

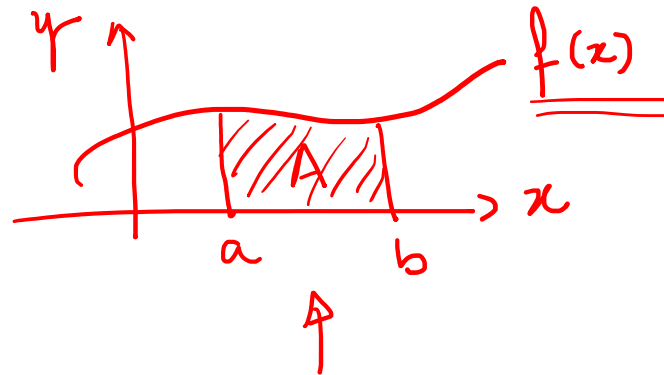
A integral Definida!

$$\int f(x) dx = \boxed{F(x)} + C$$

Diagram illustrating the integral formula with handwritten annotations:

- An arrow points from the integral symbol $\int$ to the function $f(x)$.
- An arrow points from the boxed term $F(x)$ to the word "Primitiva".
- An arrow points from the constant C to the phrase "valores numéricos".

- Entendê-la como a área sob uma função (curva);

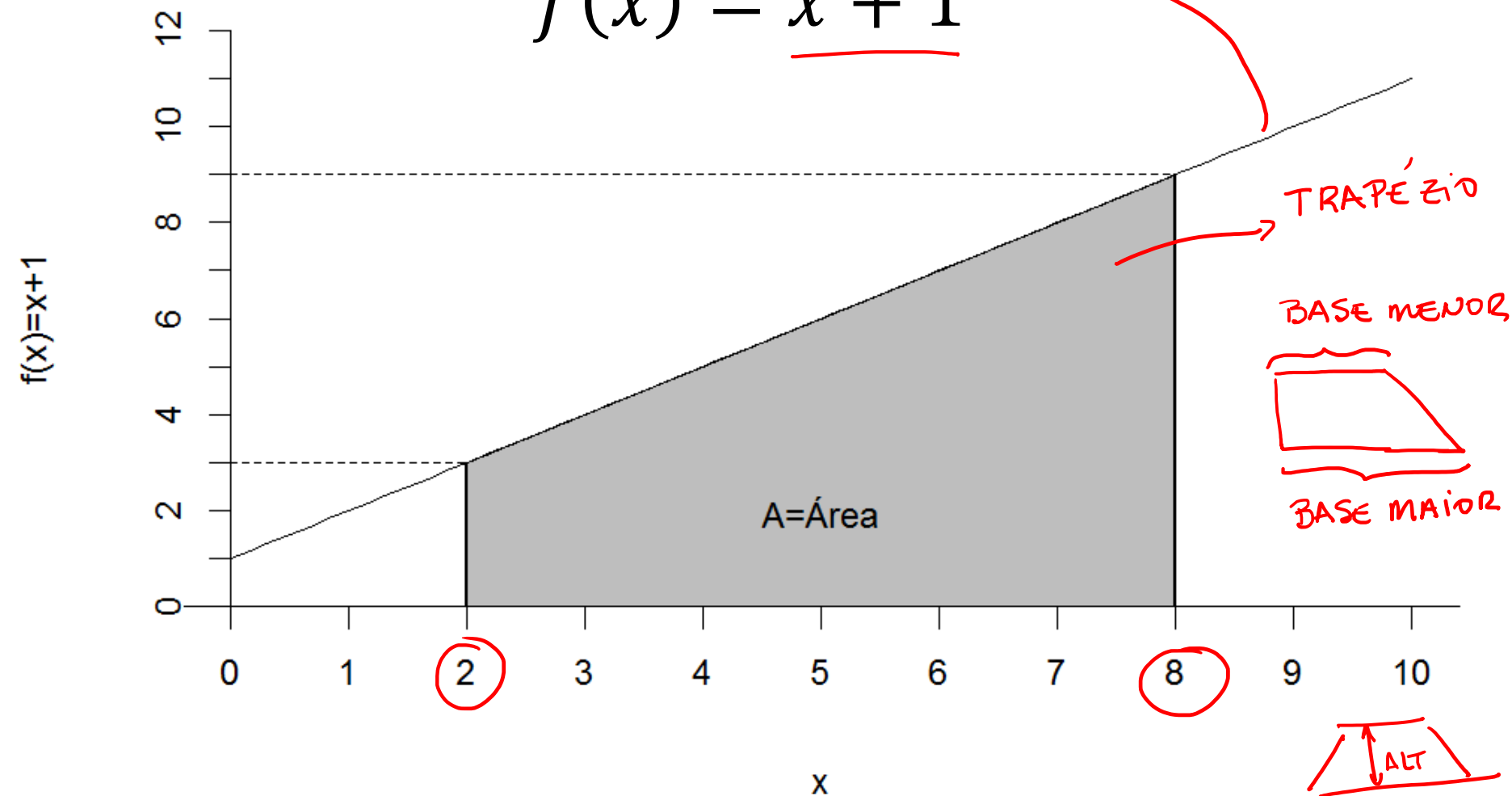


- O Teorema Fundamental do Cálculo;

Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[2, 8]$?

