



*Escola de Engenharia de São Carlos
Universidade de São Paulo*

Desempenho no Domínio da Frequência

Aula 19

SEM 0169 – Sistemas de Controle

Profa. Maíra Martins da Silva

mairams@sc.usp.br

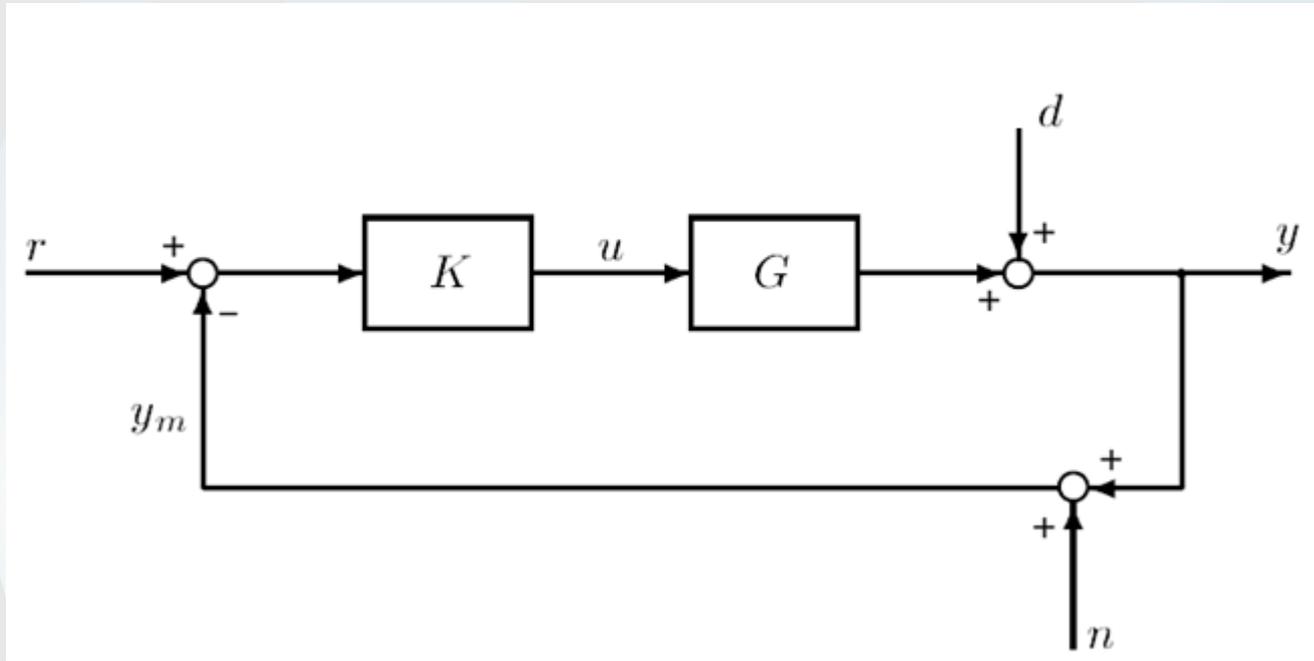
(16) 9 9291 8310



Objetivo

Apresentar as métricas no domínio da frequência

Introdução



$$Y(s) = D(s) + GU(s)$$

$$U = K(R - Y_m) = K(R - (N + Y))$$

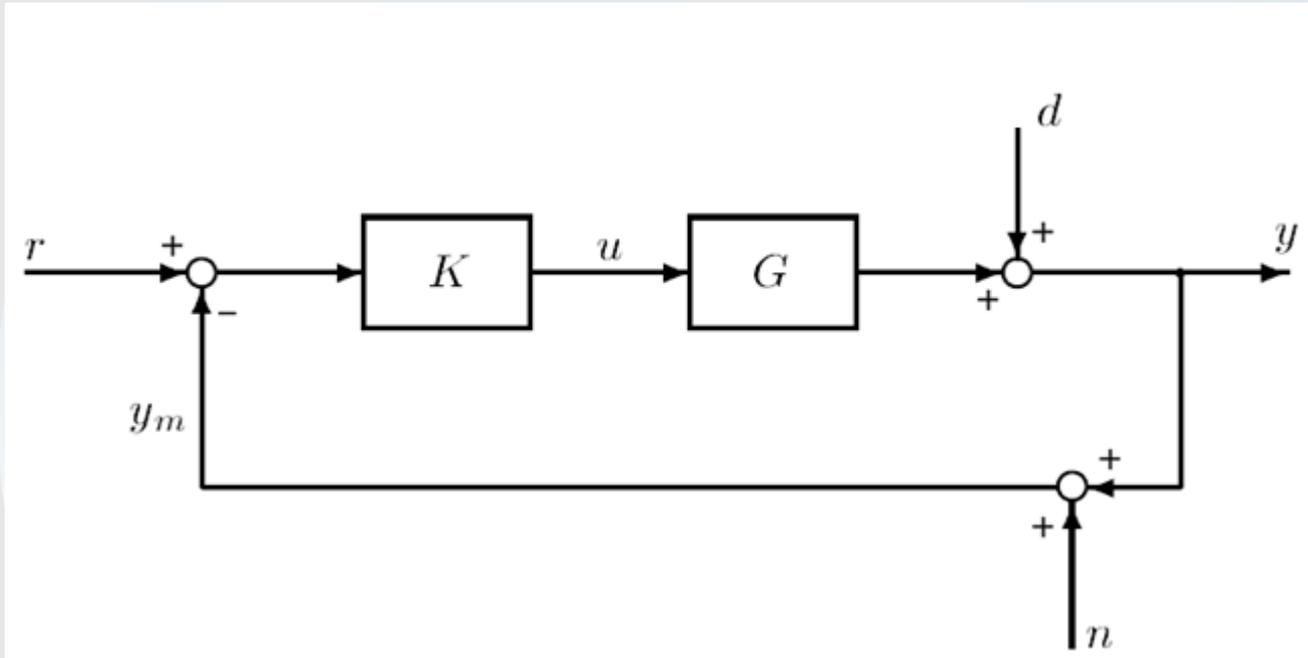


$$Y = D + GK(R - N - Y)$$

$$Y = D + GKR - GKN - GKY$$

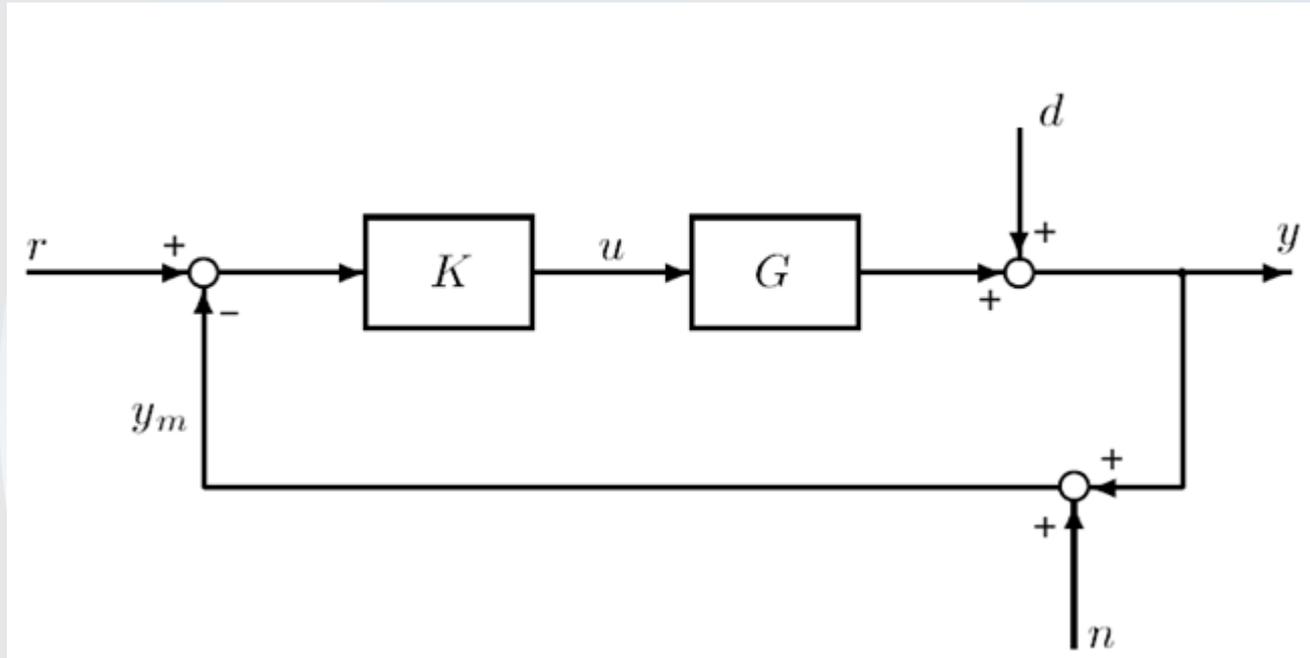
$$(1 + GK)Y = D + GKR - GKN$$

Introdução



