ACH2024

Aula 21

HASHING

Hashing estático – endereçamento aberto (interno e externo)

Profa. Ariane Machado Lima

Aula anterior

Motivação e Conceitos Básicos

Agora você quer armazenar 6 chaves contendo valores {0, 7, 15, 367, 4067, 50876}

- Que estrutura de dados usaria? Onde armazenaria cada chave

IDEIA:

1) utilizar um vetor (tabela) de tamanho m
2) aplicar uma função que mapeie cada chave a um número de 0 a m-1

Ex: m = 10 e pegar o primeiro dígito (ou letra)

Hashing: picar/dividir o conjunto em **slots**

Tabela de armazenamento: **tabela de hash**

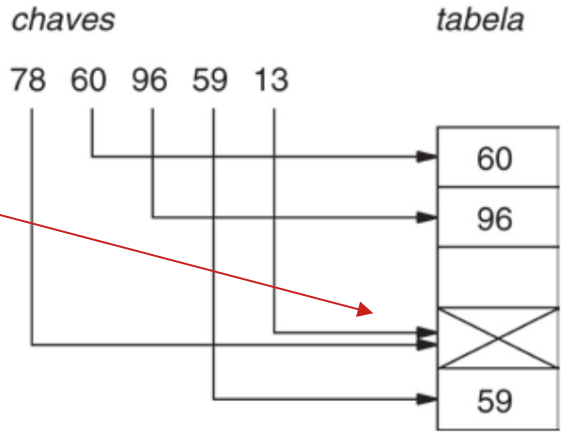
Função de mapeamento: **função de hash**

Endereço calculado: **endereço-base**

Motivação e Conceitos Básicos

Questões que podem surgir:

- O que fazer quando duas chaves caem na mesma posição? (colisão)
  - Tratamento de colisões
- Qual função de hash utilizar? Como ela impacta na ocorrência de colisões?



Funções de hash

Propriedades desejáveis:

1) Poucas colisões

2) Ser rapidamente calculada (O(1), senão estraga vantagem do hashing)

3) Distribuição uniforme:

- idealmente se há m slots, P(h(x)) = 1/m ∀x

  (a probabilidade de qualquer endereço-base deve ser 1/m)

- importante para minimizar colisões (de pior caso)

- difícil de ser testada, mas bom senso pode ajudar. Ex: dígito mais significativo seria uma boa? – péssima idea

Funções de hash

Principais métodos de funções de hash:

1) Método da divisão
2) Método da dobra
   - baseado em soma
   - baseado em ou-exclusivo
3) Método da multiplicação
4) Método da análise de dígitos

Tratamento de colisões

Estratégias:

A) Hashing estático (tamanho da tabela é constante)

1) Encadeamento ou endereçamento fechado – colisões vão para uma lista ligada

1.1) Encadeamento exterior (fora da tabela)

1.2) Encadeamento interior (dentro da tabela)

2) Endereçamento aberto (chaves dentro da tabela, sem ponteiros)

2.1) Tentativa/Sondagem linear

2.2) Tentativa/Sondagem quadrática

2.3) Dispersão dupla / Hash duplo

B) Hashing dinâmico (tabela pode expandir/encolher)

3) Hashing extensível (estrutura de dados adicional)

4) Hashing linear

Aula de hoje

Estratégias:

A) Hashing estático (tamanho da tabela é constante)

1) Encadeamento ou endereçamento fechado – colisões vão para uma lista ligada

1.1) Encadeamento exterior (fora da tabela)

1.2) Encadeamento interior (dentro da tabela)

2) Endereçamento aberto (chaves dentro da tabela, sem ponteiros)

2.1) Tentativa/Sondagem linear

2.2) Tentativa/Sondagem quadrática

2.3) Dispersão dupla / Hash duplo

B) Hashing dinâmico (tabela pode expandir/encolher)

3) Hashing extensível (estrutura de dados adicional)

4) Hashing linear

Tudo isso para hashing interno (em memória) quanto para externo (em disco).
Primeiro assumiremos hashing interno e depois discutiremos mudanças para hashing externo.

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto

Conceitos gerais

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto

Características:

- todas as chaves dentro da tabela

- sem uso de ponteiros (não há listas)

- endereço de uma mesma chave pode ser diferente dependendo de quando h(x) é calculada (aberto)

- pode ficar cheia inviabilizando novas inserções (assim como no encadeamento interno)

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto

Vantagens:

- evita por completo o uso de listas encadeadas;
- ao invés de seguir os ponteiros nas listas, *calculamos* a seqüência de posições a serem examinadas;
- uso mais eficiente do espaço alocado para a tabela hash;
- o espaço não alocado para as listas pode ser usado para aumentar o tamanho da tabela hash, o que implica menor número de colisões.

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto

Inserção:

- É feita uma *sondagem*, isto é, um exame sucessivo, da tabela hash até encontrarmos uma posição vazia na qual seja possível inserir a chave.

- Ao invés de fazer a sondagem na ordem 0, 1, .., m - 1 (o que exige tempo $\Theta(n)$), a seqüência de posições examinadas depende da *chave que está sendo inserida*.

- O que vem a ser isto?

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto

Inserção:

- Estendemos a função hash com o objetivo de incluir o número de sondagens (a partir de 0) como uma segunda entrada. Desse modo, a função hash se torna:

$$h : U \times \{0, 1, ..., m-1\} \rightarrow \{0, 1, ..., m-1\}$$

onde U é o universo de chaves.

- Com o endereçamento aberto, exige-se que, para toda chave k, a *seqüência de sondagem* seja uma permutação de $< 0, 1, ..., m-1 >$. Por quê?