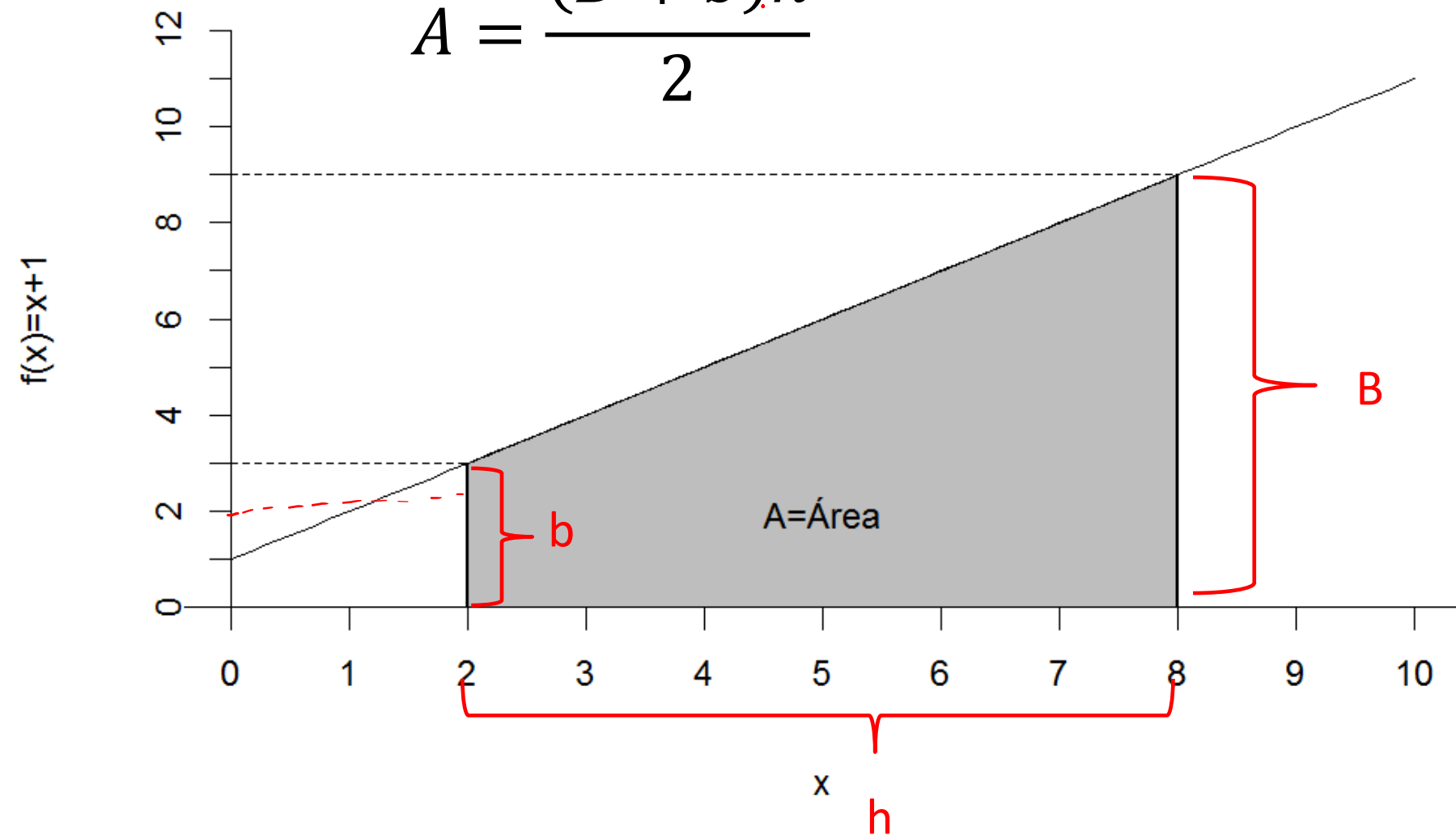
$$y = a + bx$$

$$f(x) = \underline{x + 1}$$



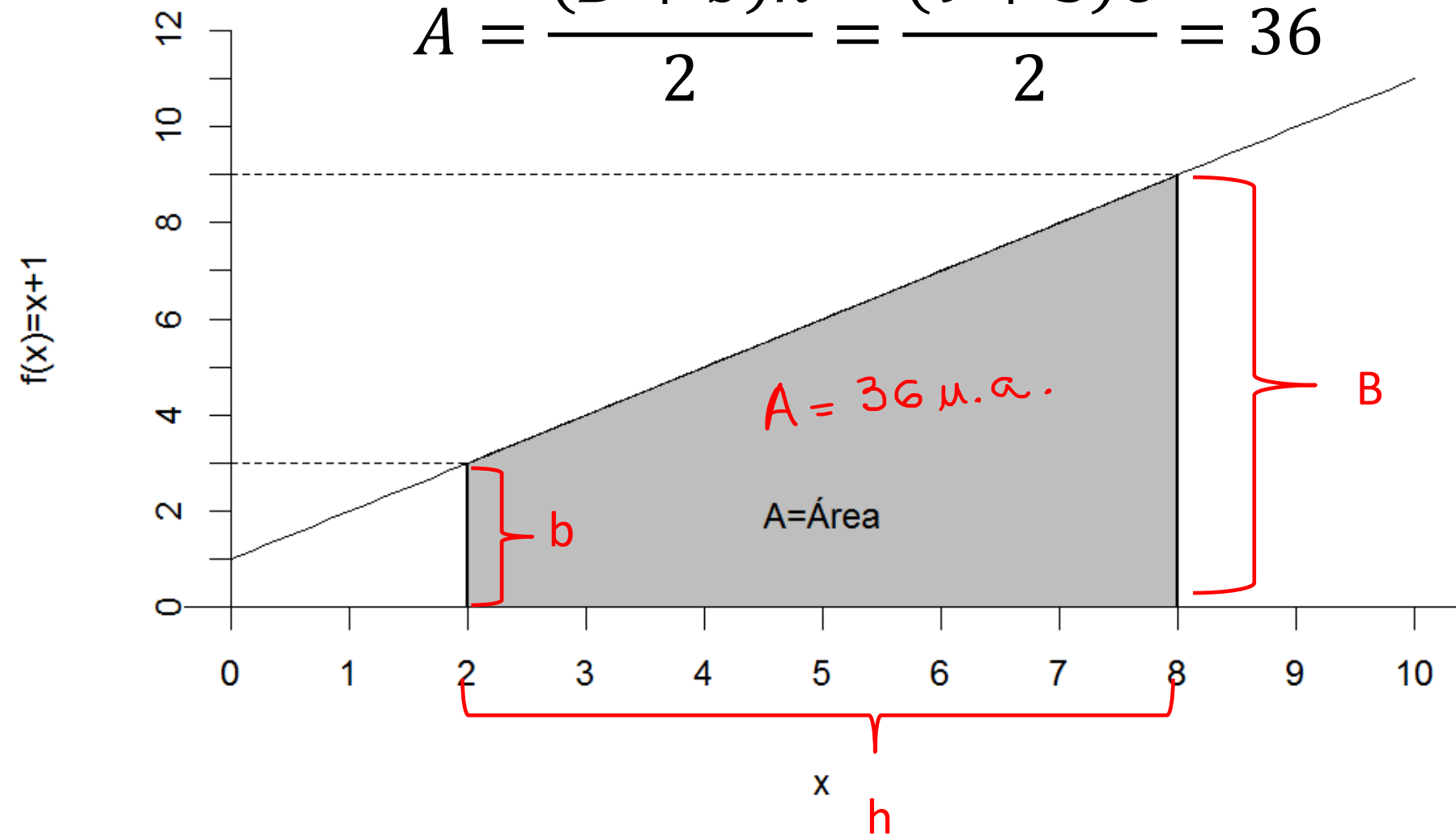
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[2, 8]$?

$$A = \frac{(B + b)h}{2}$$



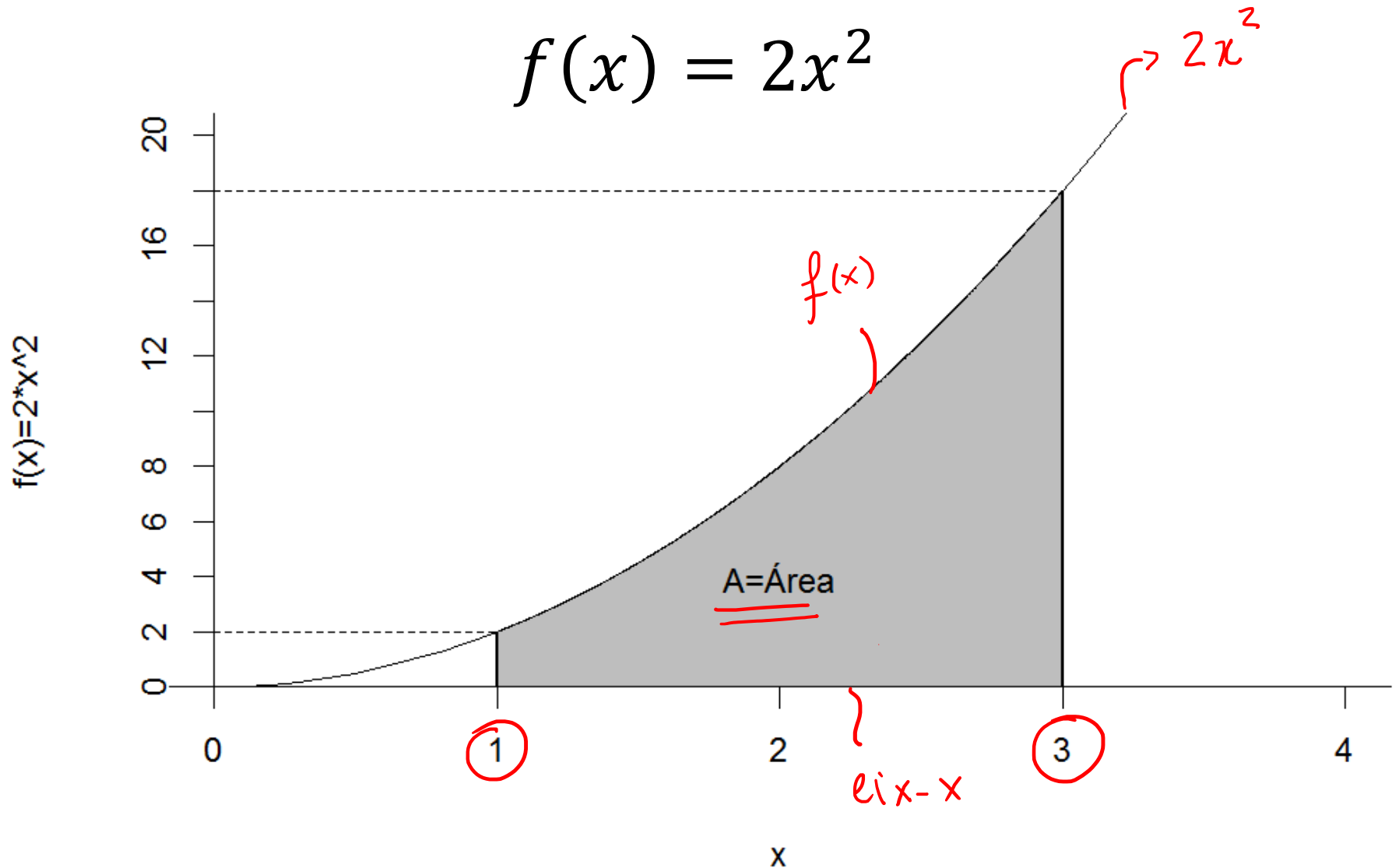
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$A = \frac{(B + b)h}{2} = \frac{(9 + 3)6}{2} = 36$$