$$Y = \frac{1}{(1 + GK)} D + \frac{GK}{(1 + GK)} R - \frac{GK}{(1 + GK)} N$$

Distúrbio



$$Y = \frac{1}{(1 + GK)} D + \frac{GK}{(1 + GK)} R - \frac{GK}{(1 + GK)} N$$

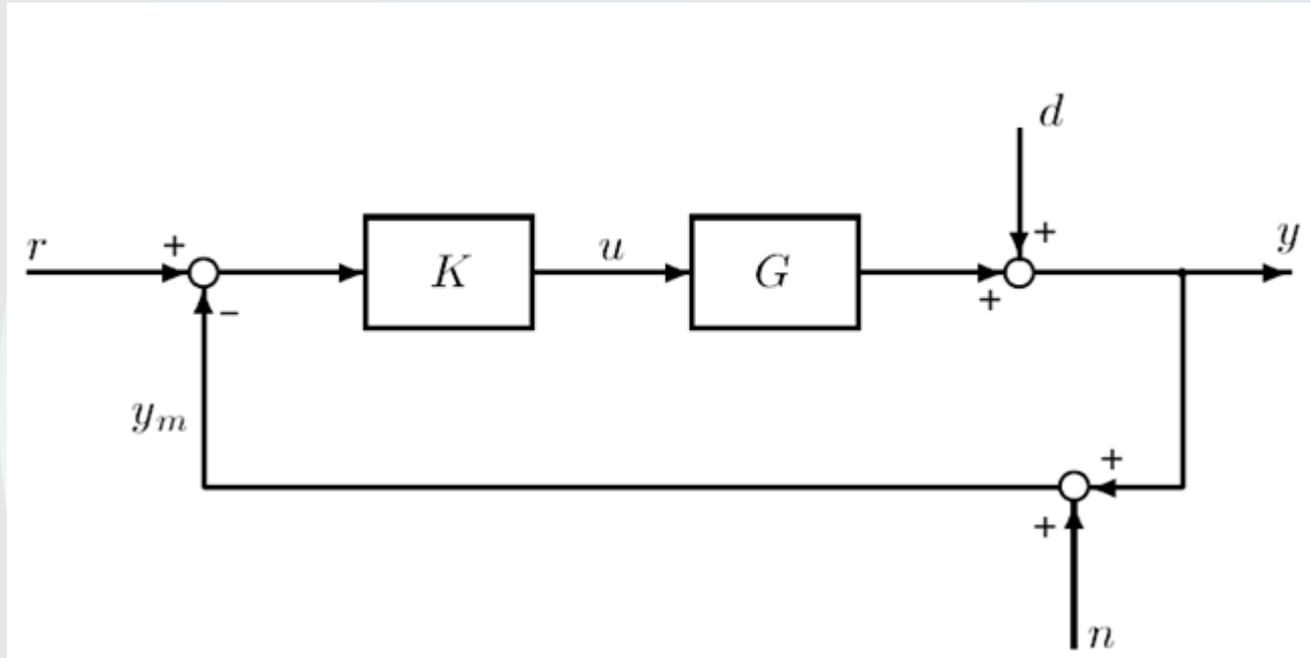
Rejeitar distúrbio

$$\frac{1}{(1 + GK)} \rightarrow 0$$

$$L = GK \rightarrow \infty$$

Conteúdo em baixa
e alta frequência

Referência



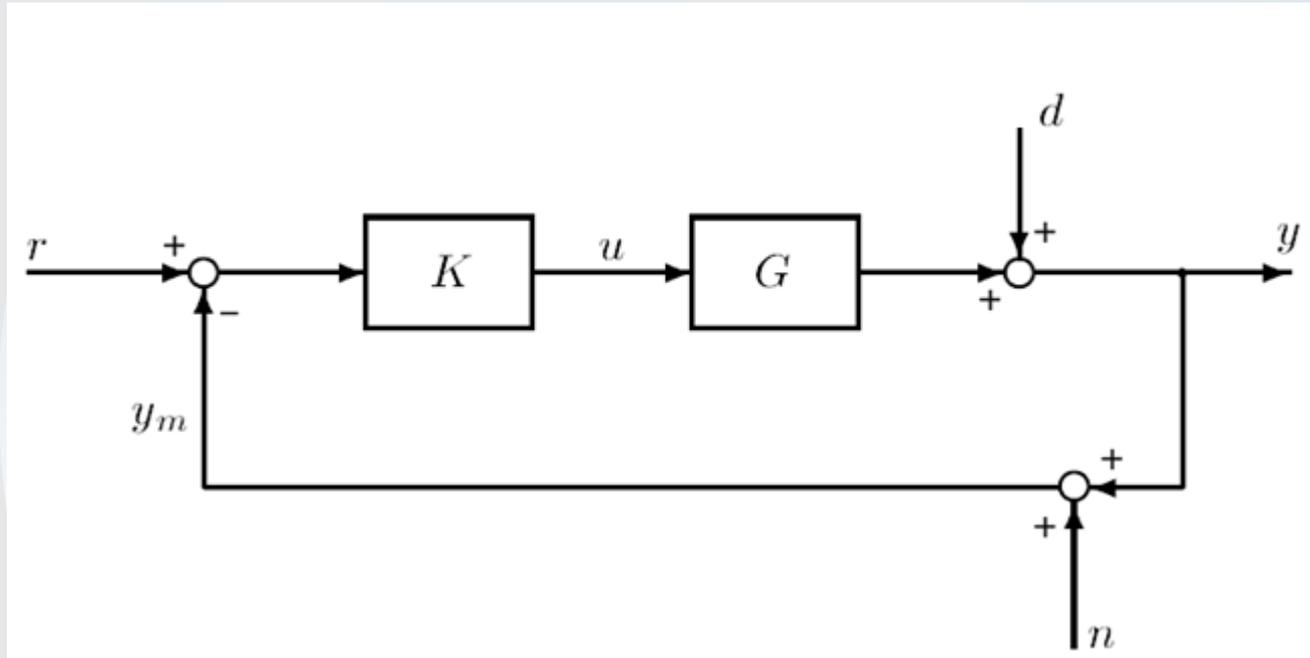
$$Y = \frac{1}{(1 + GK)} D + \frac{GK}{(1 + GK)} R - \frac{GK}{(1 + GK)} N$$

Acompanhar a referência $\frac{GK}{(1 + GK)} \rightarrow 1$

$$L = GK \rightarrow \infty$$

Conteúdo em baixa
frequência

Ruído



$$Y = \frac{1}{(1 + GK)} D + \frac{GK}{(1 + GK)} R - \frac{GK}{(1 + GK)} N$$

