

## Análise de sistemas de distribuição

*Eduardo N. Asada*

SEL/EESC/USP

## Determinação do Estado do Sistema de Distribuição de Energia Elétrica

- Conhecimento de variáveis de estado: conjunto mínimo de variáveis que quando conhecidas, define completamente o estado do sistema.
- Variáveis comuns: Magnitude de tensão, ângulo de tensão, magnitude de corrente, ângulo da corrente, potência em alimentadores ( $P_{km}, Q_{km}$ ), potência nas barras ( $P_k, Q_k$ ).
- Entradas: Potência (cargas ou geradores), tensões ou correntes.

### Formulação do problema

Deseja-se determinar as variáveis de estado em função dos dados disponíveis no sistema (No caso as cargas).

## Modelagem de cargas

- A modelagem de cargas é um ponto crucial no estudo de sistemas de distribuição. Ela descreve o comportamento das cargas em termos das variáveis de corrente e tensão em situações específicas. Por exemplo, em estudos de regime permanente, simplificações podem ser aplicadas e cargas podem ser agrupadas ou classificadas em padrões gerais.
- Em casos de análise no domínio do tempo do sistema, pode ser necessário o conhecimento da resposta dinâmica da carga.
- Pode ser necessário o conhecimento da dependência da tensão por diferentes tipos de carga.

## Modelos de carga

Em estudos de planejamento, normalmente considera-se a demanda máxima diversificada que podem ser descritos por:

- KVA e fator de potência
- KW e F.P
- KW e kvar

A demanda pode ser classificada em **leve**, **média** e **pesada**.

**Tensão:** tensão no lado de baixa da subestação de distribuição. As correntes só podem ser calculadas se as tensões são conhecidas.

## Alguns tipos de cargas

Cargas nos alimentadores são representados por cargas conectadas em Y ou  $\Delta$

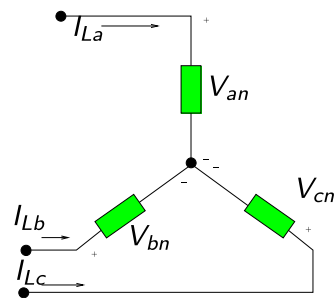
- Cargas trifásicas
  - Bifásicas
  - Monofásicas
- 1 Cargas a Potência constante (PQ) com a tensão
  - 2 Cargas a Corrente constante com a tensão
  - 3 Cargas com Impedância constante com a tensão
  - 4 Combinação das características anteriores

## Uso dos diferentes tipos de modelo de carga

### Cálculo das correntes de linha

São usados no processo iterativo do cálculo de fluxo de carga. Todos os modelos são definidos inicialmente pela potência complexa por fase e tensões de fase. Para todas as cargas, as correntes de linha que entram na carga precisam ser determinadas.

## Cargas conectadas em Y



- Fase a:  $|S_a| \angle \theta_a = P_a + jQ_a$  e  $|V_a| \angle \delta_a$
- Fase b:  $|S_b| \angle \theta_b = P_b + jQ_b$  e  $|V_b| \angle \delta_b$
- Fase c:  $|S_c| \angle \theta_c = P_c + jQ_c$  e  $|V_c| \angle \delta_c$

## Cargas a potência constante

(máquinas) Corrente de linha ?

$$I_{La} = \left( \frac{S_a}{V_{an}} \right)^* = \frac{|S_a|}{|V_{an}|} \angle \delta_a - \theta_a = |I_{La}| \angle \alpha_a$$

$$I_{Lb} = \left( \frac{S_b}{V_{bn}} \right)^* = \frac{|S_b|}{|V_{bn}|} \angle \delta_b - \theta_b = |I_{Lb}| \angle \alpha_b$$

$$I_{Lc} = \left( \frac{S_c}{V_{cn}} \right)^* = \frac{|S_c|}{|V_{cn}|} \angle \delta_c - \theta_c = |I_{Lc}| \angle \alpha_c$$

## Cargas a Impedância Constante

(Chuveiros, elementos resistivos)

É determinado inicialmente a partir da potência complexa e assume-se tensões de fase.

$$Z_a = \frac{|V_{an}|^2}{S_a^*} = \frac{|V_{an}|^2}{|S_a|} \angle \theta_a = |Z_a| \angle \theta_a$$

$$Z_b = \frac{|V_{bn}|^2}{S_b^*} = \frac{|V_{bn}|^2}{|S_b|} \angle \theta_b = |Z_b| \angle \theta_b$$

$$Z_c = \frac{|V_{cn}|^2}{S_c^*} = \frac{|V_{cn}|^2}{|S_c|} \angle \theta_c = |Z_c| \angle \theta_c$$

## Cargas a impedância constante

As correntes da carga ficam em função da impedância constante:

$$I L_a = \frac{V_{an}}{Z_a} = \frac{|V_{an}|}{|Z_a|} \angle \delta_a - \theta_a$$

$$I L_b = \frac{V_{bn}}{Z_b} = \frac{|V_{bn}|}{|Z_b|} \angle \delta_b - \theta_b$$

$$I L_c = \frac{V_{cn}}{Z_c} = \frac{|V_{cn}|}{|Z_c|} \angle \delta_c - \theta_c$$

Neste modelo, as tensões de fase mudarão durante cada iteração do programa de fluxo de carga, mas a impedância permanecerá constante.

## Cargas de corrente constante

Nesse modelo a magnitude da corrente é calculada conforme a expressão de potência constante e mantido constante enquanto o ângulo da tensão ( $\delta$ ) muda a cada iteração. Isso mantém o fator de potência da carga constante.

$$I_{ab} = |I_{ab}| \angle \delta_{ab} - \theta_{ab}$$

$$I_{bc} = |I_{bc}| \angle \delta_{bc} - \theta_{bc}$$

$$I_{ca} = |I_{ca}| \angle \delta_{ca} - \theta_{ca}$$

A potência absorvida será:

$$S = V_f I_{esp}^* = V_f \angle \delta I_{esp} \angle -(\delta - \theta)$$

$$S = V_f I_{esp} \angle \theta = V_f I_{esp} \cos \theta + j V_f I_{esp} \sin \theta$$

Nesse caso a potência absorvida pela carga varia linearmente com a tensão aplicada, pois a corrente se mantém constante.

