

# **PRO5970 - Lista 2**

Celma de Oliveira Ribeiro

26 de junho de 2023

# Informações

- Entrega: 03/07 - até 23:59

## Exercício 1

Seja  $A$  uma matriz  $m \times m$  simétrica positiva semi-definida. Considere vetores coluna  $x, b \in \mathbb{R}^m$ . Considere a função quadrática  $f(x) = \frac{1}{2}x^t Ax - x^t b$

a Encontre o ponto de mínimo de  $f(x)$  e dê uma interpretação geométrica

b Resolva o sistema de equações lineares  $Ax = b$  considerando  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  e

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

c Discuta a relação entre os problemas dos itens (a) e (b)

## Exercício 2

Os exercícios abaixo buscam encontrar pontos de mínimo no caso univariado, com algoritmos que não utilizam derivadas

### 2.1

Dizemos que uma função  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é unimodal em  $[a, b]$  se  $\forall a, b$

$$a \leq x_1 < x_2 \leq b$$

- $x_2 < x^* \Rightarrow \phi(x_1) > \phi(x_2)$
- $x_1 > x^* \Rightarrow \phi(x_2) > \phi(x_1)$

### Dichotomous Search Algorithm

- Initialization step

Choose  $\epsilon > 0$ ,  $l > 0$  and an initial interval of uncertainty,  $[a_1, b_1]$

- while  $(b_k - a_k) > l$

- $\lambda_k = \frac{a_k+b_k}{2} - \epsilon \quad \mu_k = \frac{a_k+b_k}{2} + \epsilon$
- if  $\phi(\lambda_k) < \phi(\mu_k)$
- then
- $a_{k+1} = a_k$  and  $b_{k+1} = \mu_k$
- else
- $a_{k+1} = \lambda_k$  and  $b_{k+1} = b_k$
- endif
- $k = k + 1;$
- end while
- Output:  $x^* = \frac{a_k+b_k}{2}$

Implemente o método em alguma linguagem (matlab, octave) e determine o mínimo das seguintes funções (apresente os resultados na forma de uma tabela):

1.  $f(x) = x^4 - 14x^3 + 60x^2 - 70x$  . ( unimodal in  $[0, 2]$  )
2.  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 - 6x^2 + 19x - 7$  ( unimodal in  $[-4, 4]$  )

## 2.2

Descreva e implemente o algoritmo de busca de Fibonacci para resolução de problemas irrestritos de programação não linear unidimensional .

## 2.3

Discuta as vantagens e desvantagens dos métodos acima em relação a algoritmos que utilizam derivadas (não é necessário descrever outros algoritmos. A questão é conceitual)