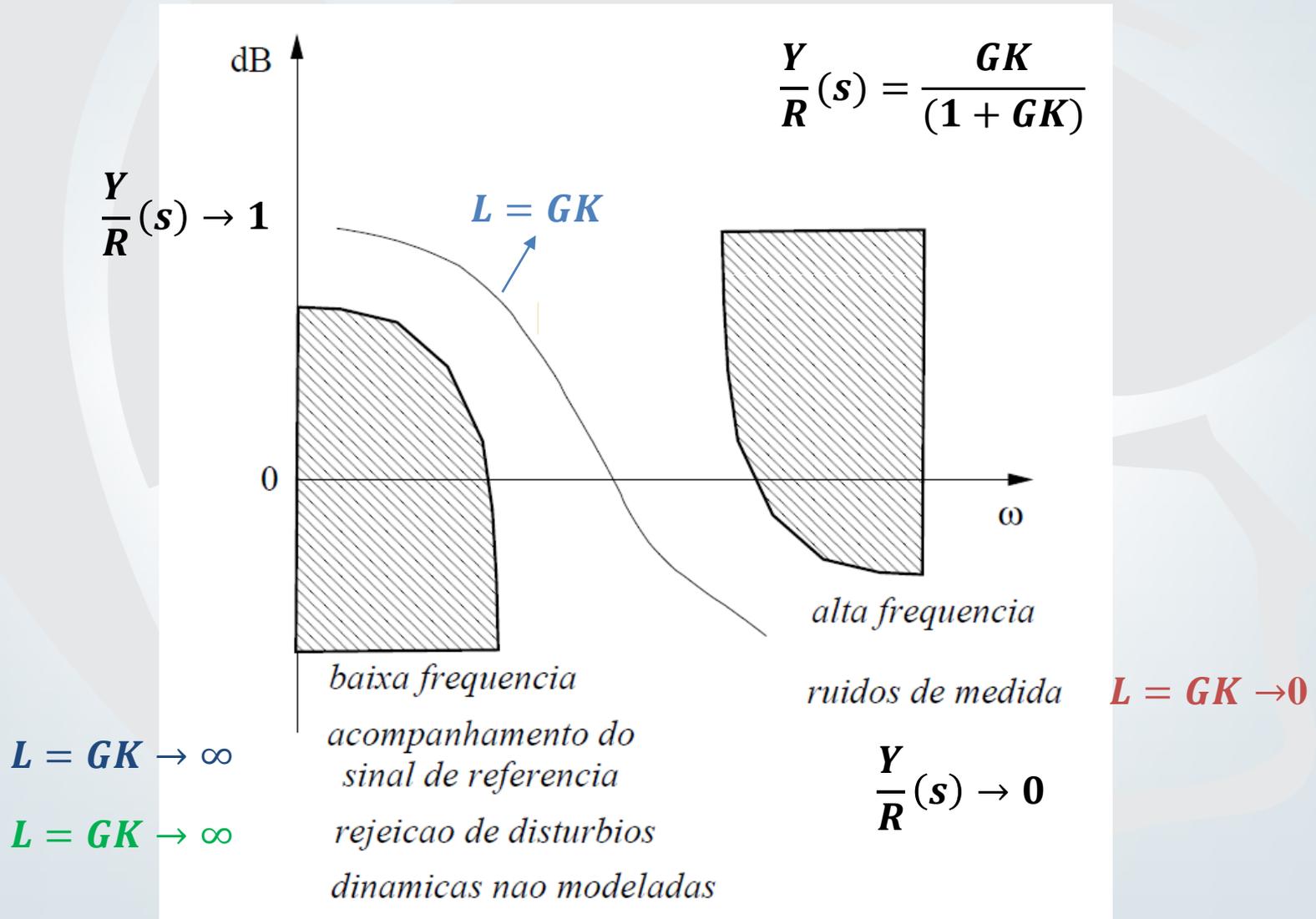
Rejeitar ruído

$$\frac{GK}{(1 + GK)} \rightarrow 0$$

$$L = GK \rightarrow 0$$

Conteúdo em alta
frequência

FRF da Malha Aberta



Margens de estabilidade

MARGEM DE GANHO

MG é o fator o qual o ganho pode aumentar até o sistema se tornar instável.

- MG : inverso do módulo $|G(j\omega)|$ na frequência onde o ângulo de fase é -180° .

$$MG = \frac{1}{|G(j\omega)|}$$

- MG (em dB): diferença em dB do gráfico do módulo até 0 dB na frequência onde o ângulo de fase é -180° . Positiva se $|G(j\omega)|$ em dB < 0 e negativa caso contrário.

