

MAE0219 - Introdução à Probabilidade e Estatística I

1º semestre de 2023

Lista 9 - EXtra Classe

Exercício 1

Duas variáveis X e Y têm distribuição conjunta dada pela seguinte fórmula:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{4}, & 0 \leq x \leq 2 \text{ e } 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Mostrar que $f(x,y)$ é uma função densidade de probabilidade conjunta.
- Obter as densidades marginais $f_X(x)$ e $f_Y(y)$.
- Calcular a probabilidade de $P(X < 1, Y > 1)$.
- Obter a esperança de X dado que $Y=1$.

Exercício 2

Supor que a distribuição conjunta do tempo de duração (X, Y) de dois componentes eletrônicos é dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & x, y > 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Encontre as funções densidade de probabilidade marginais de X e Y .
- Calcule $P(0 < X < 1; 1 < Y < 2)$.
- Obtenha $\rho(X, Y)$.

Exercício 3

Supor (X, Y) uniformemente distribuído no retângulo $Q = \{(x, y): x \in [0, 1], y \in [0, 2]\}$, o que significa que a função densidade de probabilidade conjunta de (X, Y) é dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} c & \text{se } x \in [0, 1], y \in [0, 2] \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Encontre c .
- Encontre as funções densidade de probabilidade marginais de X e Y .
- Obtenha as funções densidade de probabilidade condicionais $X|y$ e $Y|x$.
- Como ficam $E(X|y)$ e $E(Y|x)$?