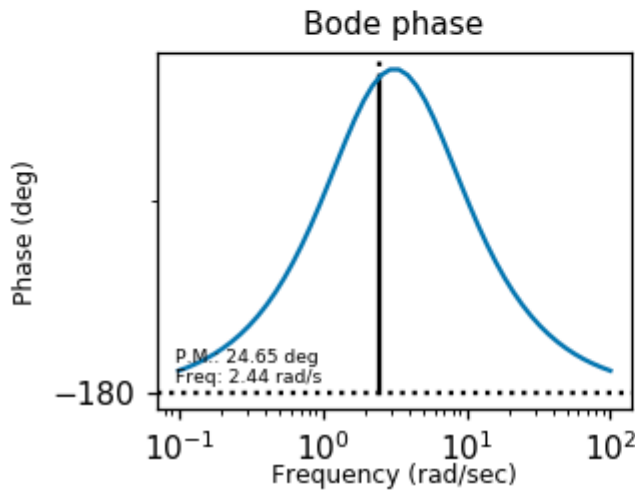
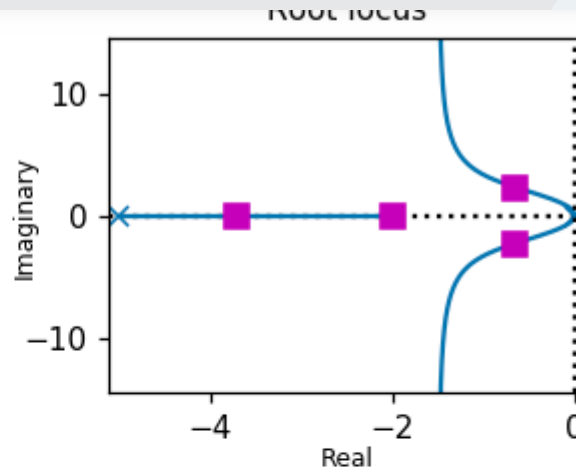
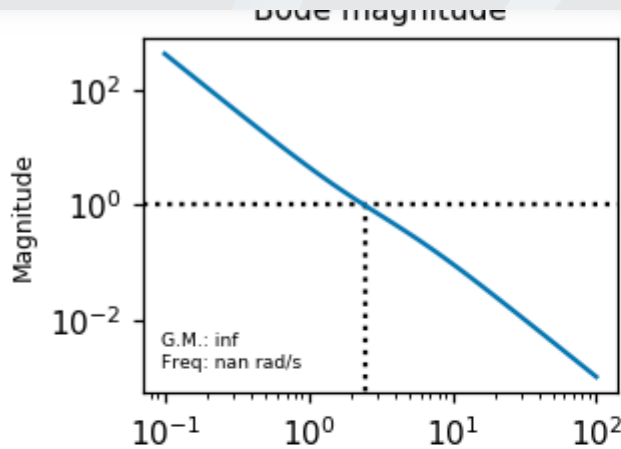
# PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1

