



**SEL0348**

# **Cálculo de Curto Circuito**

**Prof. Tit. Denis Vinicius Coury**



# 5 – Análise Falhas Assimétricas

---

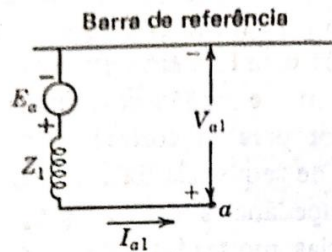
5.1 – Falta Fase-Terra

5.2 – Falta entre duas linhas

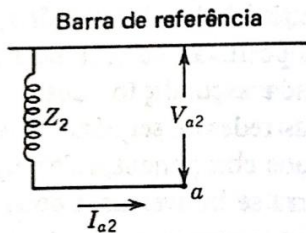
5.3 – Falta entre duas linhas e terra

5.4 – Defasagem entre trafos Y- $\Delta$

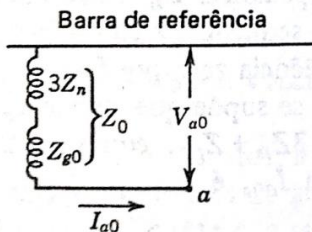
# 5 – Análise Faltas Assimétricas



(b) Rede de seqüência positiva



(d) Rede de seqüência negativa

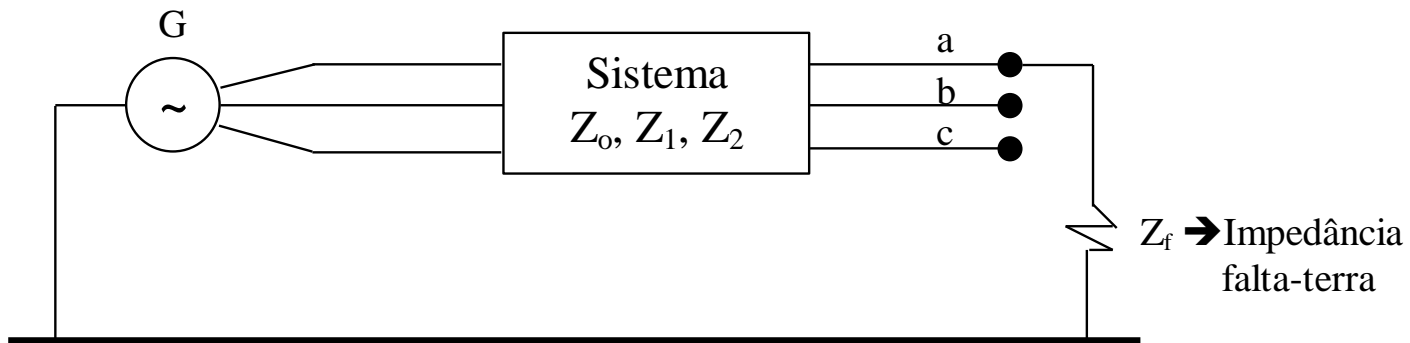


(f) Rede de seqüência zero

Redução dos circuitos de sequencia entre barra de referência e ponto de falta.

## 5.1 - Falta Fase-Terra

↪ grau de incidência: 70%



⇒  $Z_0, Z_1, Z_2$ : impedâncias do sistema, visto a partir do ponto de defeito;

⇒  $E_a, E_b, E_c$ : tensões equivalentes – f.e.m. de seq. Positiva.

## 5.1 - Falta Fase-Terra

a) Condições no ponto de falta:

$$V_a = Z_f \cdot I_a$$

$$I_b = 0$$

$$I_c = 0$$

desprezam-se as correntes de carga.

a1) *Correntes:*

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I_{a0} = I_{a1} = I_{a2} = \frac{1}{3} I_a$$

## 5.1 - Falta Fase-Terra

a2) Tensões:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} I_a \\ I_a \\ I_a \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} V_{a0} &= -Z_0 \cdot \frac{1}{3} I_a \\ V_{a1} &= E_1 - Z_1 \cdot \frac{1}{3} I_a \\ V_{a2} &= -Z_2 \cdot \frac{1}{3} I_a \end{aligned}$$