## Modelo de carga combinada

### Carga trifásica em Y aterrado

- $K_{pq}$  - % da carga representada pelo modelo de potência constante
- $K_I$  - % da carga representada pelo modelo de corrente constante
- $K_Z$  - % da carga representada pelo modelo de impedância constante

## Corrente para o modelo de potência constante

$$I_{pq_a} = \frac{K_{pq}}{100} \cdot \left( \frac{S_a}{V_{an}} \right)^*$$

$$I_{pq_b} = \frac{K_{pq}}{100} \cdot \left( \frac{S_b}{V_{bn}} \right)^*$$

$$I_{pq_c} = \frac{K_{pq}}{100} \cdot \left( \frac{S_c}{V_{cn}} \right)^*$$

## Corrente para o modelo de corrente constante

$$I_{i_a} = \frac{K_I}{100} \cdot I_{esp_a} \cdot \frac{V_{an}}{|V_{an}|} = \frac{K_I}{100} \cdot I_{esp_a} \angle \delta_a - \theta_a$$

$$I_{i_b} = \frac{K_I}{100} \cdot I_{esp_b} \angle \delta_b - \theta_b$$

$$I_{i_c} = \frac{K_I}{100} \cdot I_{esp_c} \angle \delta_c - \theta_c$$

## Corrente para o modelo de impedância constante

$$I_{z_a} = \frac{K_z}{100} \cdot \frac{1}{Z_{esp}} \cdot V_{an}$$

$$I_{z_b} = \frac{K_z}{100} \cdot \frac{1}{Z_{esp}} \cdot V_{bn}$$

$$I_{z_c} = \frac{K_z}{100} \cdot \frac{1}{Z_{esp}} \cdot V_{cn}$$

## Correntes totais de cada fase

$$I_a = I_{pq_a} + I_{i_a} + I_{z_a}$$

$$I_b = I_{pq_b} + I_{i_b} + I_{z_b}$$

$$I_c = I_{pq_c} + I_{i_c} + I_{z_c}$$

$$I_n = -(I_a + I_b + I_c)$$



## Exemplo de carga combinada

Atribui-se uma porcentagem da carga total para cada tipo de carga. A corrente da linha entrando na carga é a soma dos três componentes.

Exemplo: A potência complexa de uma carga em Y é dada por:

$$S_{abc} = \begin{bmatrix} 2.246,1 \angle 26,6 \\ 2.506,0 \angle 28,6 \\ 2.101,4 \angle 25,3 \end{bmatrix} \text{ KVA}$$

Especificação da carga: 50 % potência constante, 20 % impedância constante, 30 % corrente constante. Tensão nominal é de 12,47 kV.

## Assumir a tensão nominal e calcular as correntes

Tensão de fase

$$V_{FNabc} = \begin{bmatrix} 7.200 \angle 0 \\ 7.200 \angle -120 \\ 7.200 \angle 120 \end{bmatrix} \text{ V}$$

Componentes devido à carga de potência complexa constante:

$$I_{pq_i} = 0,5 \cdot \left( \frac{S_i \cdot 1000}{V_{in}} \right)^* = \begin{bmatrix} 155,3 \angle -26,6 \\ 174,0 \angle -148,6 \\ 146,0 \angle 94,7 \end{bmatrix} \text{ A}$$

## Cálculo da parcela de impedância constante

$$Z_i = \frac{V_{in}^2}{S_i^* \cdot 1000} = \begin{bmatrix} 20,7 + j10,4 \\ 18,2 + j9,9 \\ 22,3 + j10,6 \end{bmatrix} \Omega$$

Logo,

$$I_{zi} = 0,2 \cdot \frac{V_{in}}{Z_i} = \begin{bmatrix} 62,1 \angle -26,6 \\ 69,6 \angle -148,6 \\ 58,4 \angle 94,7 \end{bmatrix} \text{ A}$$

## Correntes referentes à porção da carga de corrente constante

$$I_{i_i} = 0,3 \cdot \left| \left( \frac{S_i \cdot 1000}{V_{in}} \right)^* \right| \angle \delta_i - \theta_i = \begin{bmatrix} 93,2 \angle -26,6 \\ 104,4 \angle -148,6 \\ 87,6 \angle 94,7 \end{bmatrix}$$

Corrente total é a soma dos três componentes:

$$I_{abc} = I_{pq} + I_z + I_i = \begin{bmatrix} 310,6 \angle -26,6 \\ 348,1 \angle -148,6 \\ 292,0 \angle 94,7 \end{bmatrix} \text{ A}$$

## Atualização do estado no fluxo de carga

No fluxo de carga o processo de obtenção do estado da rede é iterativo. Isto é, a cada iteração as tensões do sistema são atualizadas. Portanto, em cada iteração as correntes nas cargas irão se alterar. Imagine que na segunda iteração as tensões na carga são:

$$V_{in} = \begin{bmatrix} 6850,0 \angle -1,9 \\ 6972,7 \angle -122,1 \\ 6886,1 \angle 117,5 \end{bmatrix} \text{ V}$$

## Atualização das correntes

$$I_{pq_i} = 0,5 \cdot \left( \frac{S_i \cdot 1000}{V_{in}} \right)^* = \begin{bmatrix} 163,2 \angle -28,5 \\ 179,7 \angle -150,7 \\ 152,7 \angle 92,1 \end{bmatrix} \text{ A}$$

$$I_{z_i} = 0,2 \cdot \frac{V_{in}}{Z_i} = \begin{bmatrix} 59,1 \angle -28,5 \\ 67,4 \angle -150,7 \\ 55,9 \angle 92,1 \end{bmatrix} \text{ A}$$

$$I_{i_i} = 0,3 \cdot \left| \left( \frac{S_i \cdot 1000}{V_{in}} \right)^* \right| \angle \delta_i - \theta_i = \begin{bmatrix} 93,2 \angle -28,5 \\ 104,4 \angle -150,7 \\ 87,6 \angle 92,1 \end{bmatrix} \text{ A}$$

Note que a impedância da porção de impedância constante e a corrente da porção da corrente constante não se alteraram.