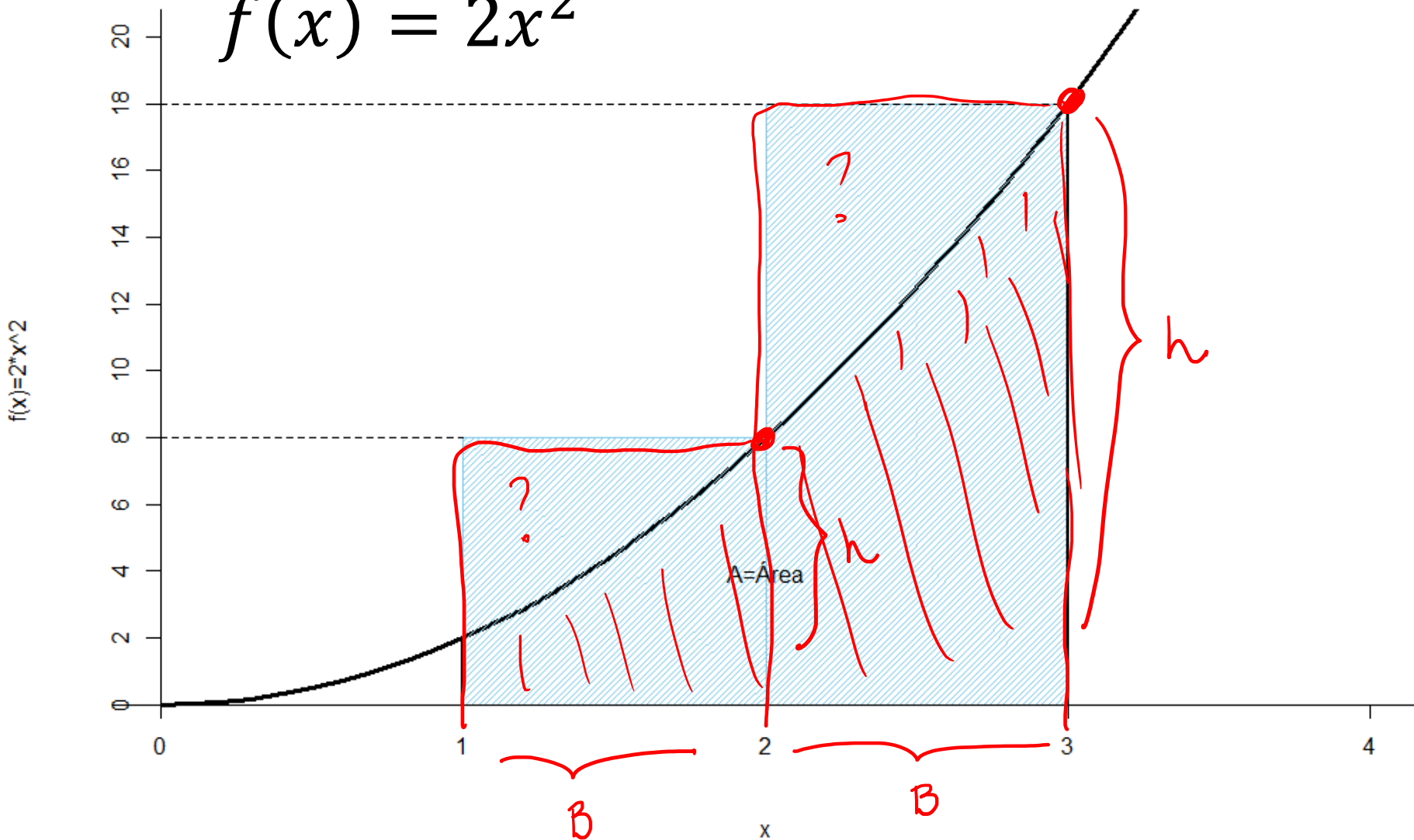
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?

$$f(x) = 2x^2$$



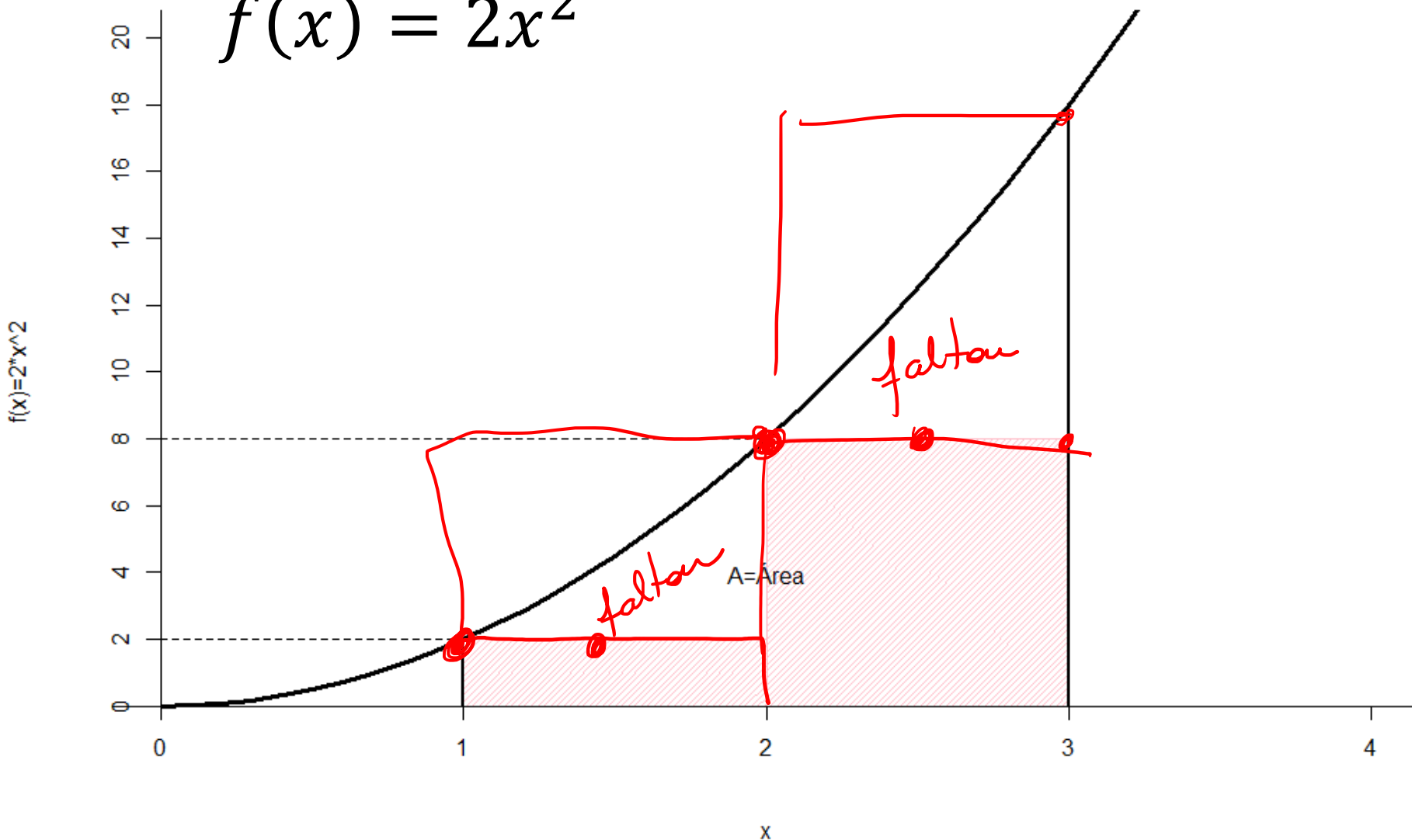
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?