ω_{180} = phase crossover frequency

Margens de estabilidade

MARGEM DE FASE

MF representa quanta fase podemos perder antes que o sistema se torne instável.

- *MF*: 180° mais o ângulo de fase (ϕ) na frequência de cruzamento do ganho (quando $|G(j\omega)| = 0dB$).

$$MF = 180 + \phi$$

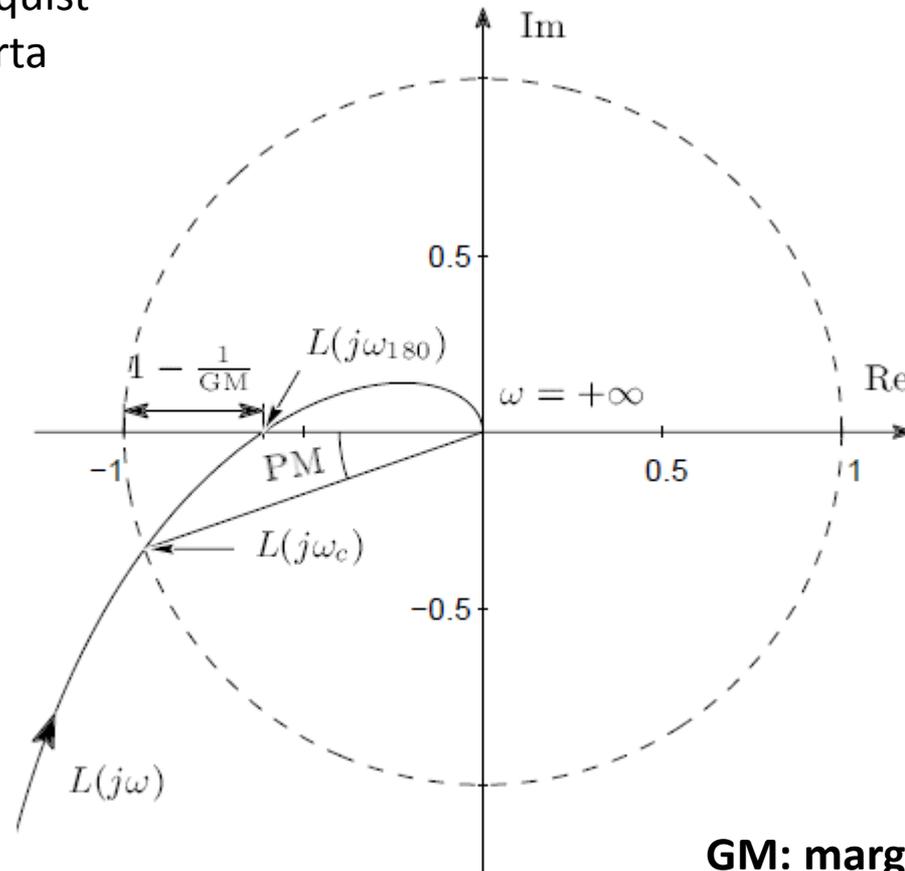
- *MF*: diferença em graus do gráfico de fase até -180° na frequência de cruzamento do ganho. Positiva se $\phi > -180^\circ$ e negativa caso contrário.