## Corrente Total

Corrente total na iteração 2.

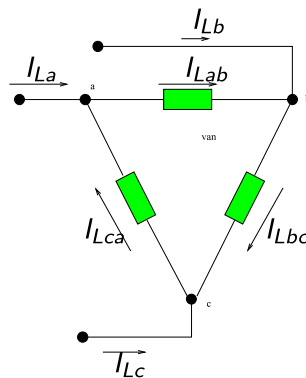
$$I_{abc} = I_{pq} + I_z + I_i = \begin{bmatrix} 315,5 \angle -28,5 \\ 351,5 \angle -150,7 \\ 296,2 \angle 92,1 \end{bmatrix} \text{ A}$$

Corrente total na iteração 1:

$$I_{abc} = I_{pq} + I_z + I_i = \begin{bmatrix} 310,6 \angle -26,6 \\ 348,1 \angle -148,6 \\ 292,0 \angle 94,7 \end{bmatrix} \text{ A}$$

Deve-se observar que a corrente da parte potência constante aumentou na 2a iteração por que a tensão diminuiu. A corrente da parte de Z const. caiu porque V caiu e a corrente da parte de corrente const. permaneceu o mesmo. Todos os componentes da carga possuem os mesmos ângulos de fase porque o fator de potência não se alterou.

## Cargas conectadas em $\Delta$



- Fase ab:  $|S_{ab}| \angle \theta_{ab} = P_{ab} + jQ_{ab}$  e  $|V_{ab}| \angle \delta_{ab}$
- Fase bc:  $|S_{bc}| \angle \theta_{bc} = P_{bc} + jQ_{bc}$  e  $|V_{bc}| \angle \delta_{bc}$
- Fase ca:  $|S_{ca}| \angle \theta_{ca} = P_{ca} + jQ_{ca}$  e  $|V_{ca}| \angle \delta_{ca}$

## Modelo de carga a potência constante

Neste modelo, as tensões de linha irão se alterar em cada iteração resultando em novas magnitudes e ângulos de corrente no começo de cada iteração.

$$I_{Lab} = \left( \frac{S_{ab}}{V_{ab}} \right)^* = \frac{|S_{ab}|}{|V_{ab}|} \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} = |I_{Lab}| \angle \alpha_{ab}$$

$$I_{Lbc} = \left( \frac{S_{bc}}{V_{bc}} \right)^* = \frac{|S_{bc}|}{|V_{bc}|} \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} = |I_{Lbc}| \angle \alpha_{bc}$$

$$I_{Lca} = \left( \frac{S_{ca}}{V_{ca}} \right)^* = \frac{|S_{ca}|}{|V_{ca}|} \angle \delta_{ca} - \theta_{ca} = |I_{Lca}| \angle \alpha_{ca}$$

## Cargas a Impedância Constante

É determinado inicialmente a partir da potência complexa e assume-se tensões de linha.

$$Z_{ab} = \frac{|V_{ab}|^2}{S_{ab}^*} = \frac{|V_{ab}|^2}{|S_{ab}|} \angle \theta_{ab} = |Z_{ab}| \angle \theta_{ab}$$

$$Z_{bc} = \frac{|V_{bc}|^2}{S_{bc}^*} = \frac{|V_{bc}|^2}{|S_{bc}|} \angle \theta_{bc} = |Z_{bc}| \angle \theta_{bc}$$

$$Z_{ca} = \frac{|V_{ca}|^2}{S_{ca}^*} = \frac{|V_{ca}|^2}{|S_{ca}|} \angle \theta_{ca} = |Z_{ca}| \angle \theta_{ca}$$

## Cargas a impedância constante

As correntes da carga ficam em função da impedância constante:

$$I_{L_{ab}} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{|V_{ab}|}{|Z_{ab}|} \angle \delta_{ab} - \theta_{ab}$$

$$I_{L_{bc}} = \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{|V_{bc}|}{|Z_{bc}|} \angle \delta_{bc} - \theta_{bc}$$

$$I_{L_{ca}} = \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{|V_{ca}|}{|Z_{ca}|} \angle \delta_{ca} - \theta_{ca}$$

Neste modelo, as tensões de fase mudarão durante cada iteração do programa de fluxo de carga, mas a impedância permanecerá constante.

## Cargas de corrente constante (ou F.P. constante)

Nesse modelo a magnitude da corrente e o ângulo de rotação de fase entre tensão e corrente ( $\theta$ ) são mantidas constantes.

Ex: Forno a arco, lâmpadas em de descarga, fluorescentes

Para qualquer valor de tensão monofásica aplicado à carga, a corrente será dada por:

$$I_{esp} \angle \delta - \theta$$

A potência absorvida será:

$$S = V_f I_{esp}^* = V_f \angle \delta I_{esp} \angle -(\delta - \theta)$$

$$S = V_f I_{esp} \angle \theta = V_f I_{esp} \cos \theta + j V_f I_{esp} \sin \theta$$

Nesse caso a potência absorvida pela carga varia linearmente com a tensão aplicada, pois a corrente se mantém constante.