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto

```
Insere(T,k)     /* retorna a posição onde a chave foi inserida */
  i ← 0    /* nr da sondagem */
  j ← h(k, i)
  enquanto i ≠ m
       se T[j] = NIL
            T[j] ← k
             retorna j
       senão  i ← i +1
       j ← h(k, i)
  retorna -1    /* ESTOURO DA TABELA */
```

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto

Busca(T,k) ***/* retorna a posição onde a chave foi encontrada */***

```
i ← 0 /* nr da sondagem */
j ← h(k, i)
enquanto i ≠ m  e  T[j] ≠ NIL
    se  T[j] = k
        retorna j
    i ← i +1
    j ← h(k, i)
retorna -1 /* CHAVE NÃO ENCONTRADA */
```

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto

Remove(T,k)

```
i ← 0 /* nr da sondagem */
j ← h(k, i)
enquanto i ≠ m  e  T[j] ≠ NIL
    se  T[j] = k
        Elimina T[j]
    i ← i +1
    j ← h(k, i)
retorna -1 /* CHAVE NÃO ENCONTRADA */
```

Como eliminar T[j]?
T[j] ← NIL? Isso iria romper a sequência de sondagens…
Solução similar à adotada no encadeamento interno…
Também precisará adaptar as funções de busca e inserção dos dois slides anteriores (EXERCÍCIO!!!)

- Problema: tempo de pesquisa não depende mais somente do número elementos presentes na tabela, mas também do número de elementos eliminados.

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto

Uma questão ainda fica em aberto. Como devem ser criadas as funções hash que recebem dois parâmetros:

- $h(k, i)$ onde $k \in U$ e $i \in \{0,1,...,m-1\}$.

Três técnicas são comumente usadas:

1. Sondagem linear;
2. Sondagem quadrática;
3. Hash duplo.

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto

Técnicas de sondagem

Tratamento de colisões

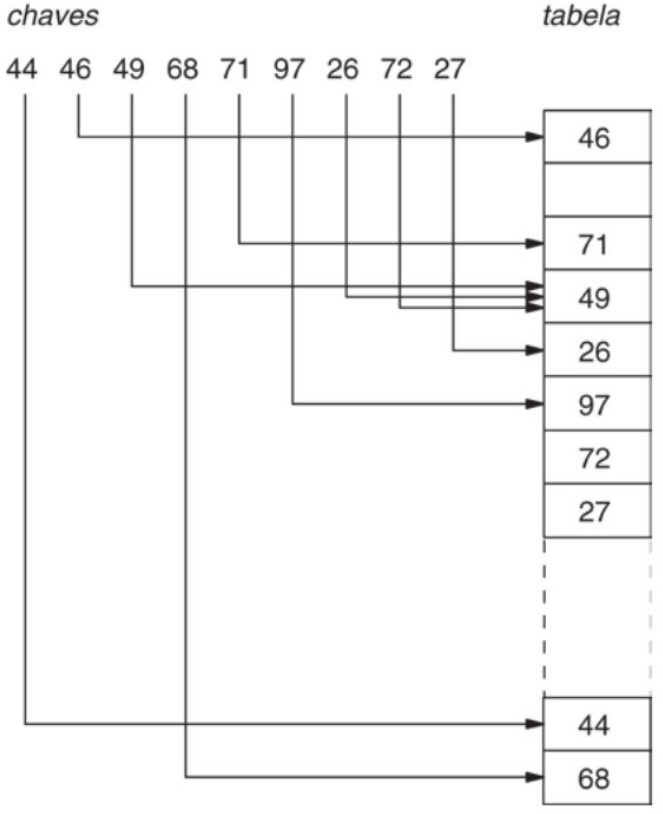
2.1) Endereçamento aberto – **Sondagem Linear**

Dada uma função hash comum $h' : U \rightarrow \{0,1,...,m-1\}$, chamada de *função hash auxiliar*, o método de *sondagem linear* usa a função hash:

- $h(k, i) = (h'(k) + i) \bmod m$

onde $i = 0,1,...,m-1$ e *mod* é a operação que retorna o resto de uma divisão (e.g., equivalente ao operador % do Java).

Valor de i	Posição sondada
0	T[$h'(k)$]
1	T[$h'(k)$+1]
...	...
...	T[m-1]
...	T[0]
...	T[1]
...	...
m-1	T[$h'(k)$-1]



Tratamento de colisões
2.1) Endereçamento aberto – **Sondagem Linear**

Observações:

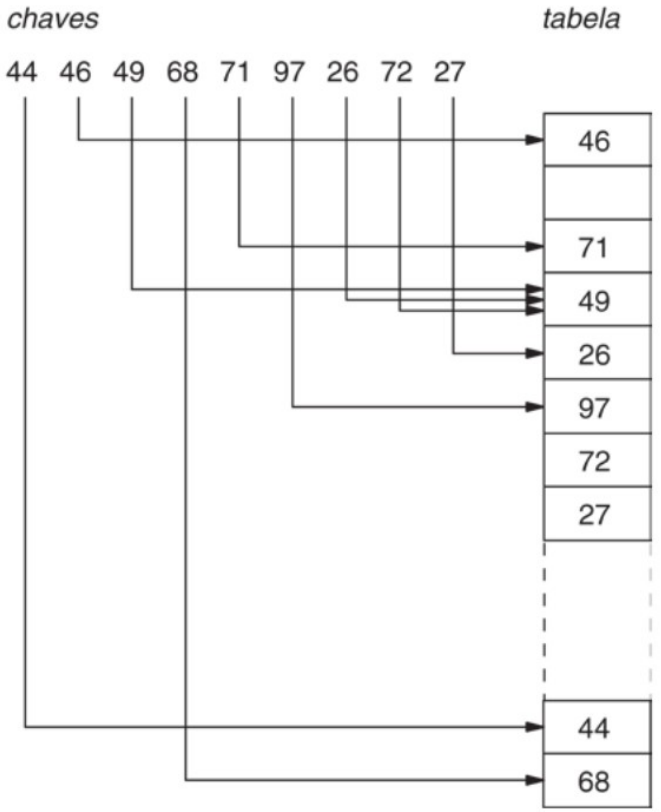
- A posição inicial $h'(k)$ de sondagem determina toda a seqüência posterior.
- Como conseqüência, só existem m seqüências de sondagem distintas.
- Fácil de implementar.
- Sofre de um problema conhecido como *agrupamento primário*.