$$f(x) = 2x^2$$

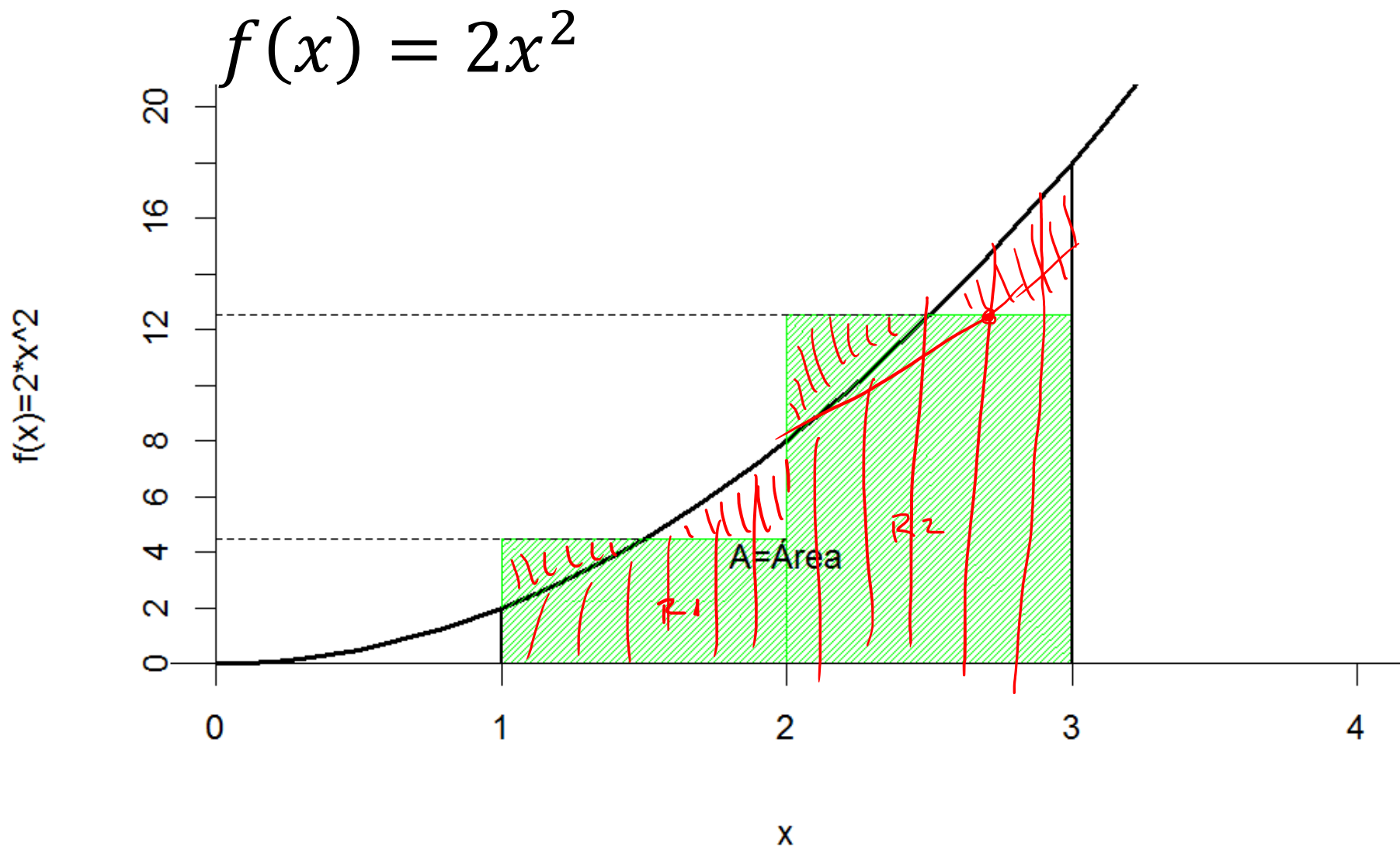


Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?

$$f(x) = 2x^2$$

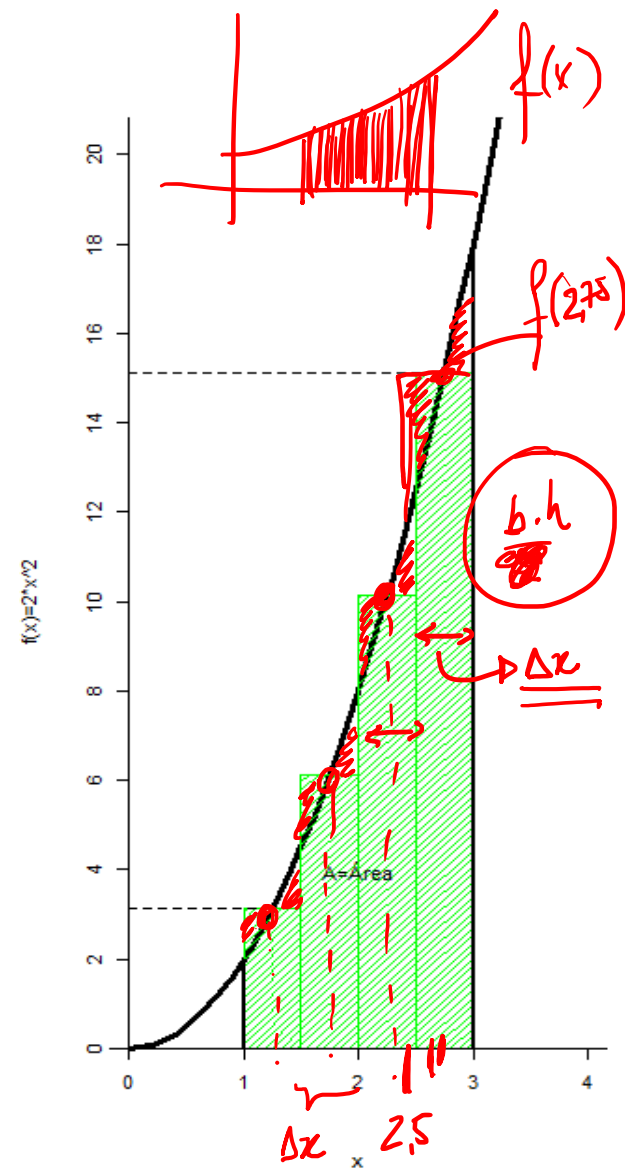
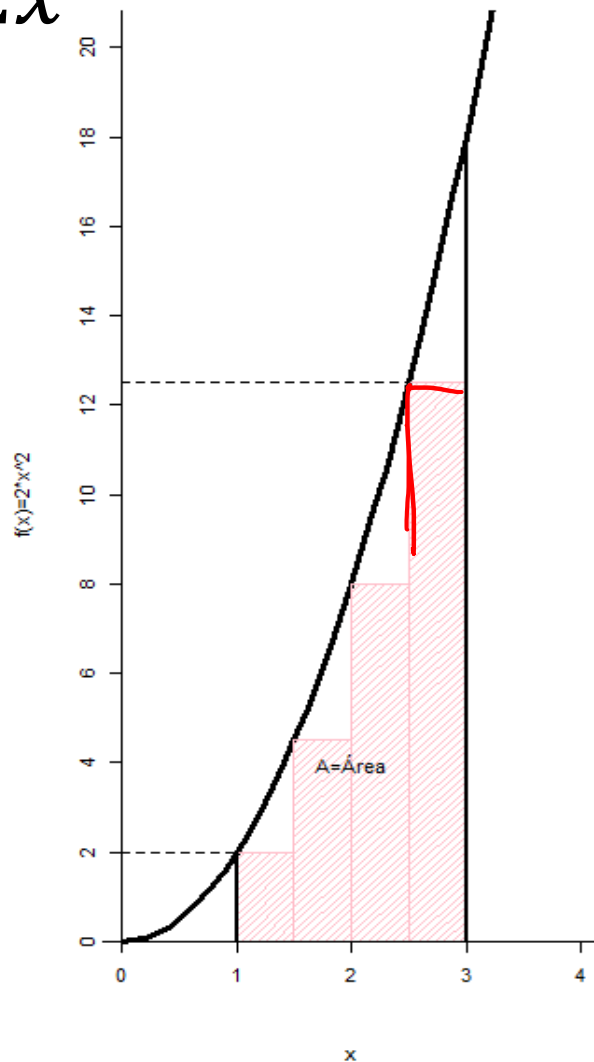
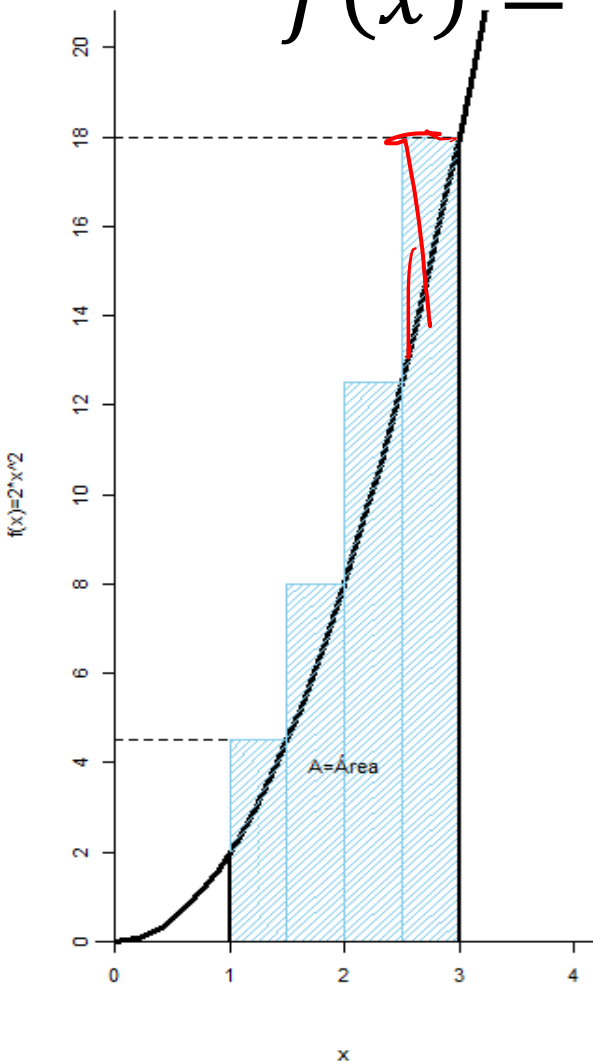


Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?