## Análise de fluxo de potência em alimentadores de distribuição

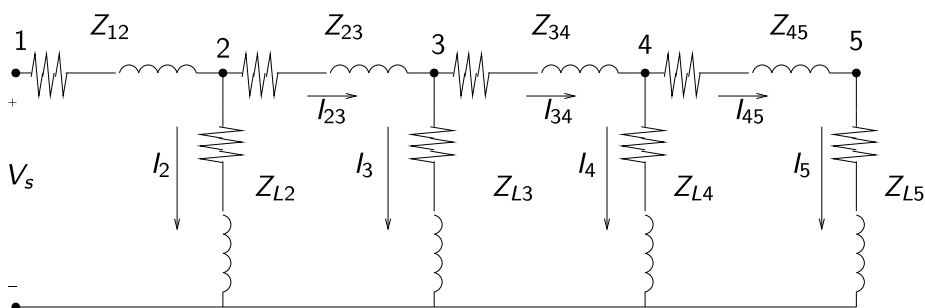
Fluxo de potência ou fluxo de carga fornece as seguintes grandezas:

- Magnitude de tensão e ângulos para todos os nós do alimentador
- Fluxo de potência em cada seção em kW e kvar, corrente, ângulo, F.P.
- Perdas totais de alimentadores
- Perdas em cada seção de linha
- Potência total de entrada na linha
- KW e kvar para cada modelo de carga

O problema de fluxo de carga representa um problema **não-linear**: Forma de resolução: método de Newton e Feed-forward/backward sweep.

## Método Ladder para circuitos lineares

Considere o seguinte circuito linear:



Pergunta: Como obter as tensões nodais do circuito?

## Resolução pelo método ladder

- Processo forward: calcular a tensão no nó 5 na situação sem carga.

$$V_5 = V_s$$

- Processo backward: calcular as correntes de carga e as quedas de tensão.

$$I_5 = \frac{V_5}{Z_{L5}}$$

Aplica a LTK para calcular a tensão no nó 4.

$$V_4 = V_5 + Z_{45} \cdot I_{45}$$

$I_4$  pode ser calculado e com a LCK,  $I_{34}$  é determinado.

$$I_{34} = I_{45} + I_4$$



## Resolução pelo método ladder (2)

- $V_3 = V_4 + Z_{34} I_{34}$
- $I_3 = \frac{V_3}{Z_3}$
- $I_{23} = I_3 + I_{34}$
- $V_2 = V_3 + Z_{23} I_{23}$
- $I_2 = \frac{V_2}{Z_2}$
- $I_{12} = I_2 + I_{23}$
- $V_1 = V_2 + Z_{12} I_{12}$

Entretanto,  $V_1 \neq V_s$

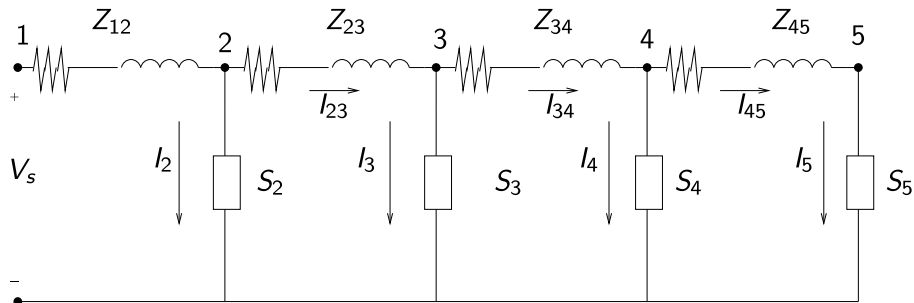
### Solução

$$r = \frac{V_s}{V_1}$$

Basta multiplicar todas as tensões e correntes por  $r$  para se obter a solução correta. (por que?)



## Sistemas Não-Lineares



Pergunta: Como obter as tensões nodais do circuito?

## Resolução pelo método forward/backward

Geralmente as cargas são do tipo potência constante e introduzem não-linearidade no problema

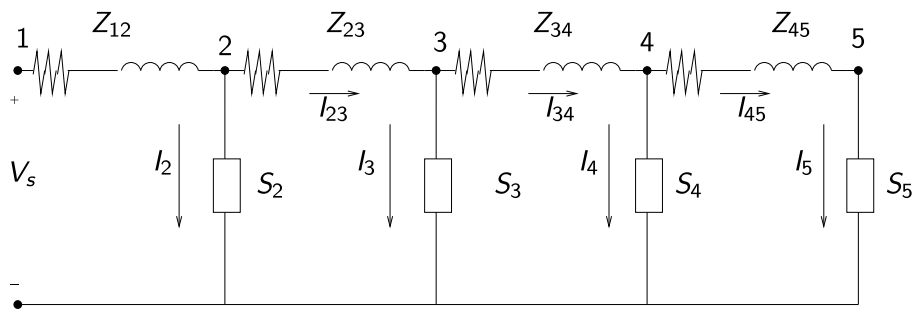
As cargas serão substituídas por elementos de potência complexa.

Corrente de carga nos nós

$$I_n = \left( \frac{S_n}{V_n} \right)^*$$

Atribui-se uma tensão no nó 5 e o processo backward calcula as tensões nodais.

## Forward-Backward - Cargas potência constante



### Pergunta

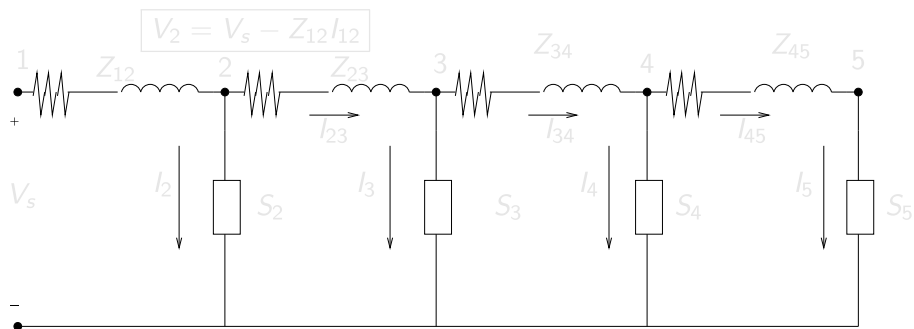
Tensão  $V_1$  é diferente de  $V_s$  especificado. Basta multiplicar todas as tensões e correntes por  $\frac{V_s}{V_1}$  ?