Tratamento de colisões

2.1) Endereçamento aberto – **Sondagem Linear**

Agrupamento primário:

- Longas seqüências de posições ocupadas são construídas, aumentando o tempo médio de pesquisa.
- Surgem agrupamentos, pois uma posição vazia precedida por *i* posições completas é preenchida em seguida com probabilidade (i+1)/m.
- Seqüências de posições ocupadas tendem a ficar mais longas e o tempo médio de pesquisa aumenta.
- Gera no máximo *m* seqüências distintas, ou seja, número possível de seqüências é $\Theta(m)$.



Tratamento de colisões
2.2) Endereçamento aberto – **Sondagem Quadrática**

A *sondagem quadrática* utiliza uma função hash da froma:

- $h(k, i) = (h'(k) + c_1 i + c_2 i^2) \bmod m$

onde h' é uma função hash auxiliar, c_1 e $c_2 \neq 0$ são constantes auxiliares e $i = 0,1,...,m-1$.

Exemplo: h(k,i) = (h'(k) + 0.5*i = 0.5*i*i) mod 17 onde

m = 17, h'(k) = k mod 17, c1 = 0.5 e c2 = 0.5

Tratamento de colisões

2.2) Endereçamento aberto – **Sondagem Quadrática**

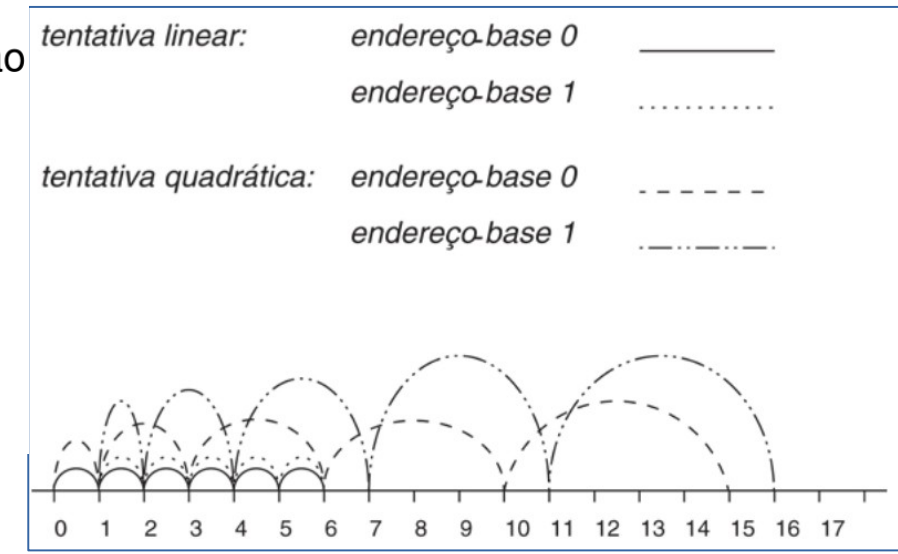
- A posição inicial sondada é T[$h'(k)$]; posições posteriores são deslocadas por quantidades que dependem de forma quadrática do número da sondagem i.

- Funciona melhor que a sondagem linear, mas para usar complementamente a tabela hash, os valores de c_1, c_2 e m são limitados.

- Se duas chaves têm a mesma posição de sondagem inicial, então suas seqüências de sondagem são iguais. Exemplo:
  $h(k_1, 0) = h(k_2, 0) \Rightarrow h(k_1, i) = h(k_2, i)$.
  - Esta situação é caracterizada como *agrupamento quadrático*.
    ou *agrupamento secundário*

- Analogamente à sondagem linear, a primeira sondagem determina a seqüência inteira, ou seja, o número de seqüências possíveis é $\Theta(m)$.

Resolução do agrupamento primário presente na sondagem linear:



Tratamento de colisões

2.3) Endereçamento aberto – **Hash Duplo**

O hash duplo é um dos melhores métodos disponíveis para endereçamento aberto, porque as permutações produzidas têm muitas características de permutações escolhidas aleatoriamente.

O *hash duplo* usa uma função hash da forma:

- $h(k, i) = (h_1(k) + ih_2(k)) \bmod m$

onde h_1 e h_2 são funções hash auxiliares.

Valor de i	Posição sondada
0	T[$h_1(k)$]
1	T[$(h_1(k) + h_2(k)) \bmod m$]
2	T[$(h_1(k) + 2h_2(k)) \bmod m$]
...	...
m-1	T[$(h_1(k) + (m-1)h_2(k)) \bmod m$]

Tratamento de colisões
2.3) Endereçamento aberto – **Hash Duplo**

Observações:

- Diferentemente das sondagens quadrática e linear, a seqüência de sondagem depende da chave *k* de duas maneiras.

- A posição de sondagem inicial e o deslocamento, ambos, podem variar.

Questão importante: como escolher h_1 e h_2 ?

Tratamento de colisões
2.3) Endereçamento aberto – **Hash Duplo**

Para que a tabela hash inteira seja pesquisada, o valor de $h_2(k)$ e o tamanho m da tabela hash devem ser primos entre si (a e b são primos entre si se o máximo divisor comum for 1).

Formas de conseguir isto:

1. Fazer m uma potência de 2 e h_2 gerar sempre um número ímpar.
2. Fazer m igual a um primo e projetar h_2 para retornar um inteiro positivo sempre menor que m.

Tratamento de colisões
2.3) Endereçamento aberto – **Hash Duplo**

Para o caso 2, supondo m um número primo, podemos ter h_1 e h_2:

1. $h_1(k) = k \bmod m$,

2. $h_2(k) = 1 + (k \bmod m')$,

onde m' é escolhido com um valor ligeiramente menor que m (digamos, $m - 1$).