Sistemas COM oscilações

$K_c = 70$

$T_c = 2$

$$C_{PID} \approx \frac{0.075K_cT_c(s + 4/T_c)^2}{s}$$

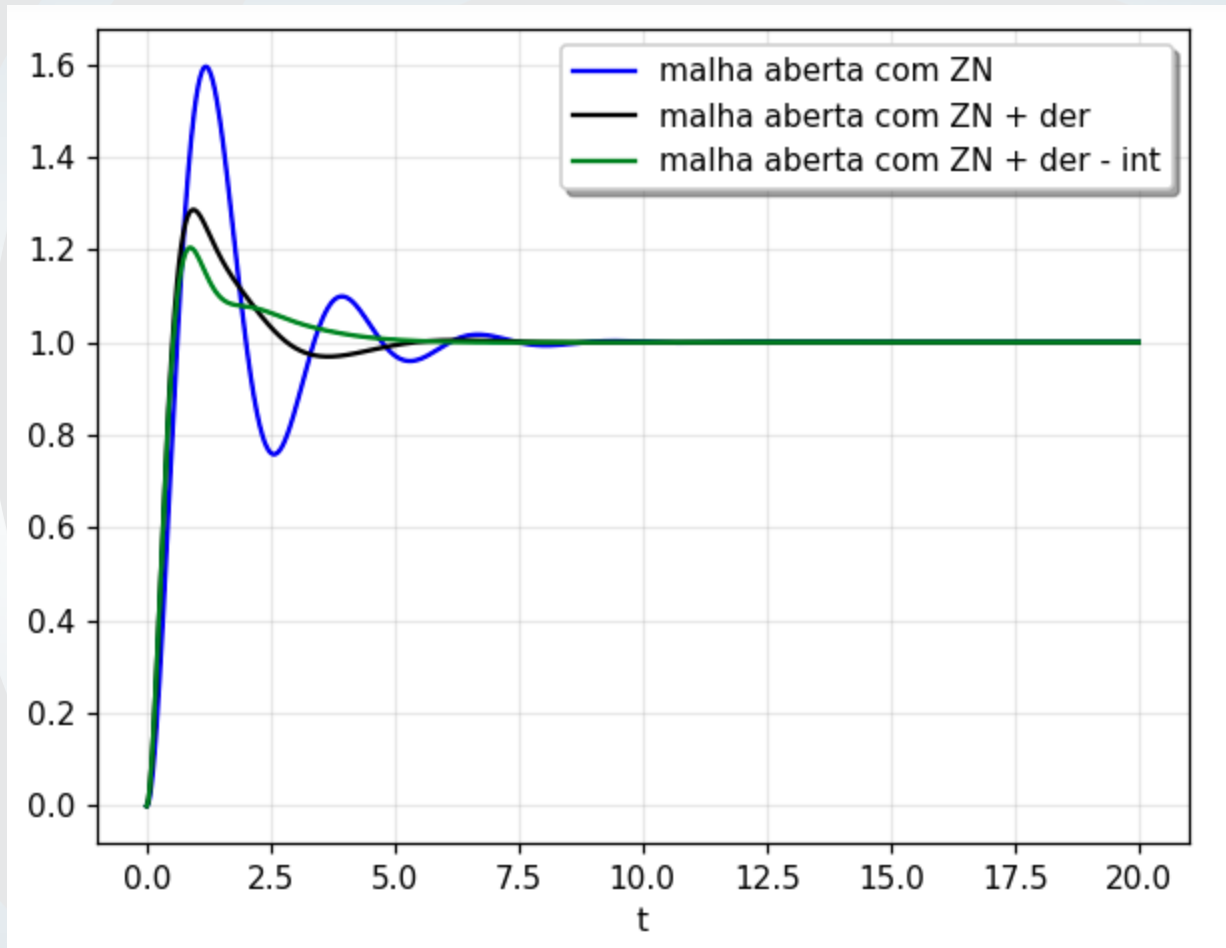


Sobresinal: 60%

Margem: 24°  
PEQUENA!

Precisa de  
AJUSTE!!