## Resposta: sistemas não-lineares

Não é possível realizar o cálculo sem um processo iterativo de solução

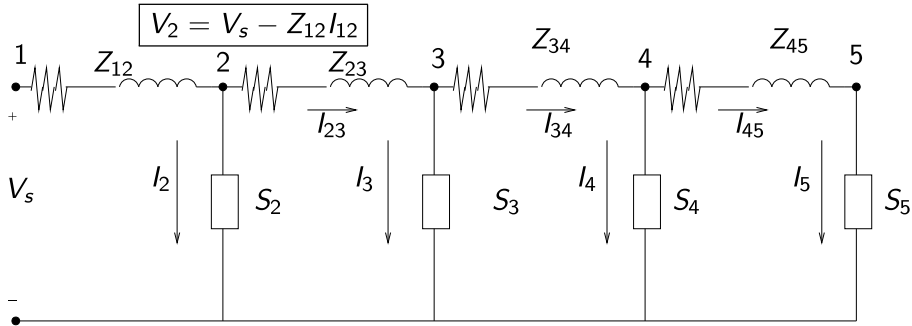
A iteração seguinte deve iniciar aplicando o forward com as correntes obtidas no backward. Nesse caso,



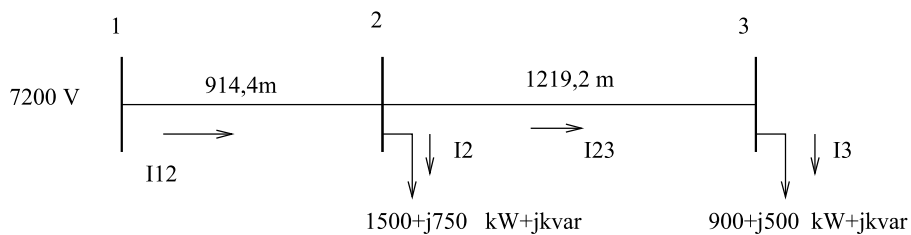
## Resposta: sistemas não-lineares

Não é possível realizar o cálculo sem um processo iterativo de solução

A iteração seguinte deve iniciar aplicando o forward com as correntes obtidas no backward. Nesse caso,



## Exemplo



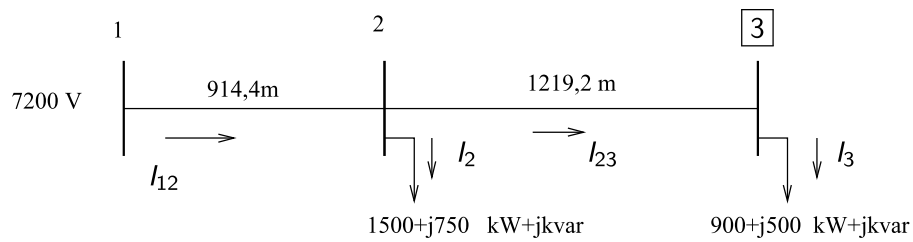
$$z = 0,1875 + j0,375 \text{ Ohms/km}$$

Impedância do segmento de linha 1-2

$$Z_{12} = (0,1875 + j0,375) \cdot 0,9144 = 0,1705 + j0,3409 \ \Omega$$

$$Z_{23} = (0,1875 + j0,375) \cdot 1,2192 = 0,2273 + j0,4545 \ \Omega$$

## Iniciando no nó 3

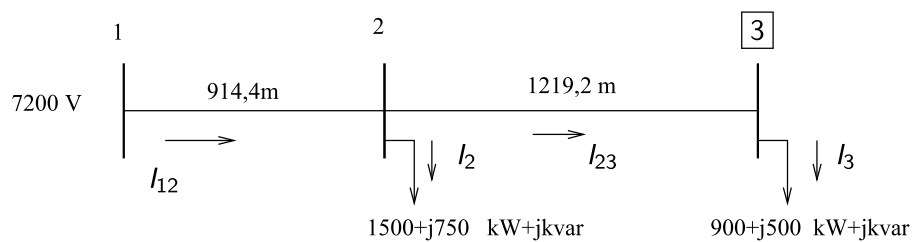


$$z = 0,1875 + j 0,375 \text{ Ohms/km}$$

- $I_{23} = 0$ , logo  $V_3 = V_2 = V_1 = 7200 \angle 0 \text{ V}$
- Backward: Corrente de carga no nó 3

$$I_3 = I_{23} = \left( \frac{(900 + j500) \cdot 1000}{7200 \angle 0} \right)^* = 143 \angle -29,0 \text{ A}$$

## Iniciando no nó 3

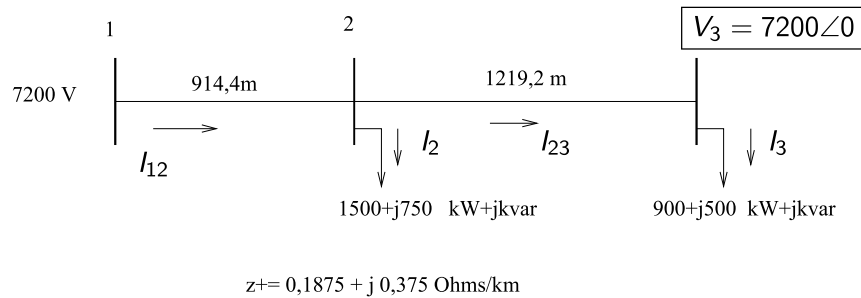


$$z = 0,1875 + j 0,375 \text{ Ohms/km}$$

- $I_{23} = 0$ , logo  $V_3 = V_2 = V_1 = 7200 \angle 0 \text{ V}$
- Backward: Corrente de carga no nó 3

$$I_3 = I_{23} = \left( \frac{(900 + j500) \cdot 1000}{7200 \angle 0} \right)^* = 143 \angle -29,0 \text{ A}$$