Exemplo:

- Para $k = 123456$, $m = 701$ e $m' = 700$, tem-se $h_1(123456) = 80$ e $h_2(123456) = 257$.

- Portanto, a primeira posição sondada é de número 80; as demais estão separadas por 257 posições.

- Ou seja: 80, 337, 594, 150, ...

Tratamento de colisões
2.3) Endereçamento aberto – **Hash Duplo**

O hash duplo é um aperfeiçoamento em relação à sondagem linear e quadrática:

- o número possível de seqüências geradas é proporcional a m^2, pois cada par $< h_1(k), h_2(k) >$ gera uma seqüência distinta.

Neste sentido, o hash duplo é mais próximo do desempenho ideal do *hash uniforme*.

- No hash uniforme, a função $h(k, i)$ pode gerar qualquer permutação das m posições, isto é, o número possível de seqüências seria $m!$, ou seja, $\Theta(m!)$.

- O hash uniforme é difícil de implementar; na prática, utiliza-se aproximações como o hash duplo.

Tratamento de colisões
2) Endereçamento aberto – **Resumo das sondagens**

1. Sondagem linear $\Rightarrow$ número de seqüências possíveis é $\Theta(m)$. Problema: agrupamento primário.

2. Sondagem quadrática $\Rightarrow$ número de seqüências possíveis é $\Theta(m)$. Problema: agrupamento quadrático.

3. Hash duplo $\Rightarrow$ número de seqüências possíveis é $\Theta(m^2)$. Mais próximo do hash uniforme.

Tratamento de colisões

Estratégias:

A) Hashing estático (tamanho da tabela é constante)

1) Encadeamento ou endereçamento fechado – colisões vão para uma lista ligada

1.1) Encadeamento exterior (fora da tabela)

1.2) Encadeamento interior (dentro da tabela)

2) Endereçamento aberto (chaves dentro da tabela, sem ponteiros)

2.1) Tentativa/Sondagem linear

2.2) Tentativa/Sondagem quadrática

2.3) Dispersão dupla / Hash duplo

B) Hashing dinâmico (tabela pode expandir/encolher)

3) Hashing extensível (estrutura de dados adicional)

4) Hashing linear

Hashing estático em disco

Hashing Interno x Externo

- Hashing interno:
  - Hashing em memória principal
  - Cada slot da tabela de hash é um registro
  - Colisões em lista ligada (endereçamento fechado = hashing aberto) ou em outro slot (endereçamento aberto = hashing fechado)
- Hashing externo:
  - hashing em memória secundária (armazenamento e recuperação em disco)
  - Cada slot da tabela de hash é um bucket (um bloco ou cluster de blocos em disco)
  - Colisões vão preenchendo o bucket
  - Tabela de hash fica no cabeçalho do arquivo (m = nr de blocos do arquivo)
  - Acessar um bucket (bloco) → realizar um *seek*

Hashing em disco

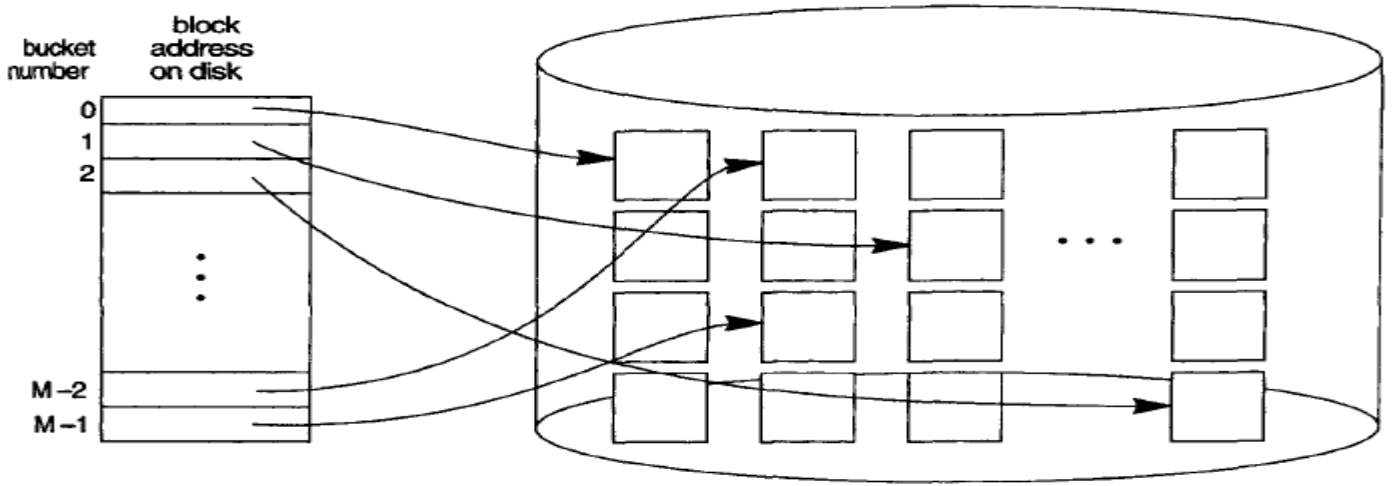
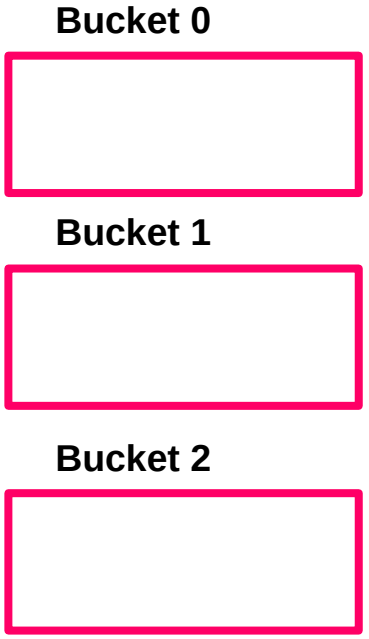


FIGURE 13.9 Matching bucket numbers to disk block addresses.