# PID – Ziegler Nichols – Exemplo 1



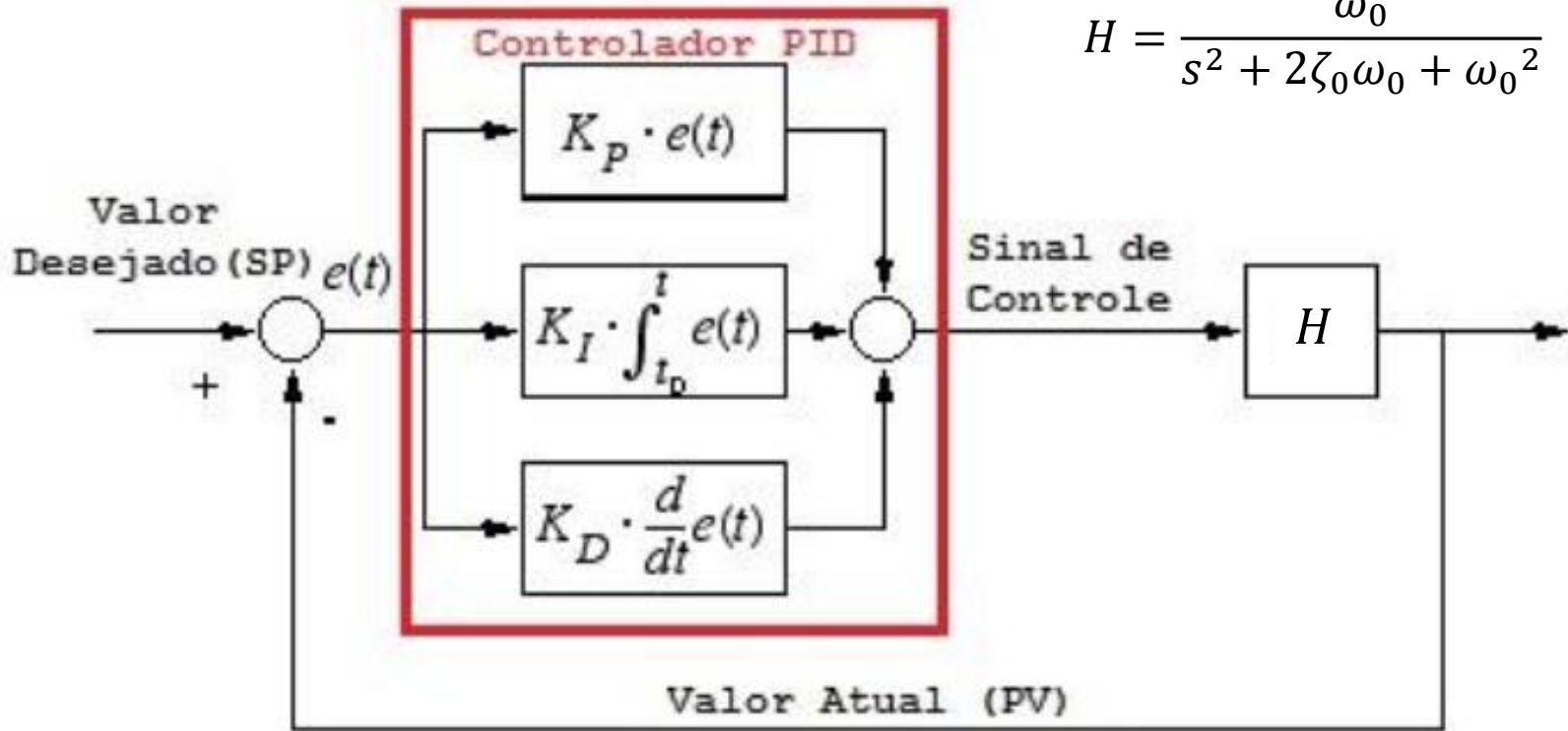
# PID – Ziegler Nichols – Exemplo 2

Não ter erro de regime  
Freq de corte em 1 rad/s

$$\omega_0 = 0.1 \text{ rad/s}$$

$$\zeta_0 = 0.2$$

$$H = \frac{\omega_0}{s^2 + 2\zeta_0\omega_0 s + \omega_0^2}$$





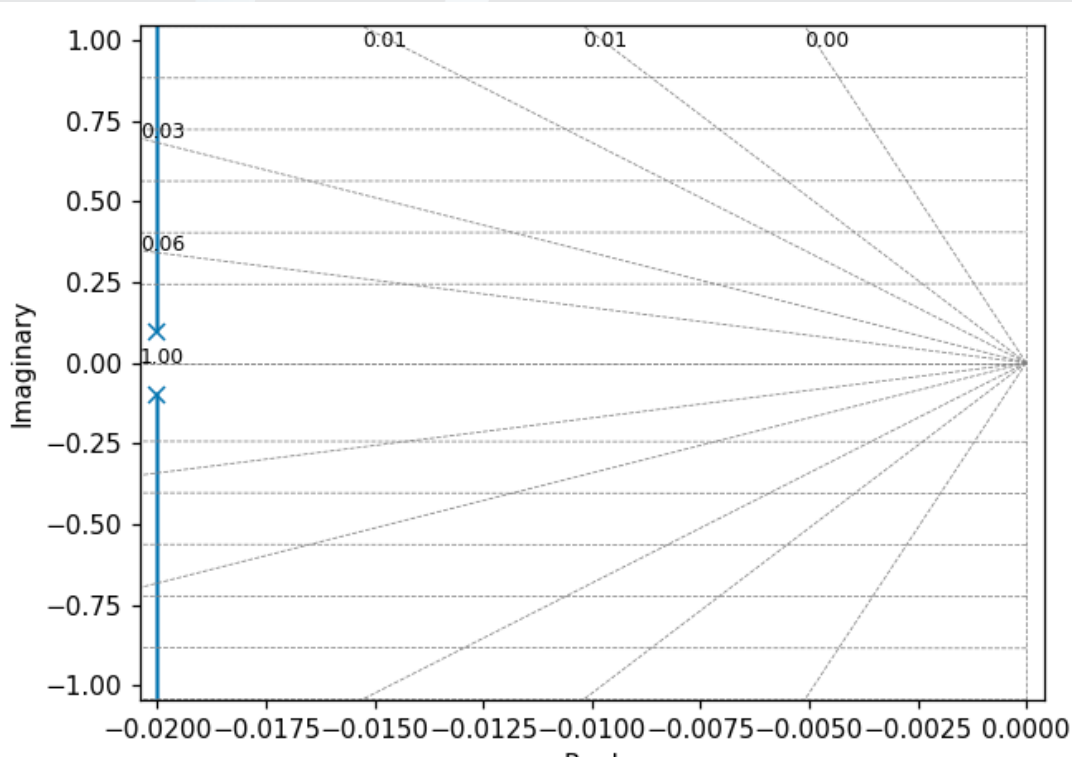
# PID – Ziegler Nichols – Exemplo 2

Não ter erro de regime  
Freq de corte em 1 rad/s

$$\omega_0 = 0.1 \text{ rad/s}$$

$$\zeta_0 = 0.2$$

$$H = \frac{\omega_0}{s^2 + 2\zeta_0\omega_0 s + \omega_0^2}$$



Kc=?