ω_c = gain crossover frequency

Margens de estabilidade

Diagrama de Nyquist
da malha aberta

$$L = GK$$

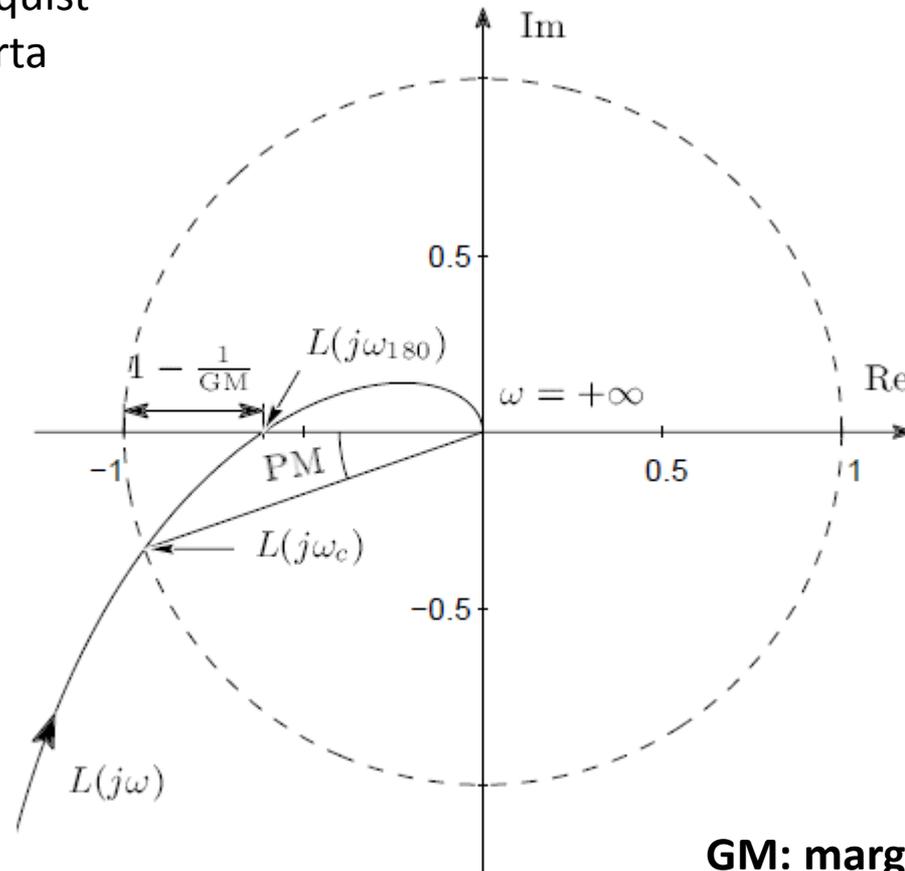


GM: margem de ganho
PM: margem de fase

Margens de estabilidade

Diagrama de Nyquist
da malha aberta