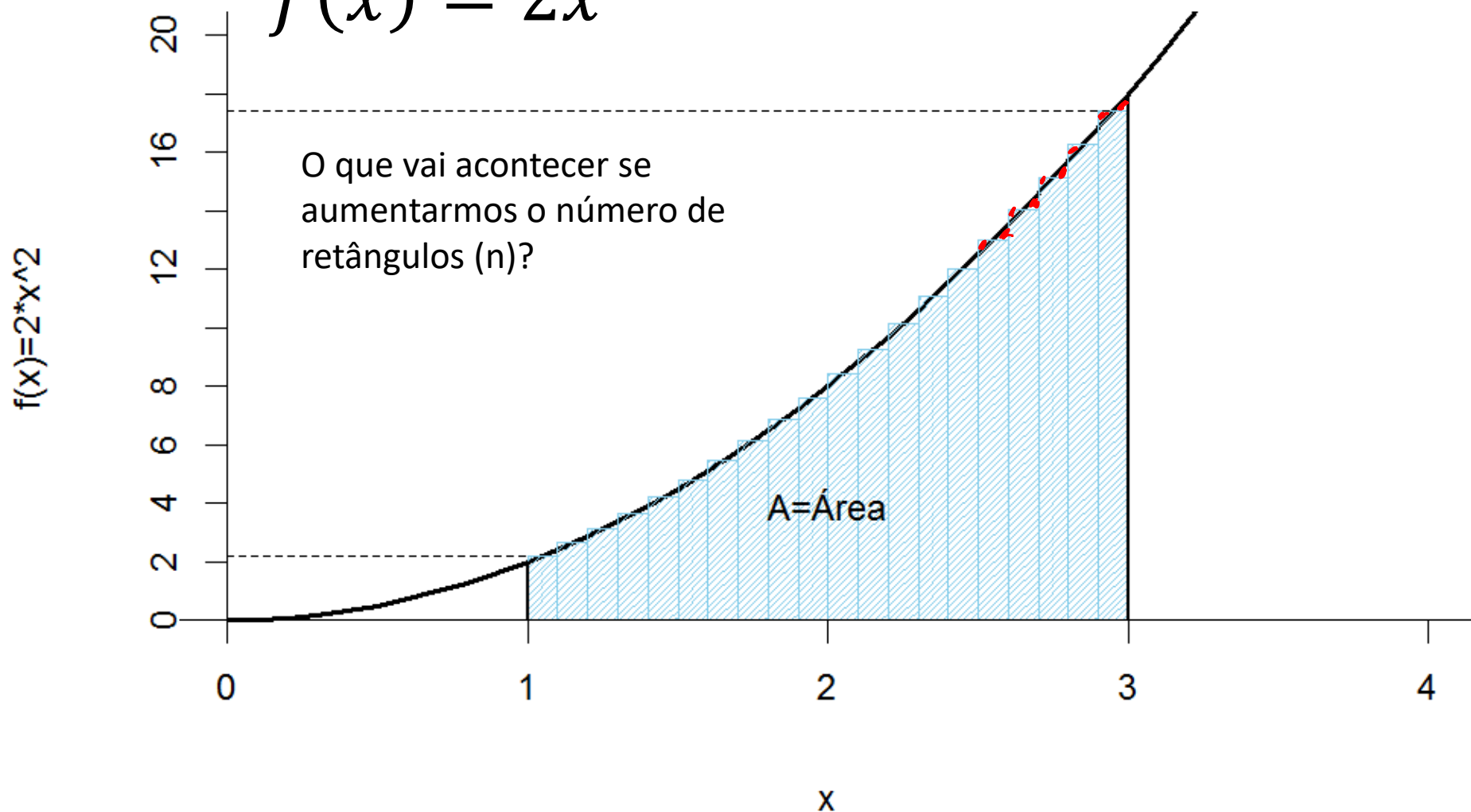
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?

$$f(x) = 2x^2$$

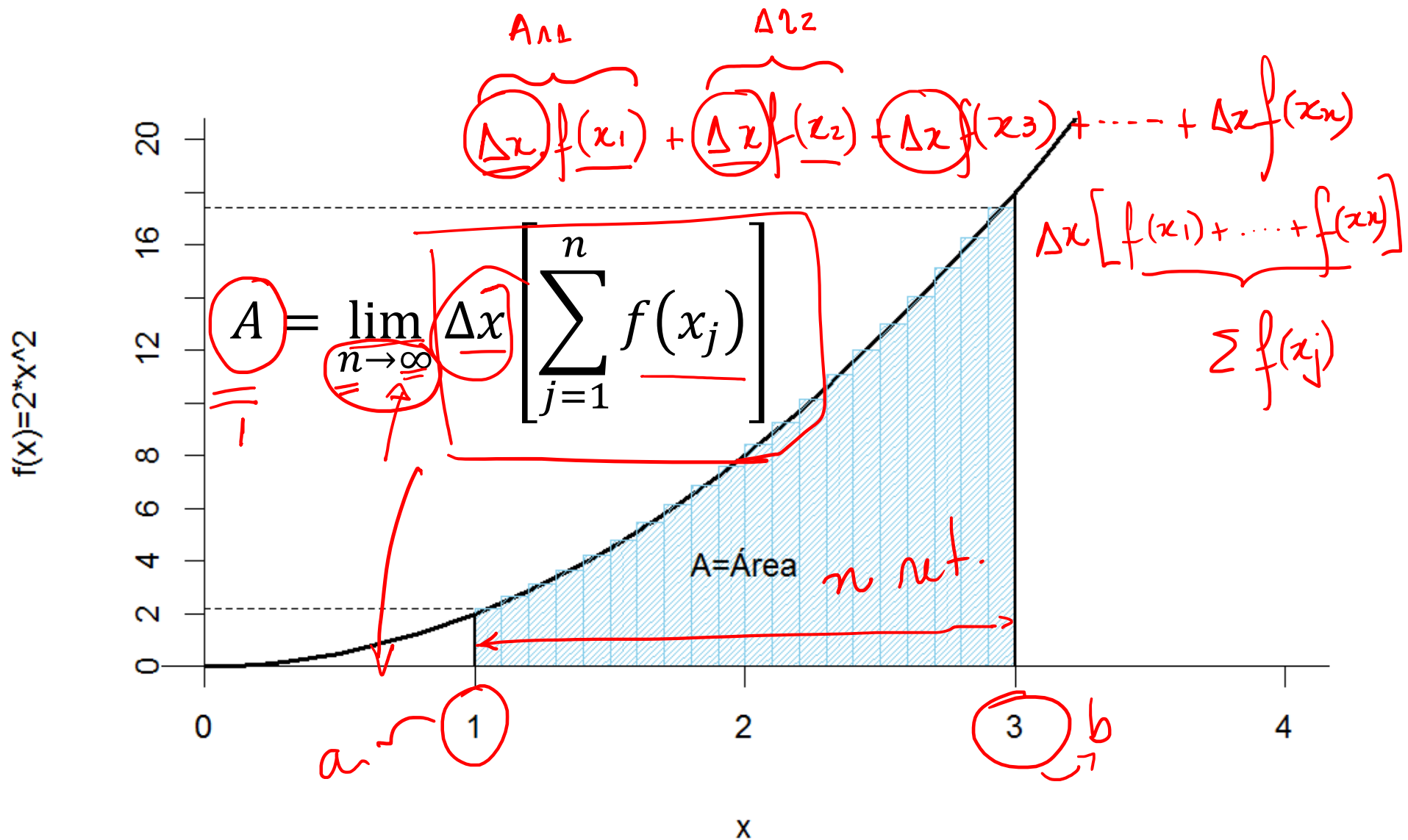


Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?

$$f(x) = 2x^2$$



Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?



Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta x \left[\sum_{j=1}^n f(x_j) \right] = \int_{x=a}^{x=b} \underline{\underline{f(x) dx}}$$

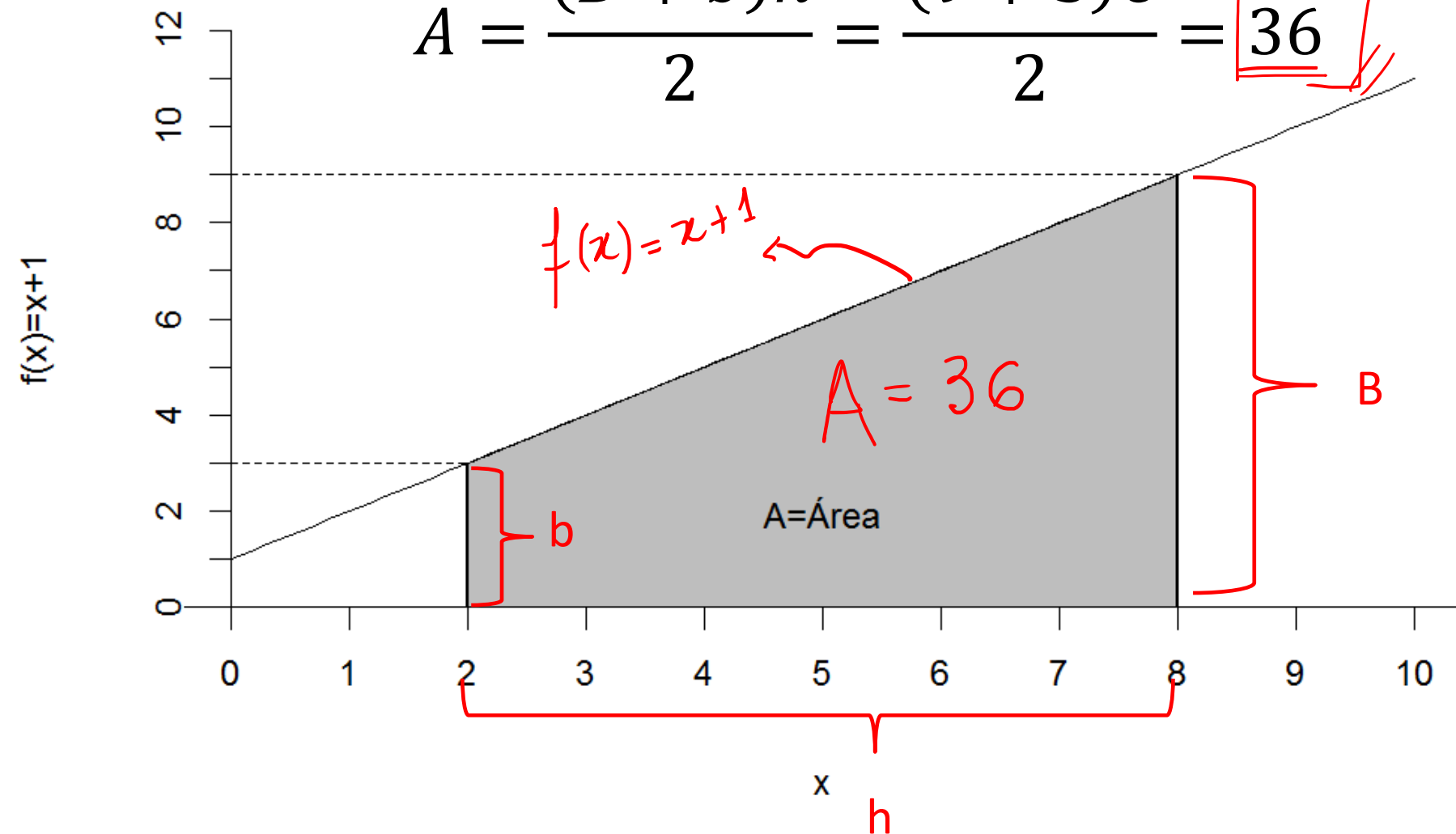
Teorema Fundamental do Cálculo

Se $y = f(x)$ é uma função contínua no intervalo $[x=a, x=b]$ e $F(x)$ é uma primitiva da função $f(x)$, então:

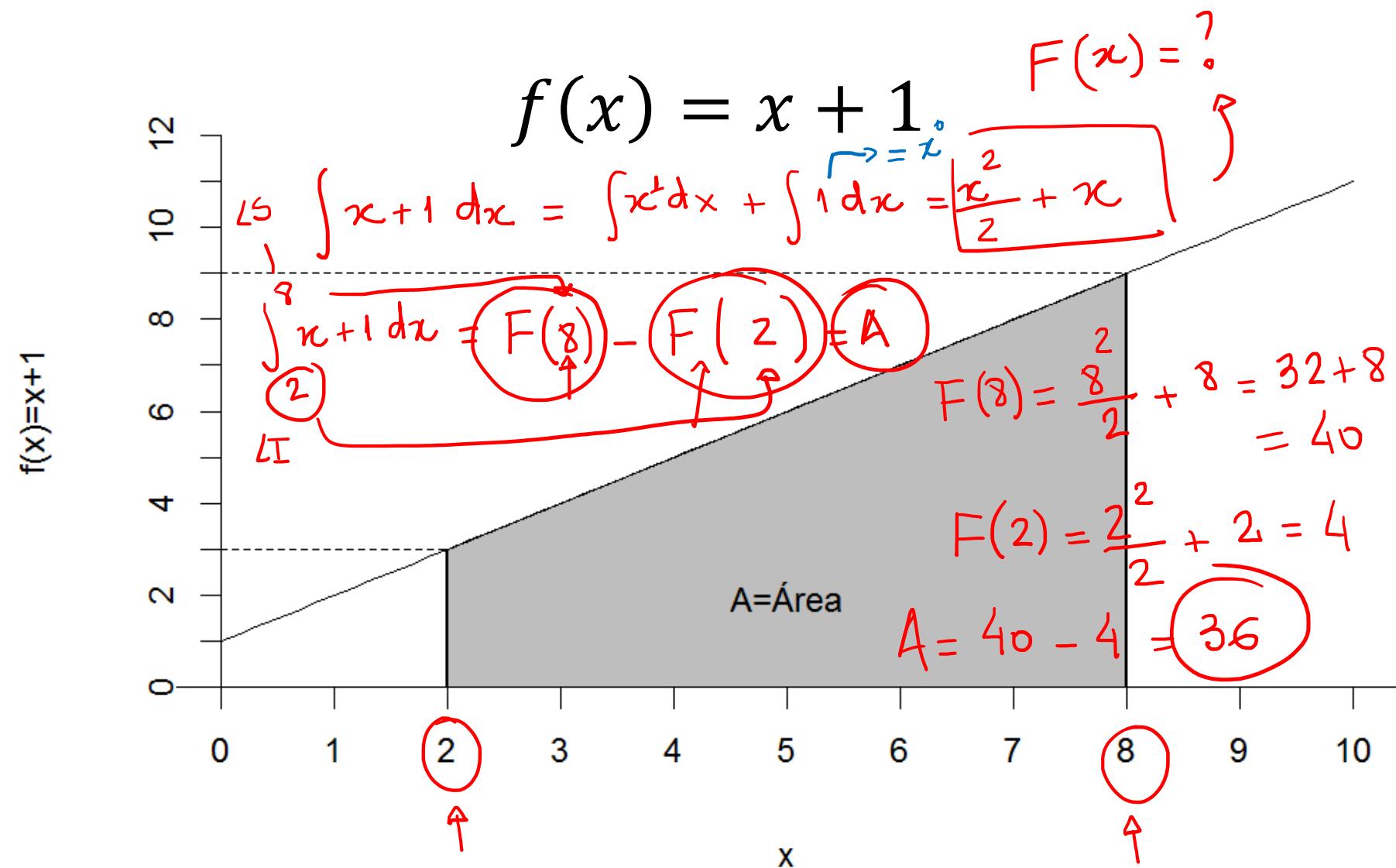
$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx = \underline{\underline{F(b)}} - \underline{\underline{F(a)}}$$

Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[2, 8]$?

$$A = \frac{(B + b)h}{2} = \frac{(9 + 3)6}{2} = \boxed{36}$$



Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[2, 8]$?



Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$f(x) = x + 1$$

$$\int f(x)dx = F(x) + C \qquad F(x) = \frac{x^2}{2} + x$$

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[2, 8]$?

$$f(x) = x + 1$$

$$\int (x + 1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$F(b) = F(8) = \frac{8^2}{2} + 8 = 40$$