## Backward - iteração 1



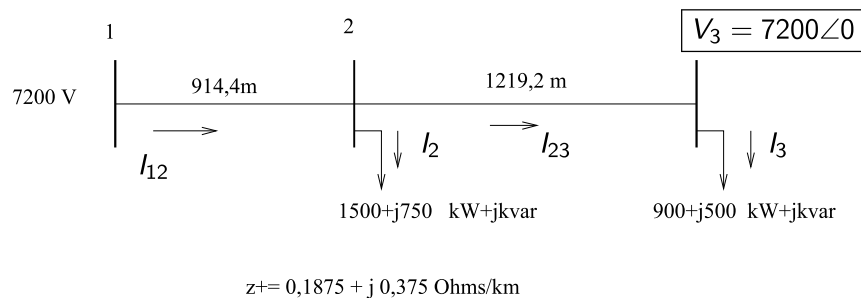
- Backward:

$$I_{23} = 143 \angle -29,0 \text{ A}$$

$$V_2 = V_3 + Z_{23} \cdot I_{23} = 7200 \angle 0 + (0,2273 + j0,4545) \cdot 143 \angle -29,0$$

$$V_2 = 7260,1 \angle 0,32 \text{ V}$$

## Backward - iteração 1



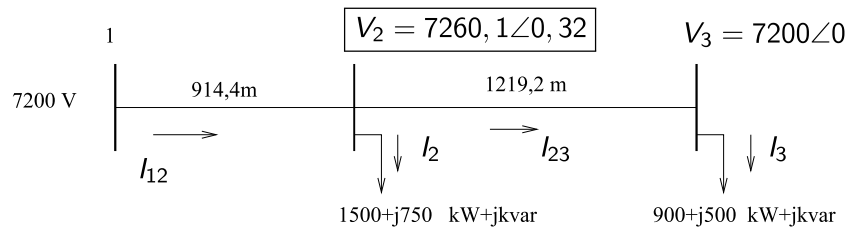
- Backward:

$$I_{23} = 143 \angle -29,0 \text{ A}$$

$$V_2 = V_3 + Z_{23} \cdot I_{23} = 7200 \angle 0 + (0,2273 + j0,4545) \cdot 143 \angle -29,0$$

$$V_2 = 7260,1 \angle 0,32 \text{ V}$$

## Backward - Nó 2 - iteração 1



$$z = 0,1875 + j 0,375 \text{ Ohms/km}$$

- Corrente de carga no nó 2:

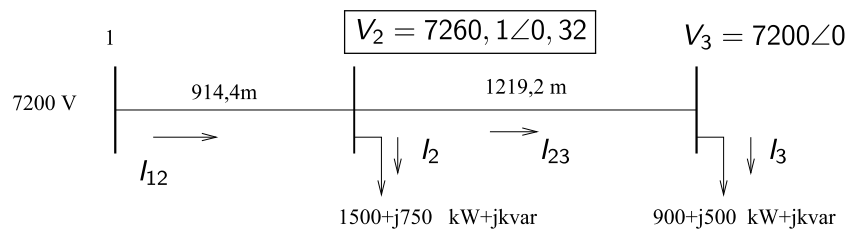
$$I_2 = \left( \frac{(1500 + j750) \cdot 1000}{7260,1 \angle 0,32} \right)^* = 231 \angle -26,3 \text{ A}$$

Corrente no segmento de linha 1-2

$$I_{12} = I_{23} + I_2 = 373,9 \angle -27,3 \text{ A}$$

$$V_1 = V_2 + Z_{12} \cdot I_{12} = 7376,2 \angle 0,97 \text{ V}$$

## Backward - Nó 2 - iteração 1



$$z = 0,1875 + j 0,375 \text{ Ohms/km}$$

- Corrente de carga no nó 2:

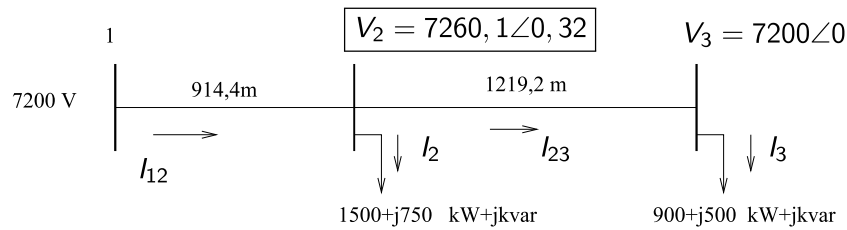
$$I_2 = \left( \frac{(1500 + j750) \cdot 1000}{7260,1 \angle 0,32} \right)^* = 231 \angle -26,3 \text{ A}$$

Corrente no segmento de linha 1-2

$$I_{12} = I_{23} + I_2 = 373,9 \angle -27,3 \text{ A}$$

$$V_1 = V_2 + Z_{12} \cdot I_{12} = 7376,2 \angle 0,97 \text{ V}$$

## Backward - Nó 2 - iteração 1



$$z = 0,1875 + j 0,375 \text{ Ohms/km}$$

- Corrente de carga no nó 2:

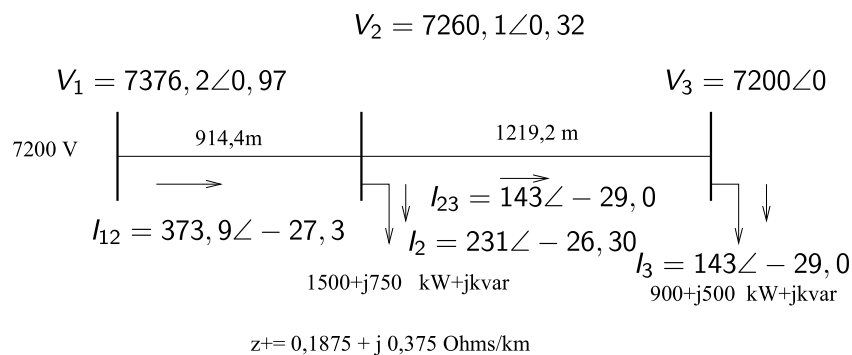
$$I_2 = \left( \frac{(1500 + j750) \cdot 1000}{7260, 1 \angle 0, 32} \right)^* = 231 \angle -26, 3 \text{ A}$$