# PID – Ziegler Nichols – Exemplo 2

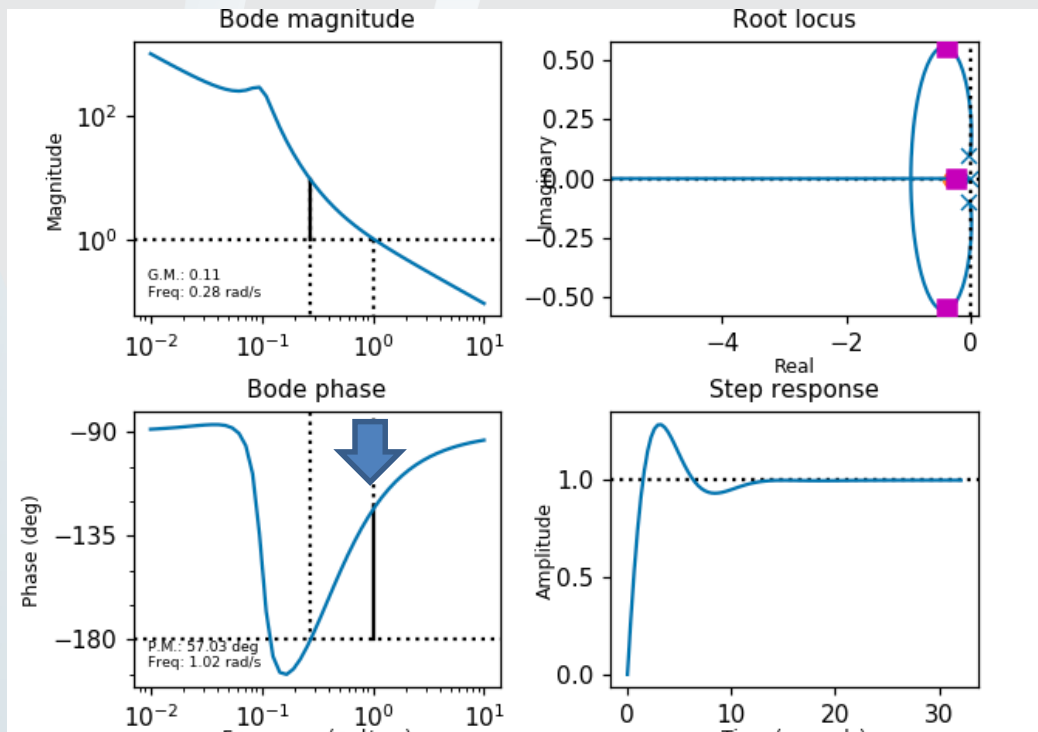
Não ter erro de regime  
Freq de corte em 1 rad/s

$$\omega_0 = 0.1 \text{ rad/s}$$

$$\zeta_0 = 0.2$$

$$H = \frac{\omega_0}{s^2 + 2\zeta_0\omega_0 s + \omega_0^2}$$

*Fiz na tentativa e erro.*  
Tem como melhorar?



# Conclusões

- PID com oscilações !!! Deu certo quando podemos calcular o  $K_c$  (critério de Rough ou Lugar das Raízes)
- E se não existir  $K_c$ ? Vamos propor usar compensadores ou alocação de polos ...



***EESC • USP***

[www.eesc.usp.br](http://www.eesc.usp.br)