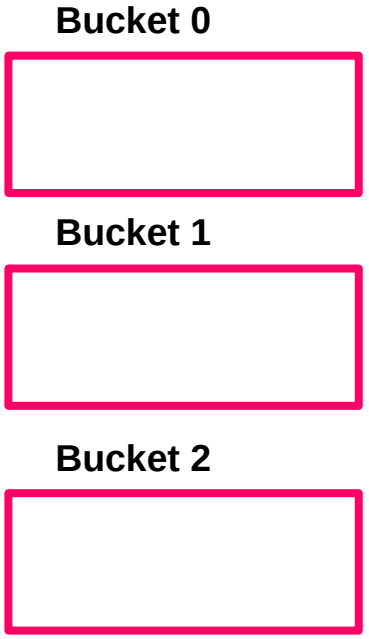
Hashing ➔ Organização de arquivos

- ✓ Organização sequencial de um arquivo ➔ necessária estrutura de índice ou busca binária ➔ mais operações de I/O
- ✓ *Hashing* ➔ permite evitar acesso a estruturas de índices
- ✓ *Hashing* também permite meio para construir índices (ex: cidades dos clientes)
- ✓ Organização de arquivos em *Hashing*
  - obtém diretamente o endereço do bloco de disco que contém um registro desejado usando uma função sobre o valor da chave de procura;

Hashing ➔ Organização de arquivos



Hashing ➔ Organização de arquivos



Exemplo de chave

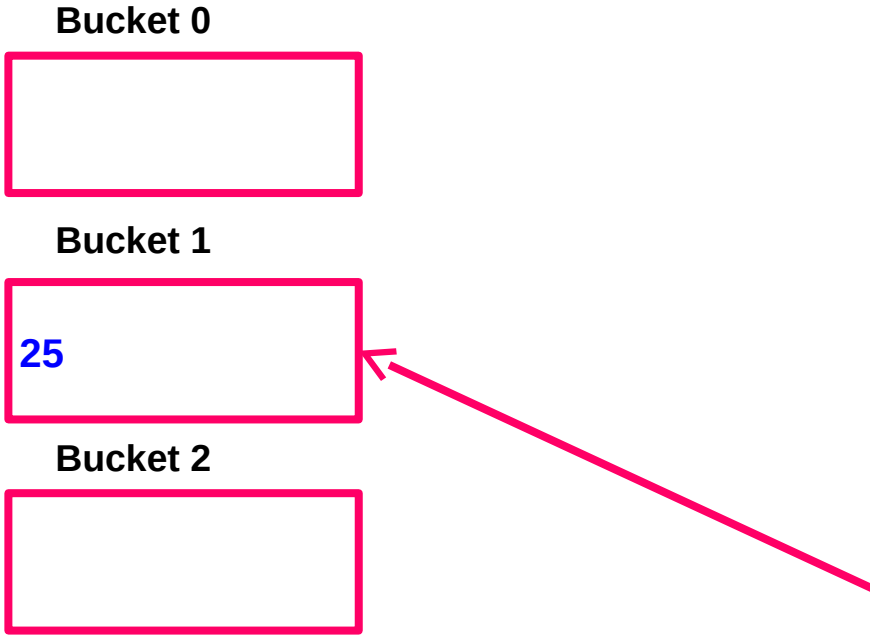
Código do cliente (valor numérico)

FUNÇÃO HASH:

H(CODIGO) = CODIGO%3

CÓDIGO = 25

Hashing ➔ Organização de arquivos



Exemplo de chave

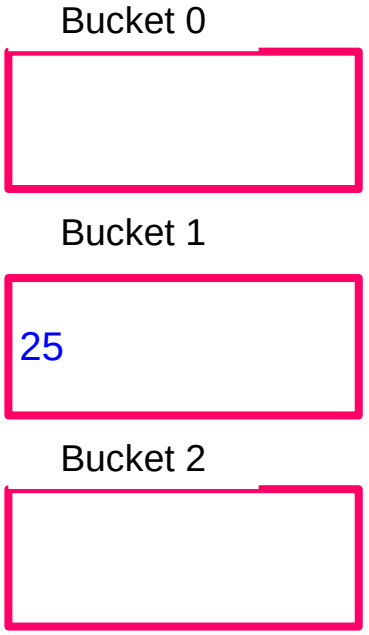
Código do cliente (valor numérico)

FUNÇÃO HASH:

H(CODIGO) = CODIGO%3

CÓDIGO = 25

Hashing ➔ Organização de arquivos



Exemplo de chave

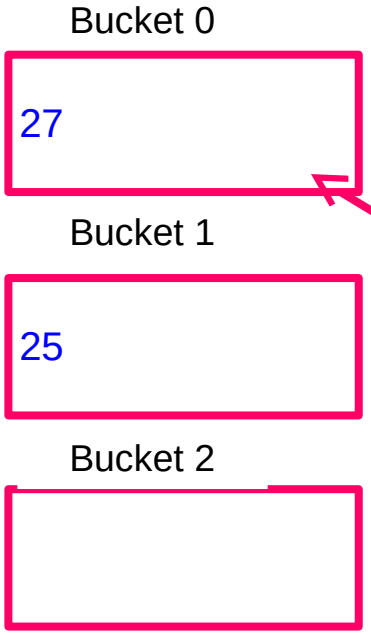
Código do cliente (valor numérico)

FUNÇÃO HASH:

H(CODIGO) = CODIGO%3

CÓDIGO = 27

Hashing ➔ Organização de arquivos



Exemplo de chave

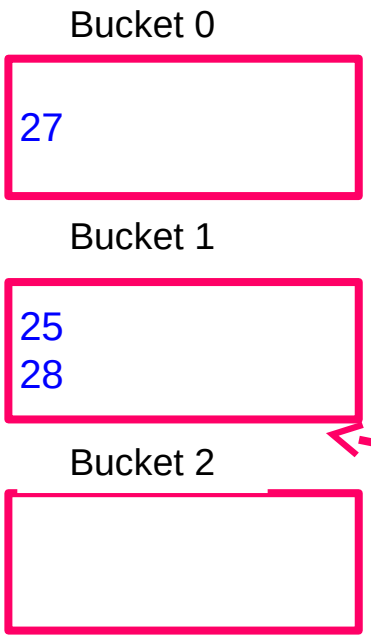
Código do cliente (valor numérico)

FUNÇÃO HASH:

H(CODIGO) = CODIGO%3

CÓDIGO = 27

Hashing ➔ Organização de arquivos



Exemplo de chave

Código do cliente (valor numérico)

FUNÇÃO HASH:

H(CODIGO) = CODIGO%3

CÓDIGO = 28

Fator de carga

- Hashing interno:
  - α = N/M, N = nr de registros, M = nr de slots
- Hashing externo:
  - α = N/(M*r), N = nr de registros, M = nr de slots (buckets), r = número de registros que cabem em um bucket
  - Isso torna os algoritmos de busca MUITO eficientes

Colisões

- Se h(x) = h(y) = i → x e y vão para o bucket i

  (h = função de hash)

- E se o bucket i estiver lotado?

1) Encadeamento (endereçamento fechado) - Buckets de overflow !
   - Opção 1: compartilhados
   - Opção 2: exclusivos por endereço-base

2) Endereçamento aberto – vai para outro bucket
   - Ex: Sondagem linear

1) Hashing aberto

X

2) Hashing fechado

(conceitos invertidos no livro do Silberchatz)

1.1) Buckets de overflow compartilhados

- Buckets de overflow possuem uma lista ligada de REGISTROS que transbordaram de seus buckets
- Final de buckets principais (não overflow) lotados: ponteiro para o próximo REGISTRO em um bucket de overflow
- Há uma lista livre: lista ligada de registros desocupados nos buckets de overflow – início da lista livre pode ficar no cabeçalho do arquivo *

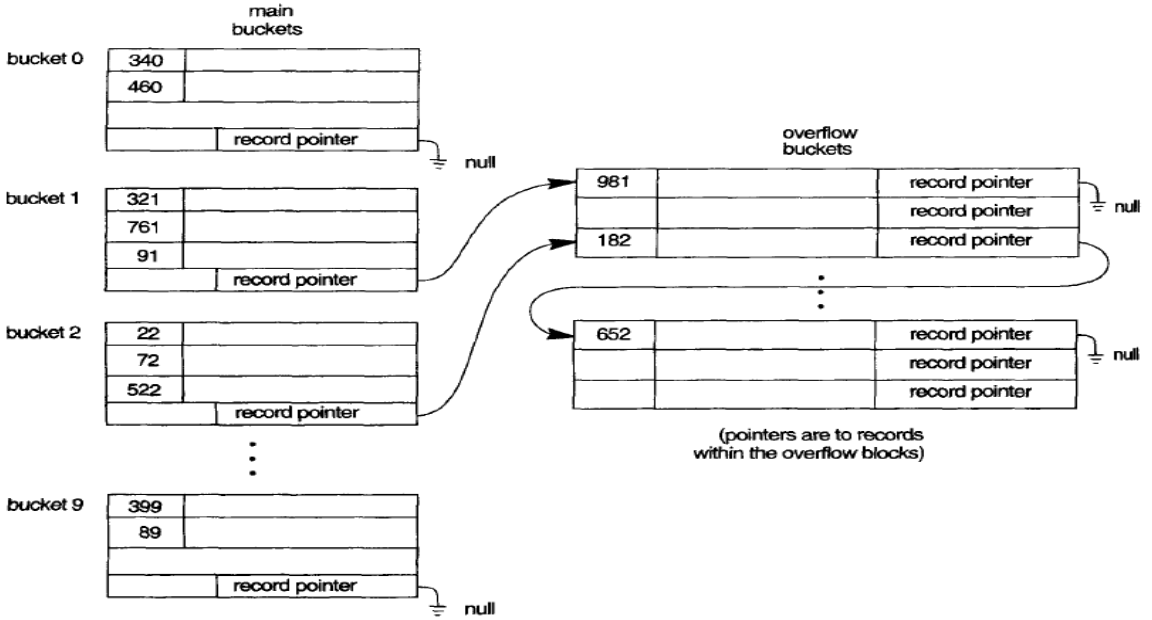


FIGURE 13.10 Handling overflow for buckets by chaining.

(ELMARIS, NAVATHE, 2004)

* Agora fica claro porque registros de tamanho fixo é mais utilizado...

1.1) Buckets de overflow compartilhados

- **Busca**: procura no bucket principal (endereço-base dado pela função de hash), se não encontrar segue a lista ligada de registros
- **Inserção**: se não houver espaço no bucket principal, “remove” um espaço da lista livre e insere no início da lista ligada de registros (nos buckets de overflow)
- **Remoção:**
  - Se em bucket de overflow, adiciona o registro à lista livre
  - se em bucket principal, traz algum registro de um bucket de overflow, se houver (o primeiro por ex)