Corrente no segmento de linha 1-2

$$I_{12} = I_{23} + I_2 = 373, 9 \angle -27, 3 \text{ A}$$

$$V_1 = V_2 + Z_{12} \cdot I_{12} = 7376, 2 \angle 0, 97 \text{ V}$$

## Final da iteração 1



$$z = 0,1875 + j 0,375 \text{ Ohms/km}$$

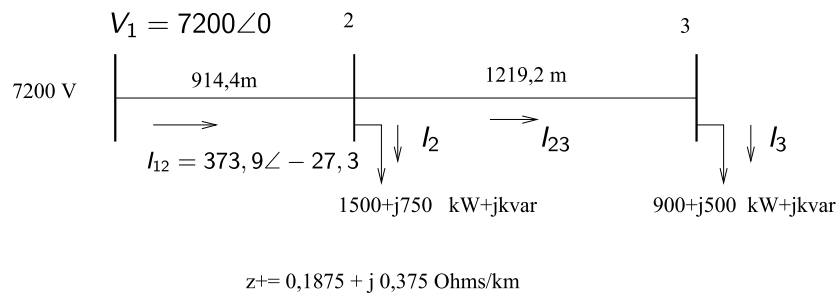
### Erro observado

$$\text{Erro} = ||V_s - |V_1|| = 176, 2 \text{ V}$$

Tolerância típica é de 0,001 p.u. ou 7,2 V. Deve-se fazer uma nova iteração

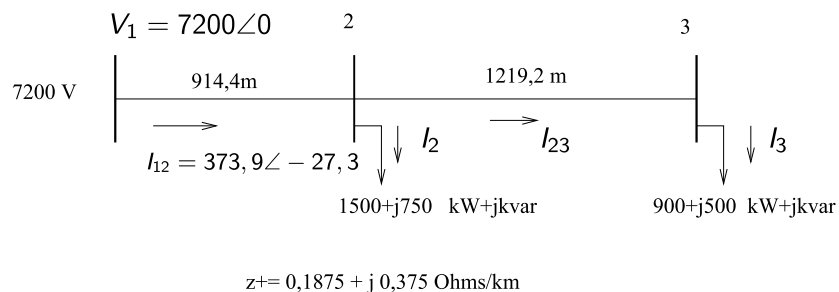
## Iteração 2 - forward

Deve-se ajustar a tensão no nó 1 em 7200 V e utilizar a corrente  $I_{12}$  obtida na iteração anterior.



## Iteração 2 - forward

Deve-se ajustar a tensão no nó 1 em 7200 V e utilizar a corrente  $I_{12}$  obtida na iteração anterior e calcular as tensões restantes.



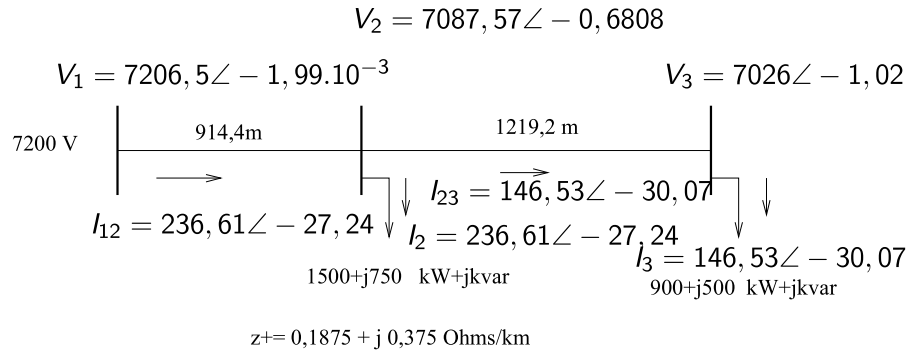
$$V_2 = V_1 - Z_{12} I_{12} = 7085,4 \angle -0,68 \text{ V}$$

$$V_3 = V_2 - Z_{23} I_{23} = 7026 \angle -1,02 \text{ V}$$



## Iteração 2 - backward

Realiza-se o cálculo das correntes e também das tensões. Estado no final da iteração 2.



### Erro observado

$$\text{Erro} = ||V_s - |V_1|| = 6,5 \text{ V}$$

Tolerância típica é de 0,001 p.u. ou 7,2 V satisfeita:

## Outros Métodos

- O desempenho dos métodos de fluxo de carga desenvolvidos para redes de transmissão em geral piora quando utilizados para análise de redes de distribuição.
- a relação X/R dos ramos de redes de distribuição é pequena, levando a uma deterioração da dominância diagonal das matrizes de rede.

Tabela: Cabos utilizados nas redes primárias de distribuição

tipo	Bitola	X/R
Cobre	4 AWG a 250 MCM	X/R
ACSR	2 AWG a 266,8 MCM	0,50 a 1,67
AAC	2 AWG a 266,8 MCM	0,48 a 1,73

## Linhas de pesquisa

- Existem duas linhas básicas de pesquisa no desenvolvimento de métodos eficientes de cálculo de fluxo de carga para redes de distribuição:
  - Modificações do método de Newton ( e de suas versões)
  - Back-forward sweep
- A grande maioria exploram o fato de que as redes de distribuição operam de forma radial. Alguns exploram a existência de poucas malhas, outras não dependem da topologia.

Alguns métodos propostos

## Métodos baseados em Back-forward sweep

- 1 Arbitrar tensões nodais  $E_k$ ,  $k = 1, \dots, nb$
- 2 Calcular as correntes nodais:

$$I_k = \left( \frac{S_k}{E_k} \right)^* - Y_k^{sh} \cdot E_k \quad k = 1, nb$$

em que  $Y_k^{sh}$  corresponde à admitância do elemento *shunt* conectado à barra  $k$ .

- 3 Back sweep: Começando pelos ramos terminais e caminhando em direção à subestação, calcular as correntes nos ramos que conectam os nós  $k$  e  $m$ .

$$I_{km} = I_m + \sum_{j \in F_m} I_{mj}$$

em que  $F_m$  é o conjunto das barras alimentadas pela barra  $m$ .

## Métodos baseados em Back-forward sweep (2)

- 4 Forward sweep: atualizar as tensões nodais começando pela subestação em direção às barras terminais. Para uma certa barra  $m$ :

$$V_m = V_k - Z_{km} \cdot I_{km}$$

em que a barra  $k$  é a outra barra terminal do ramo  $km$ , que alimenta a barra  $m$ .

