

---

SEL0310 - Ondas Eletromagnéticas

Resolução Quiz #2

---

Um guia retangular metálico preenchido por ar possui dimensão de 50 mm x 40 mm. Encontre:

- (a) Os modos TE e TM que se propagam neste guia com  $\lambda > 37.5$  mm

Seja a frequência de corte dos modos TE e TM dada por:

$$f_{c_{mn}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

Deduz-se que o comprimento de onda será em um guia de onda metálico preenchido por ar ( $\epsilon_0, \mu_0$ ):

$$\lambda_{c_{mn}} = \frac{c}{f} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}}$$

Logo, busca-se valores  $(m, n)$  que satisfaçam a condição  $\lambda_{c_{mn}} > 37.5$  mm dada pelo enunciado. Assim, seja  $a = 50$  mm e  $b = 40$  mm, calcula-se

m	n	$\lambda_c$ (mm)
1	0	100.0
0	1	80.0
1	1	62.5
2	0	50.0
2	1	42.4
0	2	40.0
1	2	37.1
3	0	33.3
2	2	31.2
0	3	26.7

Tabela 1: Valores do comprimento de onda de corte para  $(m, n)$ .

Portanto, observa-se que os modos que satisfazem a questão são os modos:

$$\boxed{\text{TE}_{10}, \text{TE}_{01}, \text{TE}_{11}, \text{TM}_{11}, \text{TE}_{20}, \text{TM}_{20}, \text{TE}_{21}, \text{TM}_{21}, \text{TE}_{02} \text{ e } \text{TM}_{02}}$$

É válido salientar que os modos  $\text{TE}_{00}$  e  $\text{TM}_{00}$  não existem, pois associam-se a campos nulos. Além disso, para o modo TM, tem-se:

$$E_z(x, y, z) = B_{m,n} \cdot \text{sen} \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \text{sen} \left( \frac{n\pi y}{b} \right) e^{-j\beta z}$$

Logo, se  $m = 0$ ,  $n = 1$  ou  $m = 1$ ,  $n = 0$ , encontra-se  $E_z = 0$ , o que conduz a ausência de campos. Assim, os modos  $\text{TM}_{01}$  e  $\text{TM}_{10}$  também não existem.

- (b) **A velocidade de fase relativa ( $v_p/c$ ) para os modos para os quais  $\lambda = 0.6 \lambda_c$ .**

Sejam  $v_0 = c$  e  $\lambda = \lambda_0$  a velocidade e o comprimento de onda, respectivamente, no espaço livre ( $\sim \text{ar}$ ), tem-se:

$$\frac{v_p}{c} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2}}$$

Assim, para os modos do guia retangular em que  $\lambda = 0.6 \lambda_c$ , a velocidade de fase relativa assume o valor  $v_p/c = 1.25$