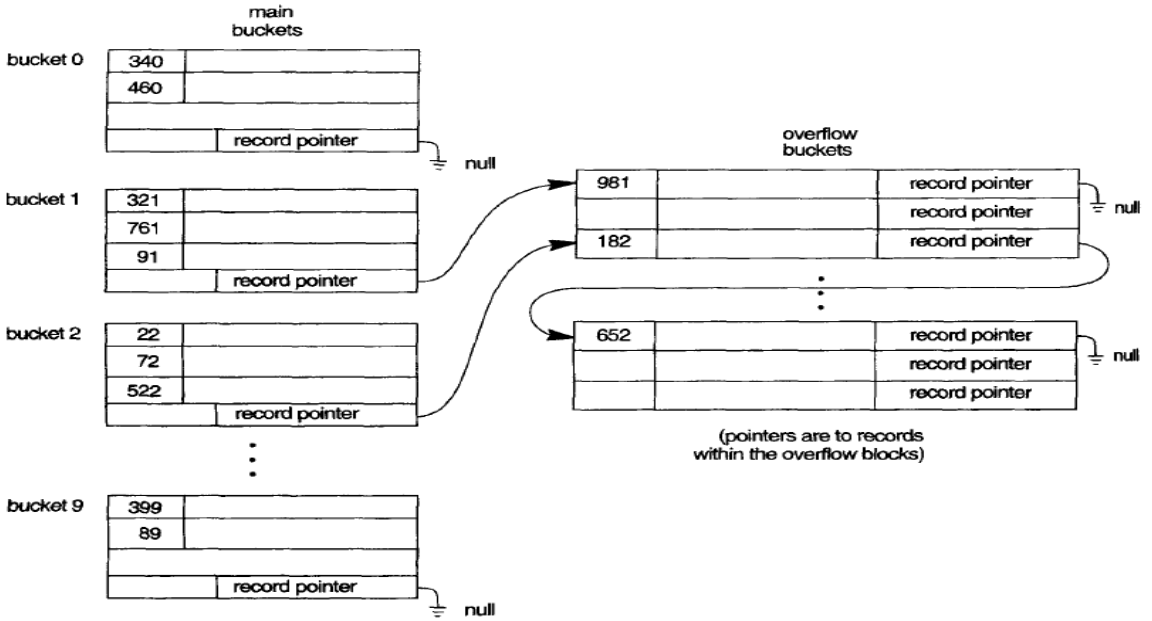


FIGURE 13.10 Handling overflow for buckets by chaining.

(ELMARIS, NAVATHE, 2004)

1.1) Buckets de overflow compartilhados

- **Busca**: procura no bucket principal (endereço-ba hash), se nã ligada de reg
- **Inserção**: se bucket princi espaço da lis início da lista buckets de o
- **Remoção:**
  - Se em bucket de overflow, adiciona o registro à lista livre
  - se em bucket principal, traz algum registro de um bucket de overflow, se houver (o primeiro por ex)

EXERCÍCIO:

Proponha uma estrutura de dados para essa estratégia (buckets principais, buckets de overflow, lista livre, etc) e implemente em C as rotinas de busca, inserção e remoção.

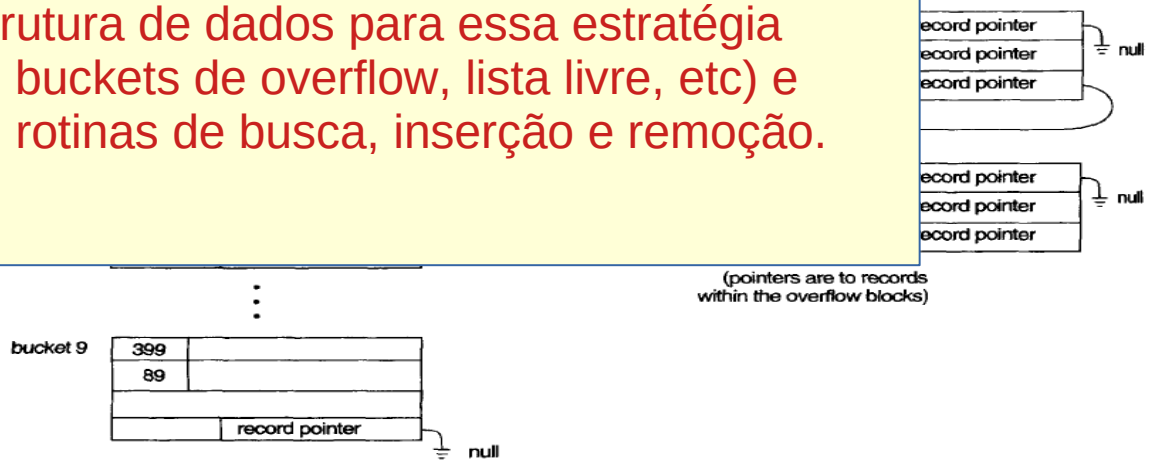
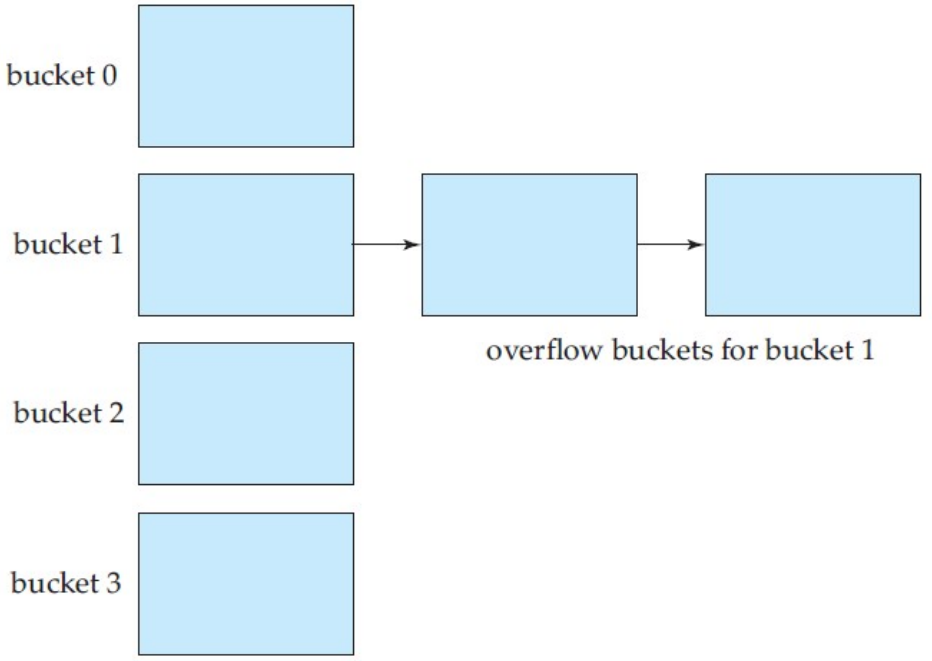


FIGURE 13.10 Handling overflow for buckets by chaining.