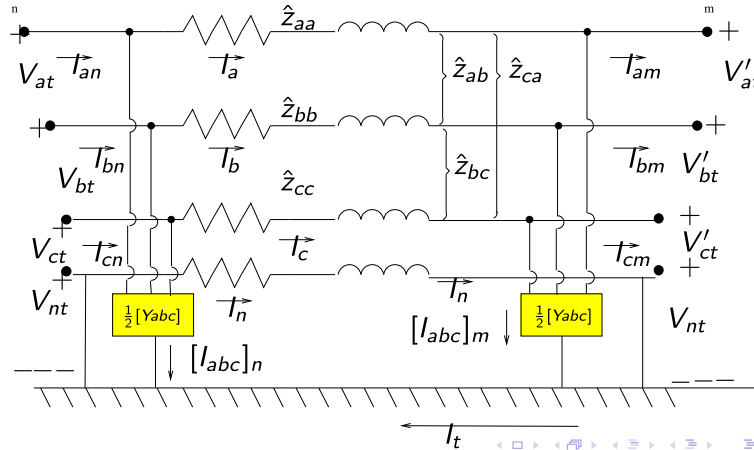
- 5 Teste de convergência: Se  $\max\{\Delta V_k, k = 1, \dots, nb\} \leq \text{tolerância} \rightarrow$  solução foi obtida, fim. Se  $\max\{\Delta V_k, k = 1, \dots, nb\} > \text{tolerância} \rightarrow$  Voltar a passo 2.

## Características

- Este método é específico para redes radiais;
- Algumas modificações foram propostas para casos de redes malhadas. Por exemplo, elas podem ser aproximadas por redes radiais através de ramos que fecham as malhas. Os fluxos dos ramos que forem abertos são representados por injeções de compensação que são atualizadas a cada iteração.
- Nos métodos baseados em back-forward sweep o esquema de numeração das barras e ramos é muito importante e influencia a eficiência global do método.

## Fluxo de carga trifásico

- Para certas redes os desbalanceamentos entre as fases são significativos, sendo necessária a resolução de um cálculo de fluxo de carga trifásico;
- Neste caso a modelagem adequada de ramos é fundamental:



## Características

- Necessário considerar a configuração geométrica;
- Necessário considerar as impedâncias próprias e mútuas;
- Equações de Carson para determinação da matriz impedância primitiva;
- Necessário determinar o cálculo da queda de tensão em uma seção de linha;

$$[\hat{z}_{primitiva}] = \begin{bmatrix} \hat{z}_{aa} & \hat{z}_{ab} & \hat{z}_{ac} & \hat{z}_{an1} & \hat{z}_{an2} & \hat{z}_{anm} \\ \hat{z}_{ba} & \hat{z}_{bb} & \hat{z}_{bc} & \hat{z}_{bn1} & \hat{z}_{bn2} & \hat{z}_{bnm} \\ \hat{z}_{ca} & \hat{z}_{cb} & \hat{z}_{cc} & \hat{z}_{cn1} & \hat{z}_{cn2} & \hat{z}_{cnm} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hat{z}_{n1a} & \hat{z}_{n1b} & \hat{z}_{n1c} & \hat{z}_{n1n1} & \hat{z}_{n1n2} & \hat{z}_{n1nm} \\ \hat{z}_{n2a} & \hat{z}_{n2b} & \hat{z}_{n2c} & \hat{z}_{n2n1} & \hat{z}_{n2n2} & \hat{z}_{n2nm} \\ \hat{z}_{nma} & \hat{z}_{nmb} & \hat{z}_{nmc} & \hat{z}_{nmn1} & \hat{z}_{nmn2} & \hat{z}_{nmnm} \end{bmatrix} \quad (1)$$

## Equações de Carson Modificadas

Assuma que  $f = 60$  Hz e  $\rho = 100 \Omega \cdot \text{m}$

$$\hat{z}_{ii} = r_i + 0,09530 + j0,12134 \left( \ln \frac{1}{RMG_i} + 7,93402 \right) \quad \Omega/\text{milha} \quad (2)$$

$$\hat{z}_{ij} = 0,09530 + j0,12134 \left( \ln \frac{1}{D_{ij}} + 7,93402 \right) \quad \Omega/\text{milha} \quad (3)$$

## Formulação com a matriz impedância primitiva

$$\begin{bmatrix} V_{at} \\ V_{bt} \\ V_{ct} \\ V_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_{at} \\ V'_{bt} \\ V'_{ct} \\ V'_{nt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{z}_{aa} & \hat{z}_{ab} & \hat{z}_{ac} & \hat{z}_{an} \\ \hat{z}_{ba} & \hat{z}_{bb} & \hat{z}_{bc} & \hat{z}_{bn} \\ \hat{z}_{ca} & \hat{z}_{cb} & \hat{z}_{cc} & \hat{z}_{cn} \\ \hat{z}_{na} & \hat{z}_{nb} & \hat{z}_{nc} & \hat{z}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

Na forma particionada temos:

$$\begin{bmatrix} [V_{abc}] \\ [V_{nt}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V'_{abc}] \\ [V'_{nt}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\hat{z}_{ij}] & [\hat{z}_{in}] \\ [\hat{z}_{nj}] & [\hat{z}_{nn}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_{abc}] \\ [I_n] \end{bmatrix} \quad (5)$$

## Forma Final da Redução de Kron

$$[V_{abc}] = [V'_{abc}] + ([\hat{z}_{ij}] - [\hat{z}_{in}][\hat{z}_{nn}]^{-1}[\hat{z}_{nj}])[I_{abc}] \quad (6)$$

$$[V_{abc}] = [V'_{abc}] + [z_{abc}][I_{abc}] \quad (7)$$

onde,

## Redução de Kron

$$[z_{abc}] = [\hat{z}_{ij}] - [\hat{z}_{in}][\hat{z}_{nn}]^{-1}[\hat{z}_{nj}] \quad (8)$$