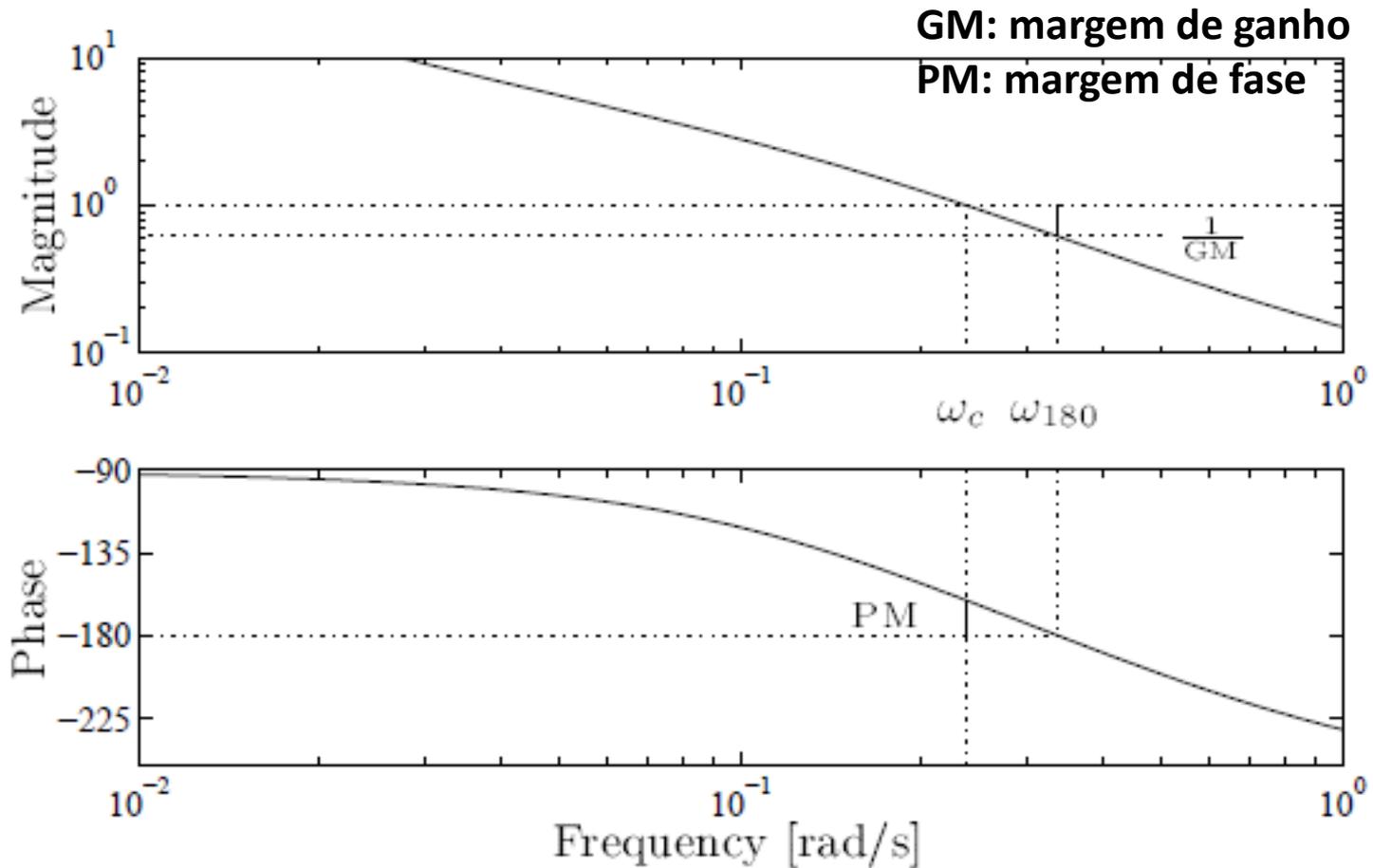
$$L = GK$$



GM: margem de ganho
PM: margem de fase

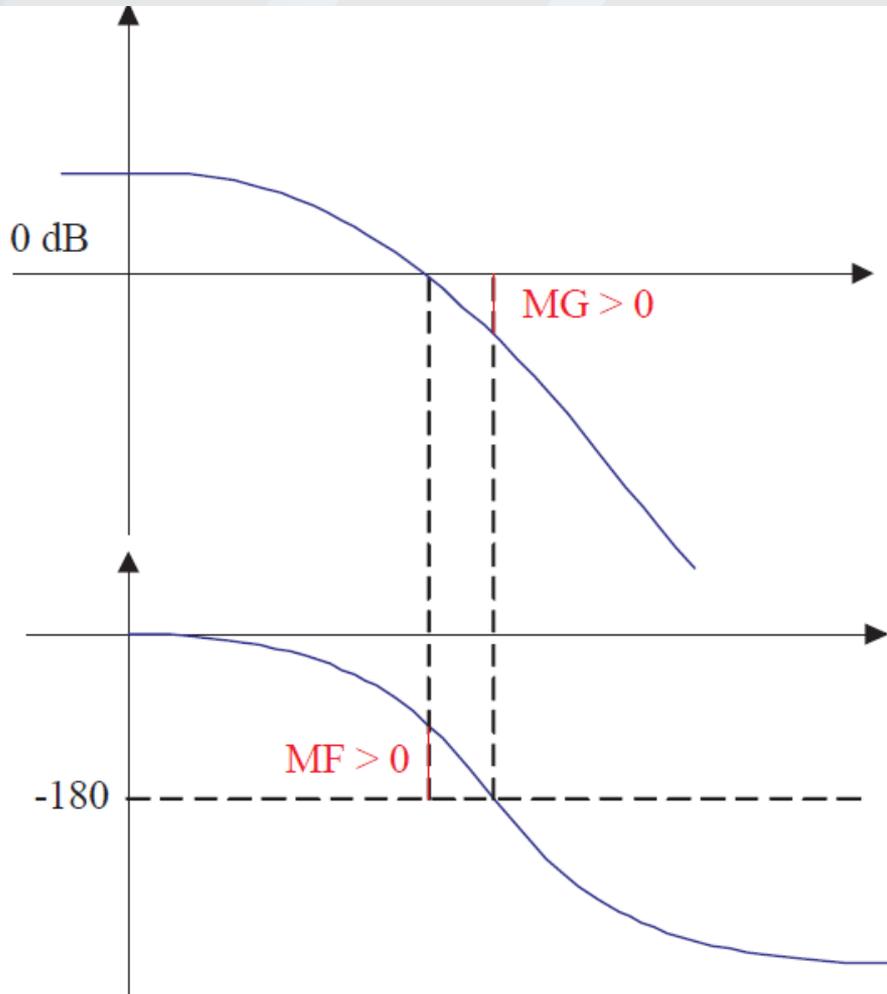
Margens de estabilidade

Diagrama de Bode da malha aberta $L = GK$

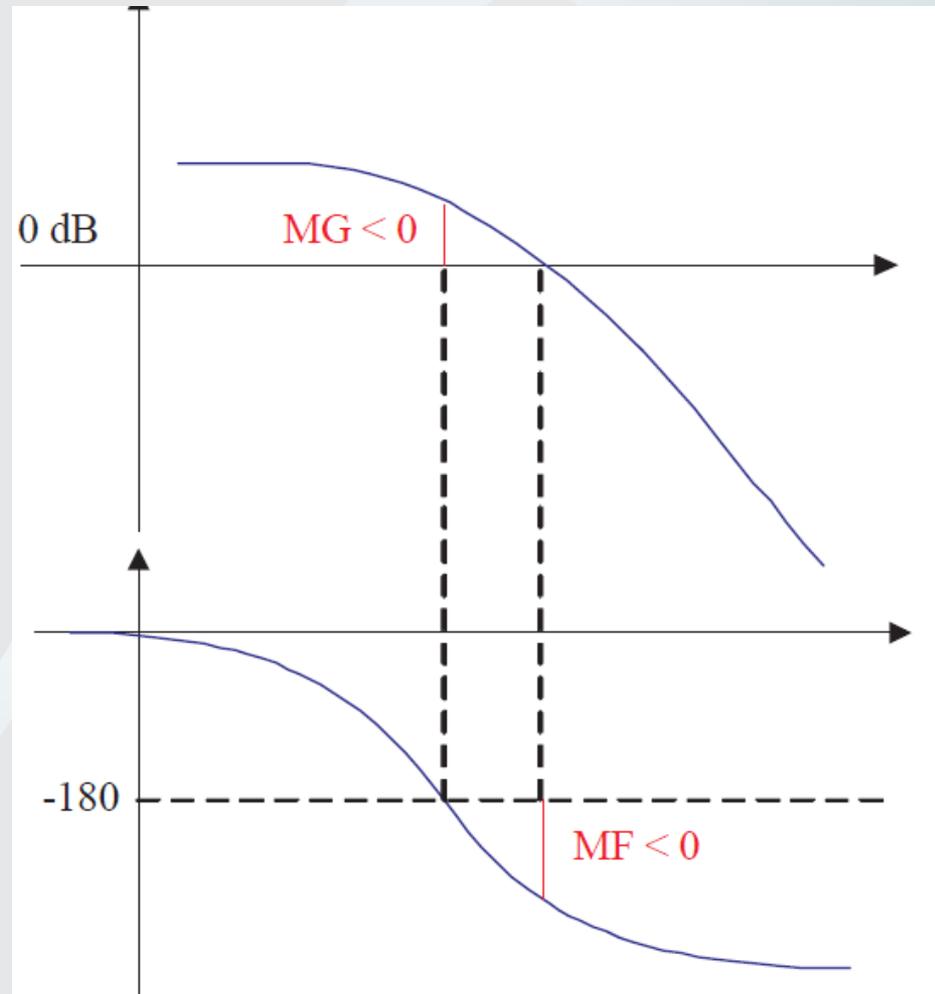