$$F(a) = F(2) = \frac{2^2}{2} + 2 = 4$$

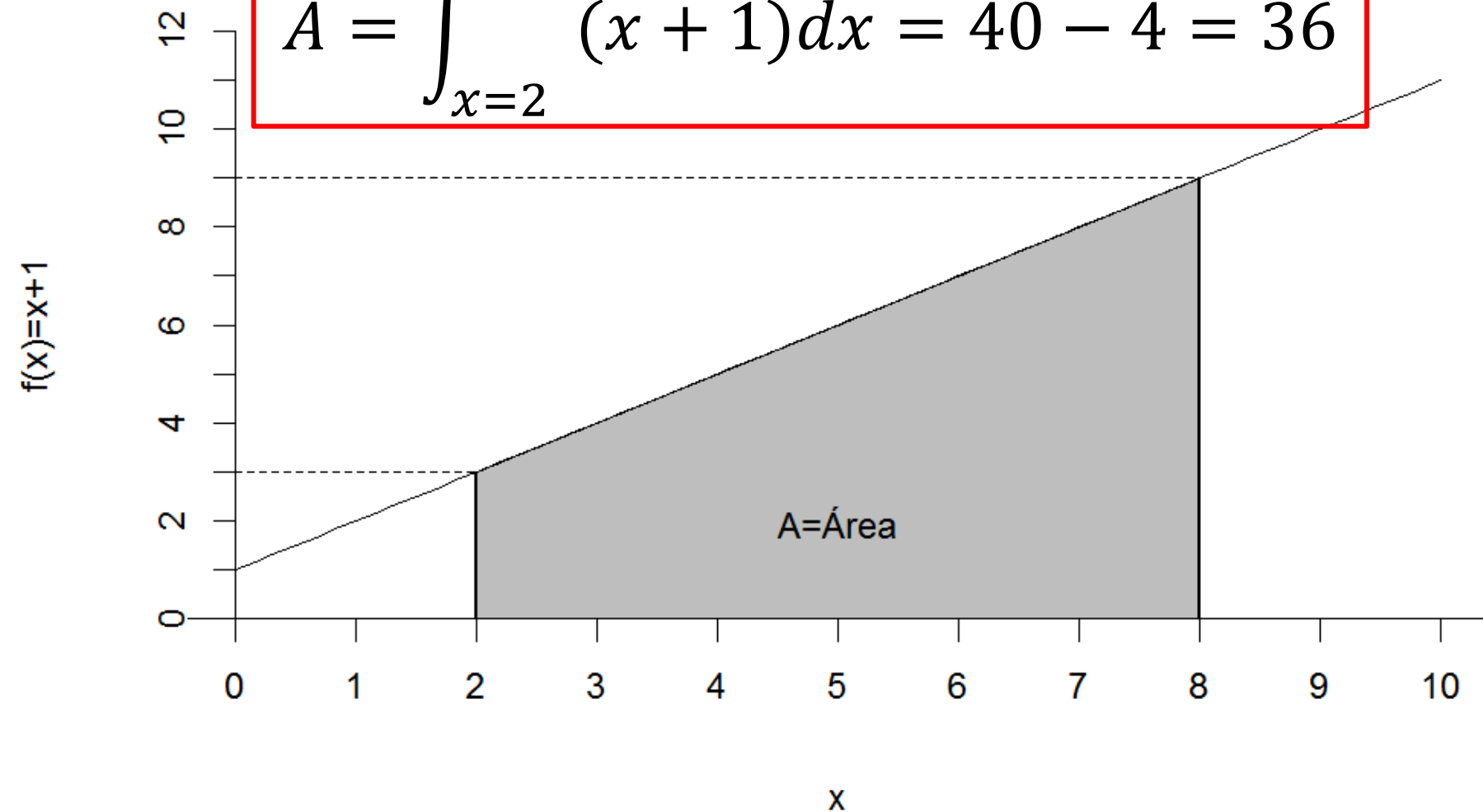
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[2, 8]$?

$$f(x) = x + 1$$

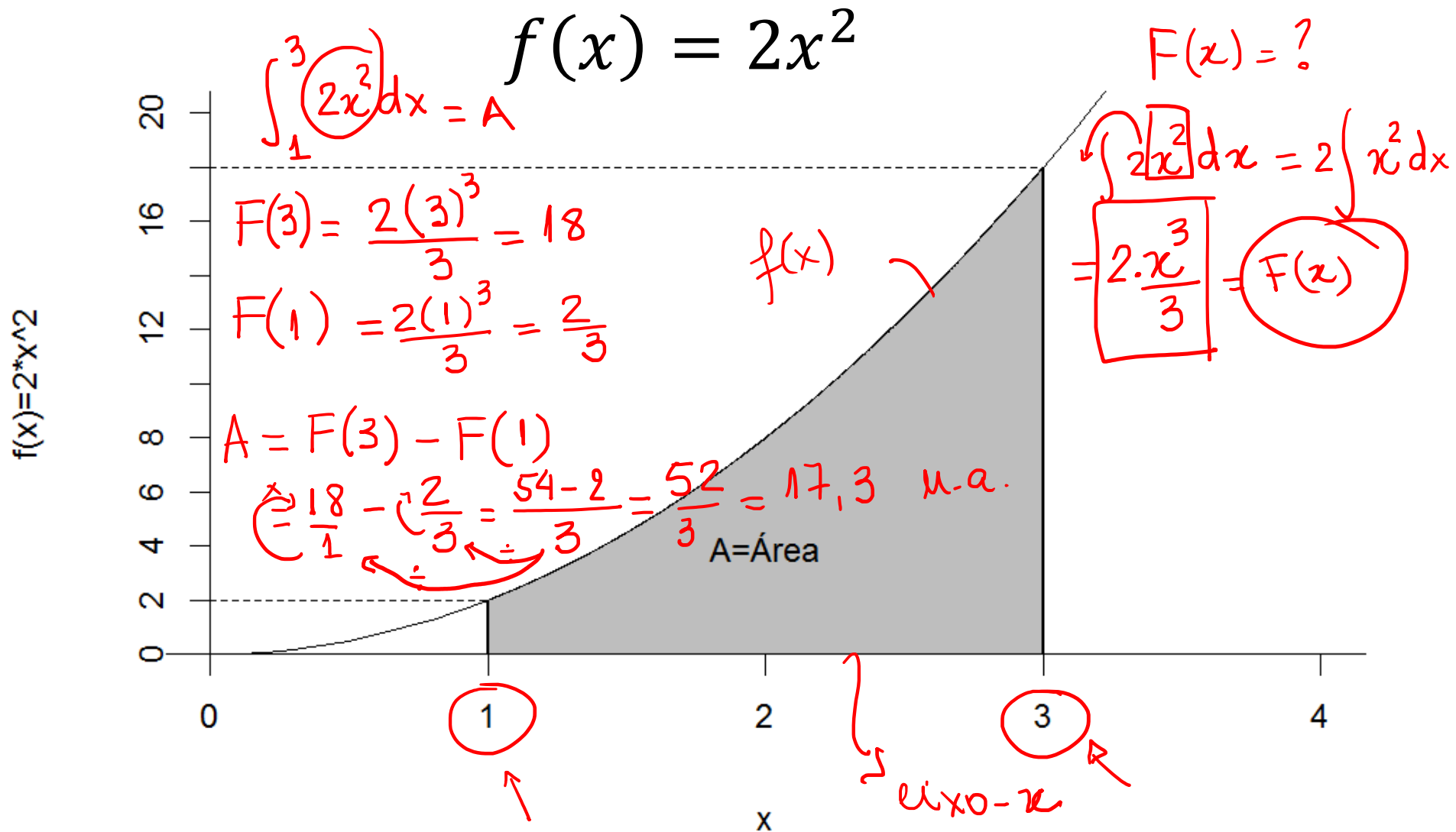
$$A = \int_{x=2}^{x=8} (x + 1)dx = 40 - 4 = 36$$

Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$A = \int_{x=2}^{x=8} (x + 1)dx = 40 - 4 = 36$$



Calcule a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?



Calcule a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?

$$f(x) = 2x^2$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = \underline{\underline{F(b) - F(a)}}$$

$F(x)$

$$\int_{x=1}^{x=3} 2x^2 dx = 2 \int_{x=1}^{x=3} x^2 dx = 2 \frac{x^3}{3} \Big|_{x=1}^{x=3}$$

$$= 2 \left(\frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} \right) = 2 \left(\frac{26}{3} \right) = \underline{\underline{\frac{52}{3} u. a.}}$$

Exercícios

$$\int x^n dx = \underbrace{\frac{x^{n+1}}{n+1}}_{F(x)} + C$$

- Calcule as Integrais Definidas

1. $\int_{-2}^0 (2x + 5) dx =$

2. $\int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx =$

3. $\int_{-2}^{-1} \left(\frac{2}{x^2} \right) dx =$

4. $\int_{-1}^1 (r + 1)^2 dr =$

→ 5. $\int_{-1}^1 3y^2 \sqrt{y^3 + 1} dy =$

→ 6. $\int_0^1 \frac{5t}{(4+t^2)^2} dt =$

→ $\frac{a+b+c}{[d]} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$

FALSO $\frac{d}{a+b} \neq \frac{d}{a} + \frac{d}{b}$

Exercícios

- Calcule as Integrais Definidas

$$1. \int_{-2}^0 (2x + 5) dx = 6$$

$$2. \int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx = 1$$

$$3. \int_{-2}^{-1} \left(\frac{2}{x^2} \right) dx = 1$$

$$4. \int_{-1}^1 (r + 1)^2 dr = \frac{8}{3}$$

$$5. \int_{-1}^1 3y^2 \sqrt{y^3 + 1} dy = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$6. \int_0^1 \frac{5t}{(4+t^2)^2} dt = \frac{1}{8}$$

