

MAE0219 – Lista de Exercícios 10

Departamento de Estatística

1o semestre de 2023

Exercício 1. Supor que a distribuição conjunta das variáveis aleatórias X e Y seja dada pela tabela abaixo:

Y/X	1	2	3
1	9/50	2/50	6/50
2	7/50	6/50	8/50
3	4/50	6/50	2/50

(a) Obter as distribuições marginais de X e Y .

Resposta.

X	1	2	3
	20/50	14/50	16/50

Y	1	2	3
	17/50	21/50	12/50

(b) Calcular $E(X)$, $E(Y)$, $\text{Var}(X)$ e $\text{Var}(Y)$.

Resposta.

$E(X)$	$E(Y)$	$\text{Var}(X)$	$\text{Var}(Y)$
1,92	1,9	0,7136	0,57

(c) Obter $\rho(X,Y)$.

Resposta. 0,0188

(d) Seja $Z=X+Y$, obter $E(Z)$ e $\text{Var}(Z)$ usando apenas os números obtidos no item (b).

Resposta. 3,82 e 1,3076

(e) Obtenha $E(Y|X=1)$ e $\text{Var}(Y|X=1)$.

Resposta. 1,75 e 0,5875

Exercício 2. A tabela abaixo descreve a distribuição conjunta das variáveis aleatórias X e Y para um grupo de 100 alunos, em que X e Y denotam, respectivamente, o número de vezes que o aluno foi ao teatro nos meses de janeiro e fevereiro de 2016.

Y/X	0	1	2	3
0	20/100	13/100	5/100	2/100
1	15/100	10/100	4/100	1/100
2	5/100	10/100	3/100	2/100
3	4/100	3/100	2/100	1/100

(a) Obtenha as distribuições marginais de X e Y .

Resposta.

X	0	1	2	3
	44/100	36/100	14/100	6/100

Y	0	1	2	3
	40/100	30/100	20/100	10/100

(b) Obtenha e $\rho(X,Y)$ e comente.

Resposta. 0,1465. Existe uma correlação linear positiva porém pequena.

(c) Se um aluno foi ao teatro em fevereiro qual a probabilidade de não ter ido em janeiro?

Resposta. $\frac{2}{5}$

(d) Qual a interpretação de $X+Y$? Obtenha $E(X+Y)$ e $Var(X+Y)$.

Resposta. Seja $Z=X+Y$, a variável Z indica o número de vezes que o aluno foi ao teatro entre os meses de janeiro e fevereiro de 2016. $E(X + Y) = 1,82$, $Var(X + Y) = 2,0476$

Exercício 3. A distribuição conjunta das variáveis aleatórias X e Y é dada abaixo:

Y/X	-1	0	1
-1	1/8	1/8	1/8
0	1/8	0	1/8
1	1/8	1/8	1/8

(a) Verifique se X e Y são independentes

Resposta. Não são.

(b) Obtenha $\rho(X,Y)$ e comente

Resposta. $\rho(X,Y) = 0$, apesar de que X e Y não são independentes.

Exercício 4. Suponha que X e Y sejam variáveis aleatórias com

$$Var(X) = 1, \quad Var(Y) = 4 \quad \text{e} \quad \rho(X,Y) = 1/2.$$

Determine $Var(X + Y)$.

Resposta. 7