Estabilidade

$MG > 0$ e $MF > 0$: estável



$MG < 0$ OU $MF < 0$: instável



* Retirado do slide Adriano

Exemplo 1: estável

Ver controle_aula19_ex1.ipynb

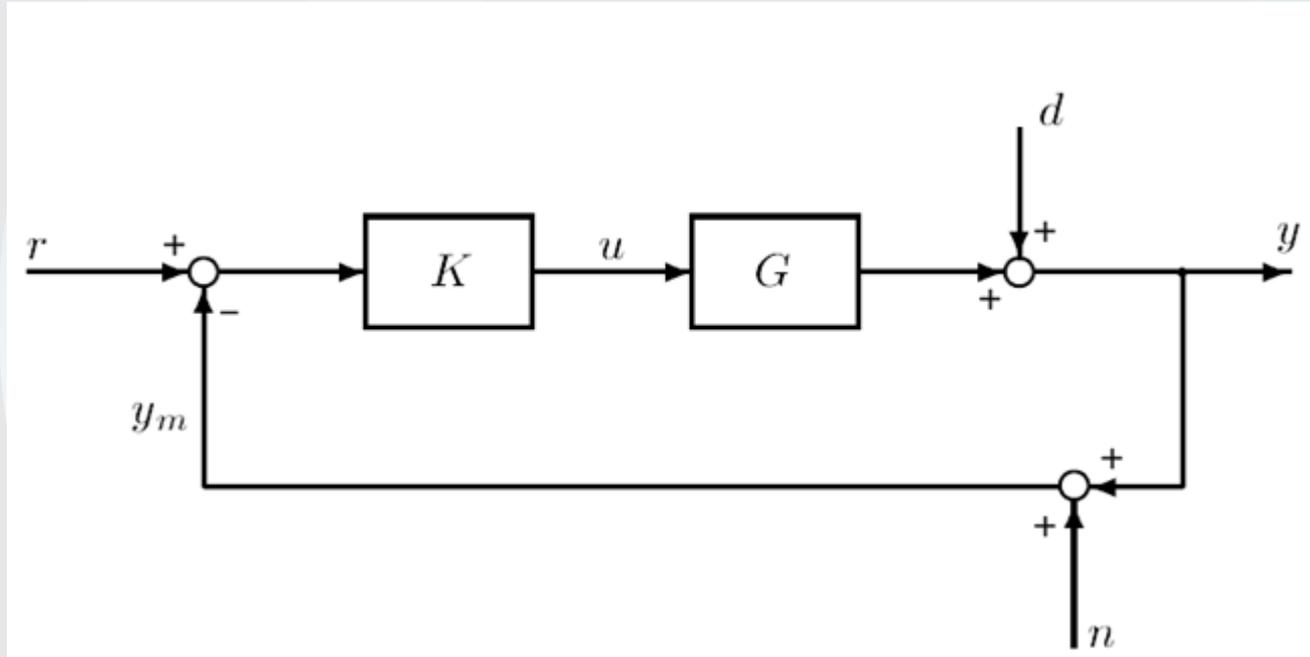
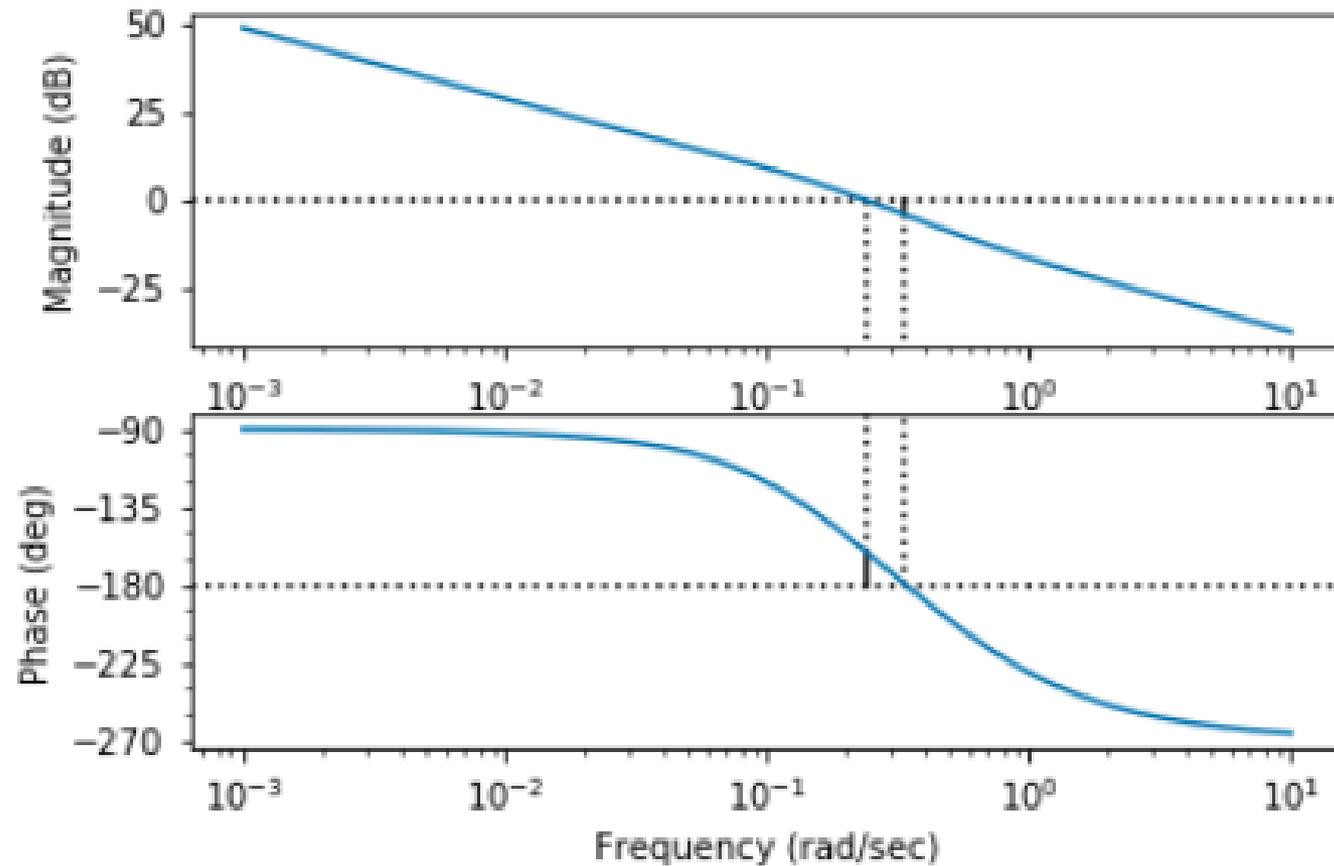