Exercícios_2

Considere a função $f(x) = x^2 - 4x$. Calcule a integral definida da função no intervalo $[1 ; 3]$

$$\int_1^3 (x^2 - 4x) dx =$$

Exercícios_2

Considere a função $f(x) = x^2 - 4x$. Calcule a integral definida da função no intervalo $[1 ; 3]$

$$\int_1^3 (x^2 - 4x) dx = -\frac{22}{3}$$

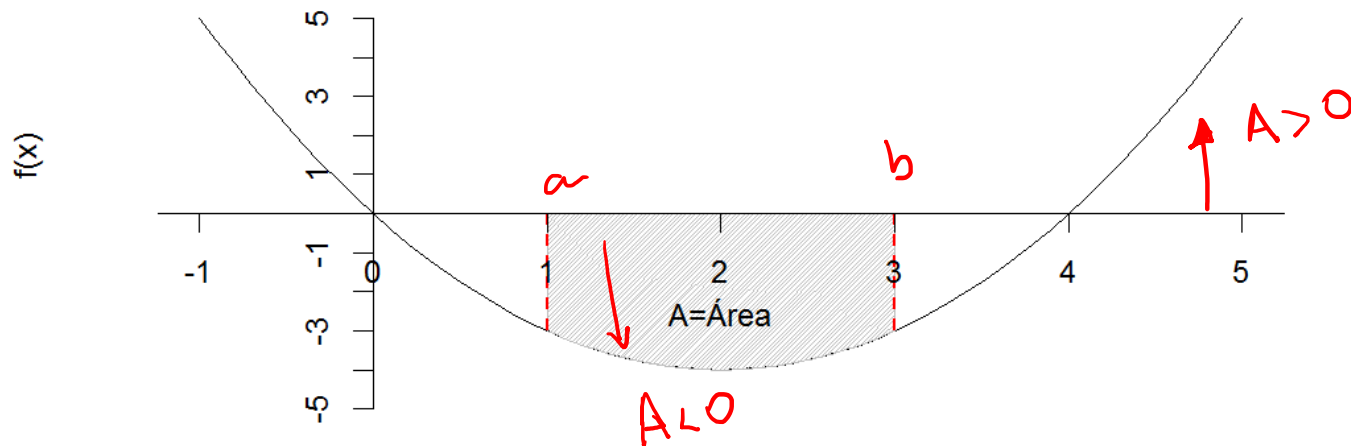
(Handwritten red annotations: a bracket above the fraction indicates $F(3) - F(1)$, and a small circle is drawn around the denominator 3.)

Faz sentido, em termos de área?

Exercícios_2

Considere a função $f(x) = x^2 - 4x$. Calcule a integral definida da função no intervalo $[1 ; 3]$

$$\int_1^3 (x^2 - 4x) dx = -\frac{22}{3}$$



Definição

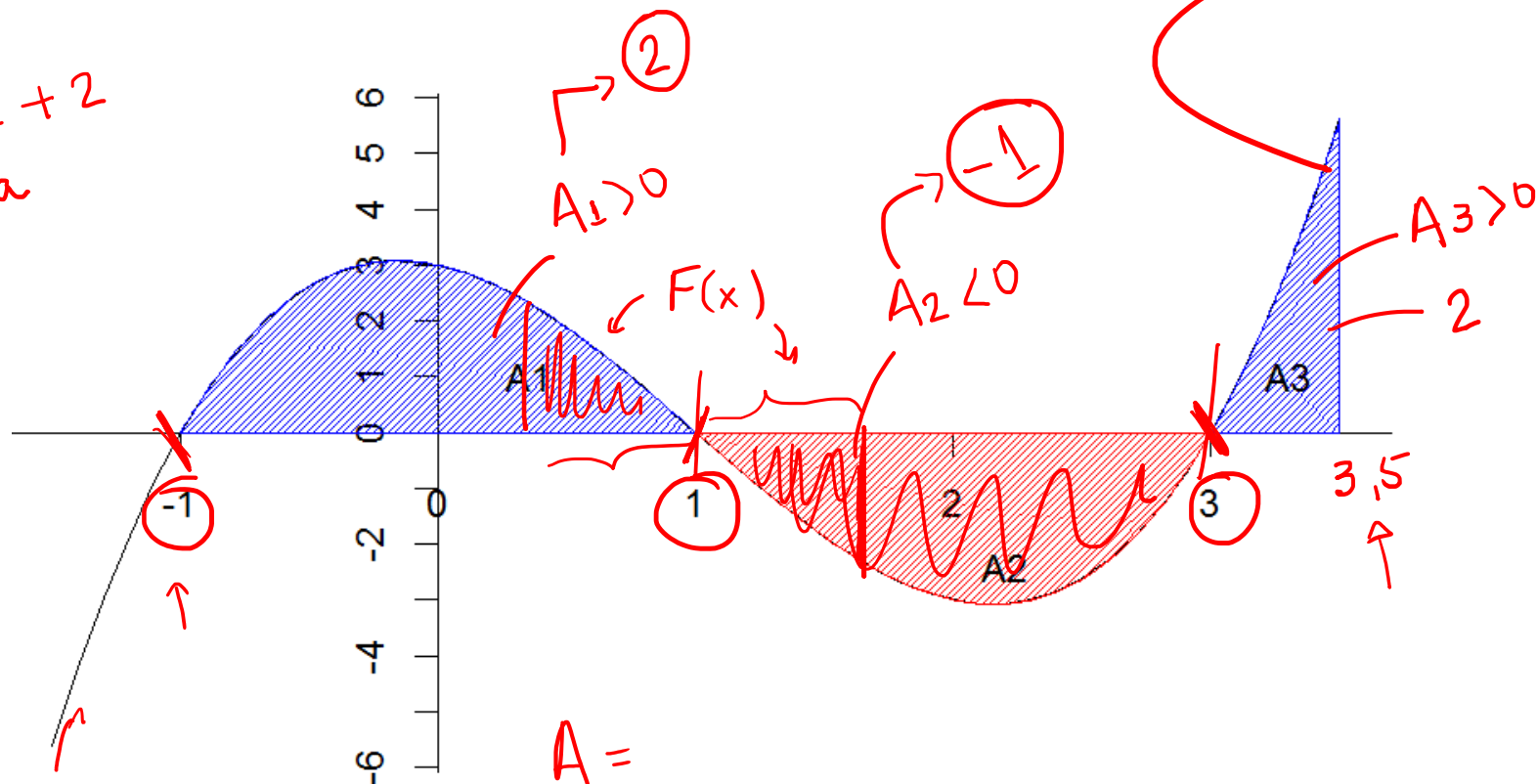
Geometricamente, o valor da integral $\int_a^b f(x)dx$ representa a área da região situada entre o gráfico da função $f(x)$ e o eixo x , sendo que esta área é contada positivamente ou negativamente, conforme esta região esteja situada acima ou abaixo do eixo x .

Definição

$$A = \int_{-1}^{3,5} f(x) dx$$

$$= 2 - 1 + 2$$

$$= \boxed{3} \text{ u.a.}$$



$$\text{Área Total} = \boxed{A_1 - A_2 + A_3}$$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$\downarrow$ $F(b) - F(a)$ $\downarrow$ $F(a) - F(b)$

Exercicios_3

• Para as funções que se seguem. Pede-se:

- ① – Faça um esboço do gráfico;
- ② – Calcule as áreas (se for o caso, áreas totais) entre a função e o eixo x nos intervalos indicados.

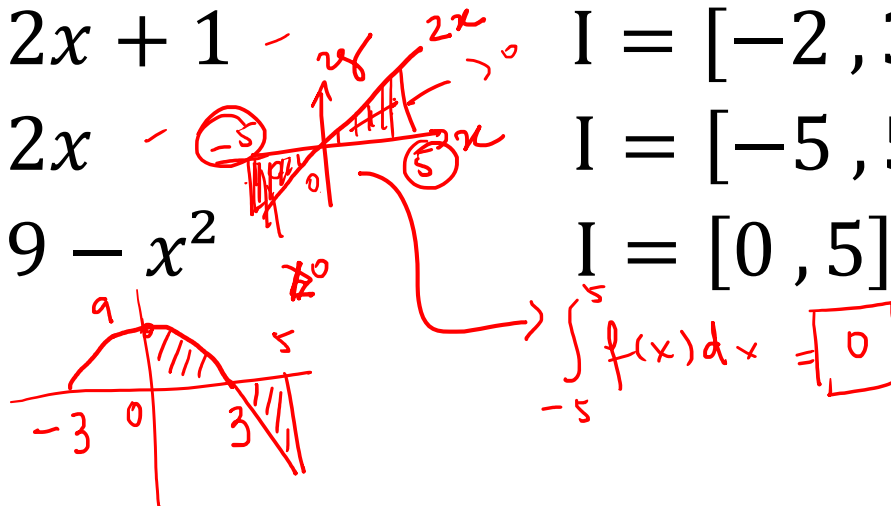
1. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ $I = [1, 3]$

2. $f(x) = 2x^2 + 8x + 6$ $I = [-3, 3]$

→ 3. $f(x) = 2x + 1$ $I = [-2, 3]$

4. $f(x) = 2x$ $I = [-5, 5]$

5. $f(x) = 9 - x^2$ $I = [0, 5]$



$$\int_{-5}^5 f(x) dx = \boxed{0}$$