(ELMARIS, NAVATHE, 2004)

1.2) Buckets de overflow exclusivos

- Lista ligada de buckets de overflow para cada endereço base
- Final de buckets (principais e de overflow) lotados: ponteiro para o próximo bucket de overflow



(SILBERSCHATZ, 2011)

1.2) Buckets de overflow exclusivos

Busca: procura no bucket principal (endereço base dado pela função de hash), se não encontrar segue a lista ligada de buckets

Inserção: insere no final do bucket principal ou no último bucket de overflow

Remoção:

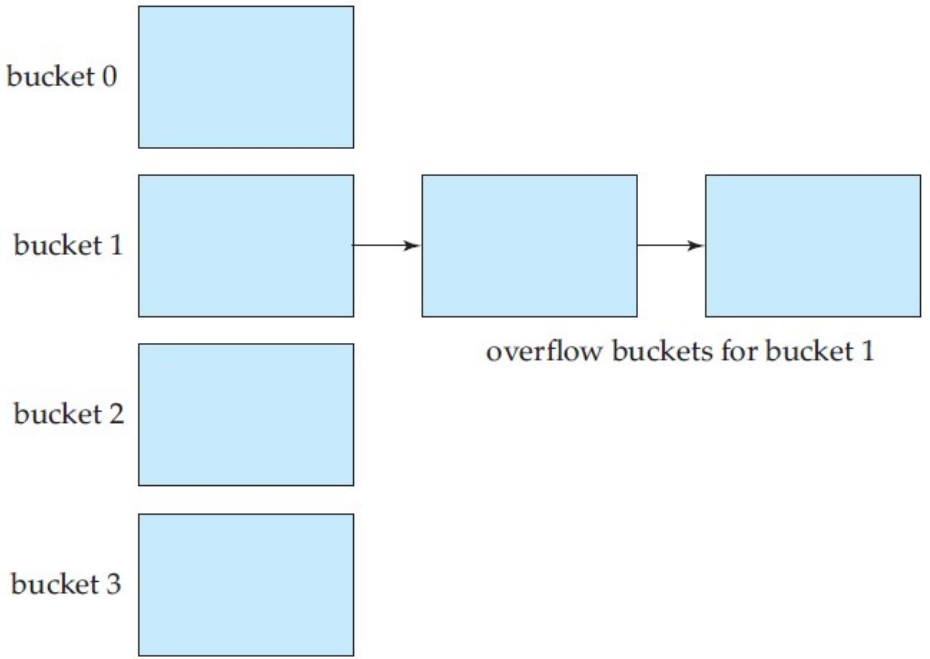
- Remove e move para esse lugar o último registro (do principal ou do último bucket de overflow se houver)

- Ou usa bit de validade e reorganiza depois (cada acesso a um bucket é um seek...)

Em geral: Note que essa estratégia é mais simples que a opção 1.1 (buckets de overflow compartilhados)

mas desperdiça mais espaço…

mas em média faz menos seeks que percorrer lista ligada de registros espalhados por vários buckets de overflow...



(SILBERSCHATZ, 2011)

2) Endereçamento aberto

- Busca: segue sequência de sondagens pelos buckets da tabela (e procura registro dentro de cada bucket)
- Inserção:
  - no primeiro bucket disponível identificado por endereçamento aberto
- Remoção:
  - Enquanto o bucket não ficar vazio tudo bem. Se ficar, precisa ter os mesmos cuidados (inclusive para busca e inserção, com bit de validade) que mencionados em endereçamento aberto para memória principal

Overflow, ops...

- Overflows aumentam o tempo de busca
- O ideal é ter um M (nr de slots) que não acarrete em overflow, sem muita perda de espaço
  - M = N/r (1+d)

  N: nr de registros do arquivo

  r: número de registro que cabem em um bucket

  d = fator de *fudge* – tipicamente ao redor 0,2

  aproximadamente 20% do espaço dos *buckets* será perdido
- Hashing estático: esse M é fixo!
  - Mas o que fazer quando o arquivo aumenta ou diminui de tamanho? Teremos overflows ou perda de espaço…
  - O ideal seria se M fosse dinâmico, alterando-se com o tamanho do arquivo

Hashing Dinâmico

- Para tratamento de dinamismo nos tamanhos de arquivos
- Hashing Extensível
  - Manutenção de uma estrutura adicional
- Hashing Linear
  - Não usa nenhuma estrutura adicional

Referências

Conceitos gerais de Hashing:

SZWARCFITER, J. L.; MARKENZON, L. Estruturas de Dados e Seus Algoritmos. Ed. LTC, 3ª ed, 2013. Capítulo 10 (figuras do livro)

Slides dos Profs. M. Chaim, Delano Beder e L. Digiampietri

Hash em Disco:

ELMARIS, R.; NAVATHE, S. B. Fundamentals of Database Systems. 4 ed. Ed. Pearson-Addison Wesley. Cap 13.8. 4 ed. Pearson. 2004

SILBERSCHATZ, A.; KORTH, H. F.; SUDARSHAN, S. Database System Concepts, 6. ed. McGraw Hill, 2011.

Slides da Profa. Fátima L. S. Nunes.