Figure 2.8: Typical Bode magnitude and phase plots of $L = GK$, S and T .
 $G(s) = \frac{3(-2s+1)}{(5s+1)(10s+1)}$, $K(s) = 1.136(1 + \frac{1}{12.7s})$ (Ziegler-Nichols PI controller).

Exemplo 1: estável

Ver controle_aula19_ex1.ipynb

$G_m = 4.29$ dB (at 0.34 rad/s), $P_m = 19.53$ deg (at 0.24 rad/s)



Exemplo 2: instável

[Ver controle_aula19_ex2.ipynb](#)

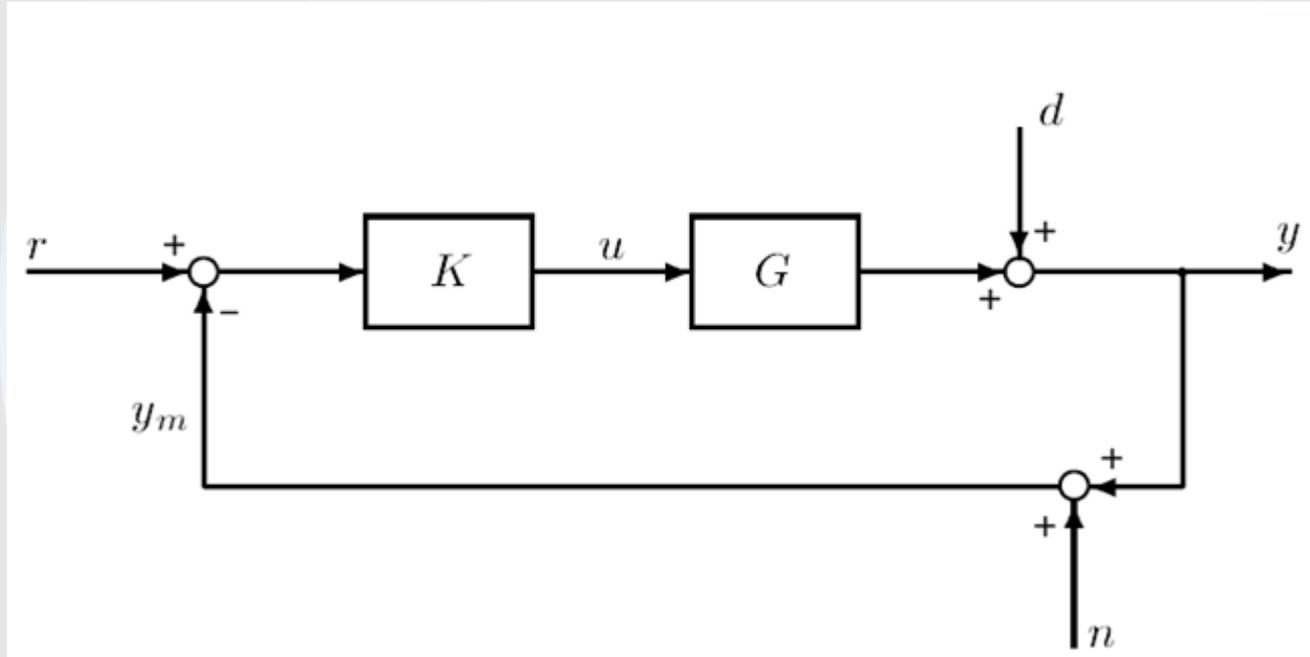


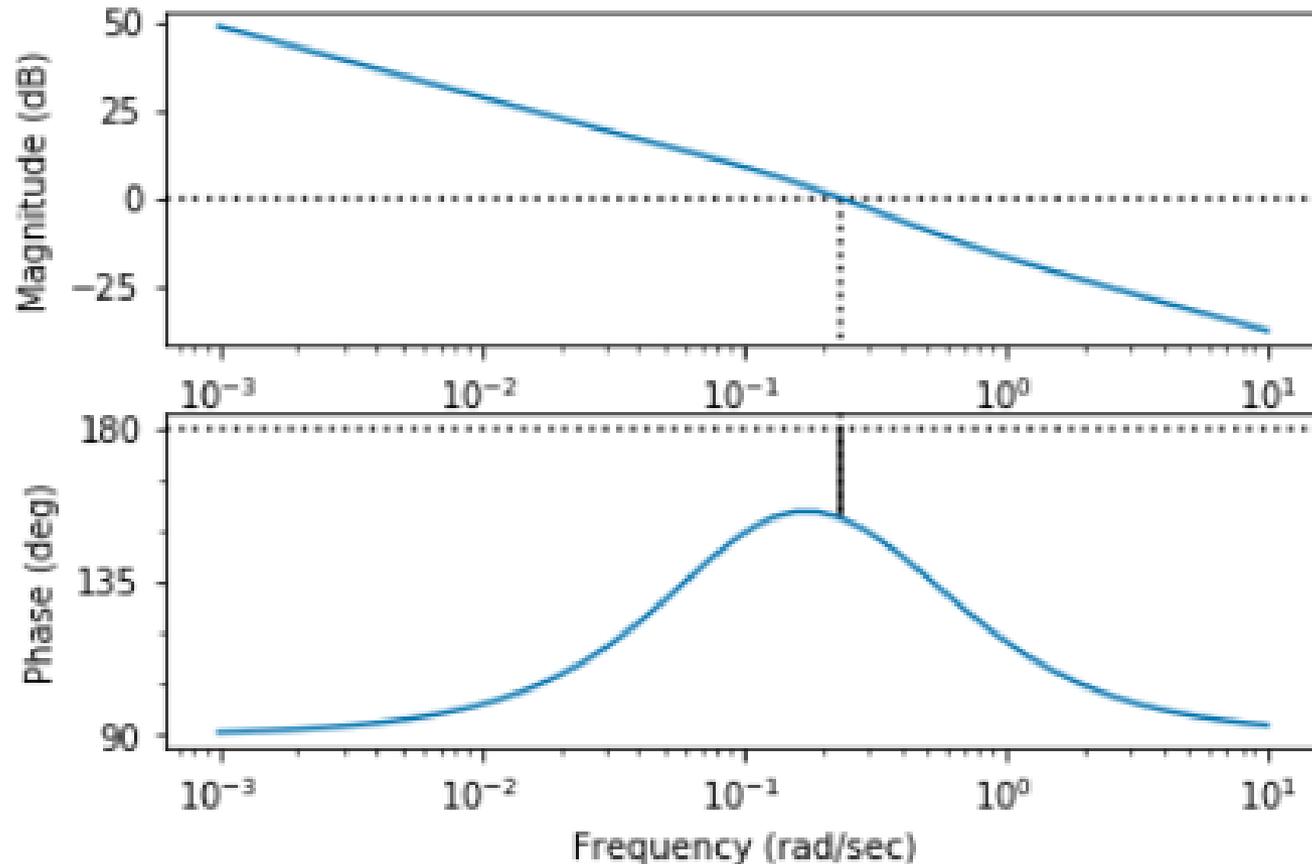
Figure 2.8: Typical Bode magnitude and phase plots of $L = GK$, S and T .
 $G(s) = \frac{3(-2s+1)}{(5s+1)(10s+1)}$, $K(s) = 1.136(1 + \frac{1}{12.7s})$ (Ziegler-Nichols PI controller).

→ Mudei esse sinal

Exemplo 2: estável

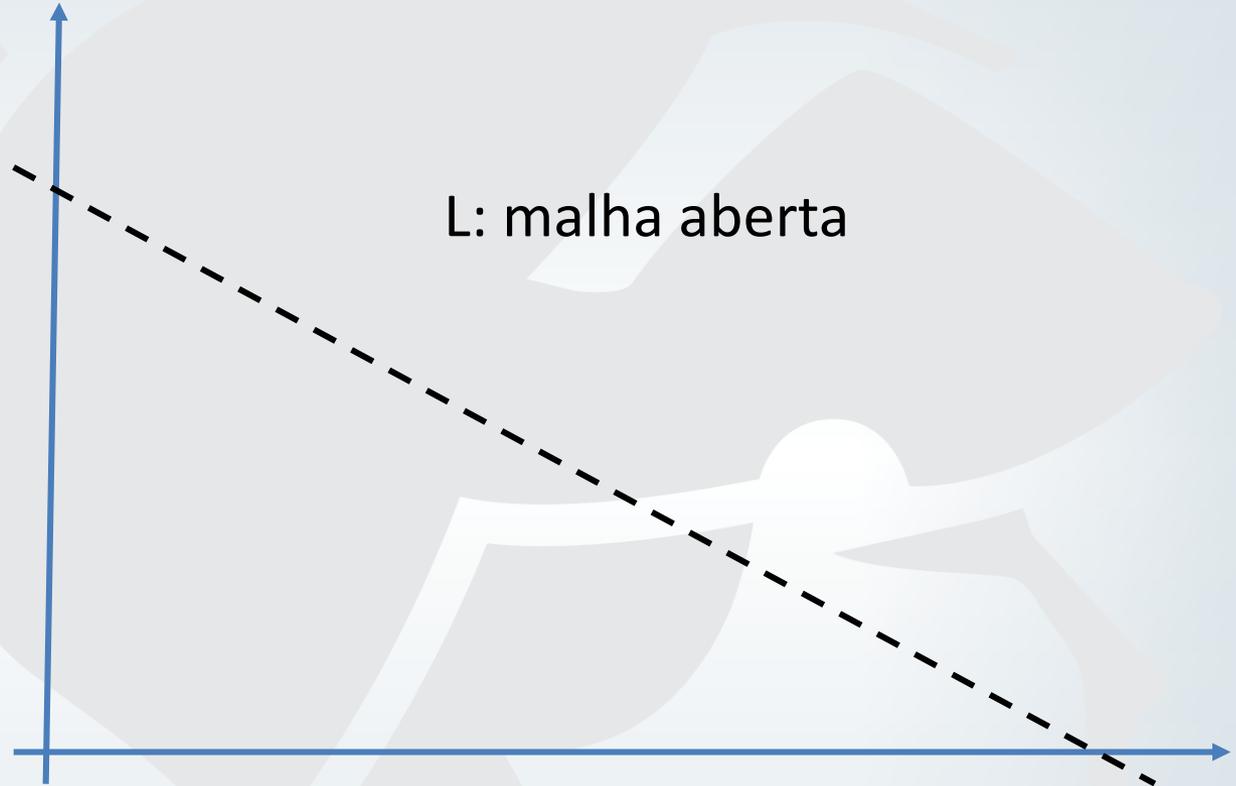
Ver controle_aula19_ex2.ipynb

Gm = inf dB (at nan rad/s), Pm = -26.35 deg (at 0.24 rad/s)



Margens boas?

- $MF > 20^\circ$
- $MG > 1.5$



Conclusões

- Temos muitas ferramentas para avaliar um sistema em malha fechada !!!



EESC • USP

www.eesc.usp.br