

Lista de Exercícios IX

- ① Mostre que

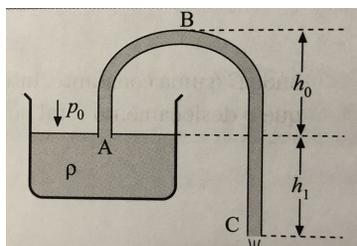
$$(\nabla \wedge \vec{v}) \wedge \vec{v} = (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} - \frac{1}{2} \nabla(\vec{v} \cdot \vec{v})$$

onde definimos $\vec{v} \cdot \nabla$ como o seguinte operador diferencial (a notação diz tudo!):

$$\vec{v} \cdot \nabla \doteq \sum_{i=1}^3 v_i \frac{\partial}{\partial x_i}$$

com $x_1 = x$, $x_2 = y$ e $x_3 = z$.

- ② [HMN] Um tanque de água se encontra sobre um carrinho que pode mover-se sobre um trilho horizontal com atrito desprezível. Há um pequeno orifício numa parede desse tanque - alinhado com o trilho - a uma profundidade h abaixo do nível da água no tanque. A área desse orifício é A (ignore o fator de contração da veia líquida), a massa inicial da água é M_0 e a massa do sistema carrinho + tanque é m_0 . Determine a aceleração inicial do carrinho.
- ③ [HMN] Uma ampulheta é formada, de cada lado, por um tronco de cone circular de altura $h = 10$ cm, raio da base maior $R = 10$ cm e raio da base menor $r = 0,1$ cm. Após enchê-la de água até a metade, ela é então invertida.
- (a) Calcule a velocidade inicial de descida do nível da água.
 - (b) Calcule a velocidade de descida do nível, $\dot{h}(t)$, depois de ele ter baixado de 5 cm.
 - (c) Que forma deveria ter a superfície lateral (de revolução) da ampulheta, de modo que o nível da água baixasse uniformemente, criando então um relógio de água?
- ④ [HMN] Um sifão é estabelecido, aspirando o líquido do reservatório (de densidade ρ) através do tubo recurvado ABC e fazendo-o escoar em C, com velocidade v , conforme a figura abaixo.



- (a) Calcule v em função dos parâmetros apresentados na figura.
- (b) Calcule a pressão nos pontos A e B.
- (c) Qual é o valor máximo de h_0 para o qual o sifão funciona?
- ⑤ [HMN] Um avião tem uma massa total de 2.000 kg, e a área total coberta por suas asas é de 30 m^2 . O desenho de suas asas é tal que a velocidade de escoamento acima delas é 1,25 vezes maior que abaixo, quando o avião está decolando. Considere que a densidade da atmosfera é $1,3 \text{ kg/m}^3$. Que velocidade mínima (em km/h) de escoamento acima das asas precisa ser atingida para que o avião decole?
- ⑥ [HMN] Considere o escoamento com circulação constante, definido pela seguinte equação:

$$v = \frac{C_\Gamma}{2\pi r} \quad \text{com } \vec{v} = v\hat{\theta}$$

Demonstre que, num plano horizontal, a pressão p varia com a distância r ao eixo com uma taxa de variação dada por

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{v^2}{r}$$

onde ρ é a densidade do fluido. Interprete esse resultado. Obtenha p em função de r a partir dessa equação e explique o resultado obtido.