## 5.1 - Falta Fase-Terra

Retomando  $V_a = Z_f \cdot I_a$

$$I_a = \frac{V_a}{Z_f} = \frac{\frac{-Z_0 I_a}{3} + E_1 - \frac{Z_1 I_a}{3} + \frac{-Z_2 I_a}{3}}{Z_f}$$

Tirando  $I_a$ :

$$I_a = \frac{3E_1}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_f}$$

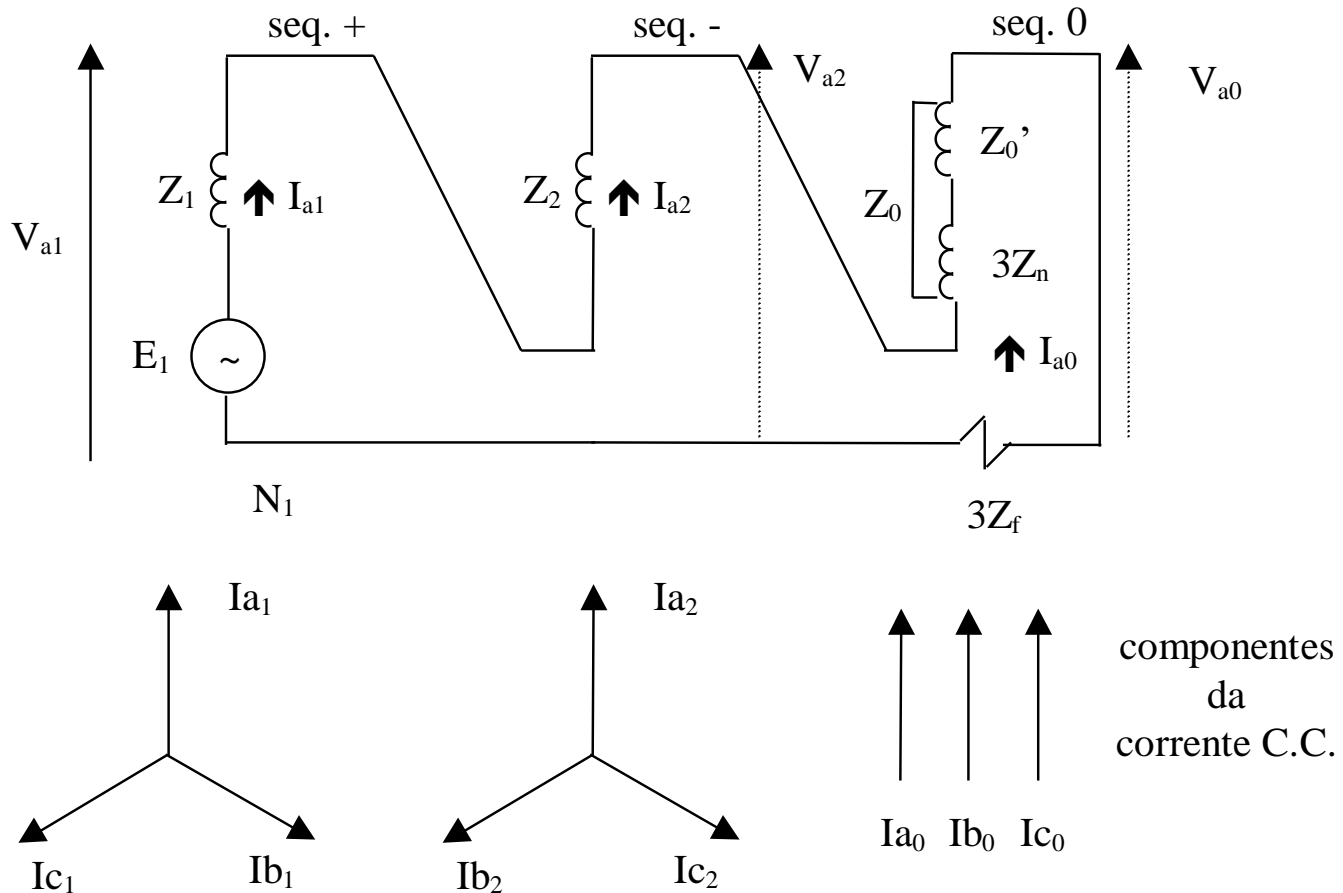
corrente na fase A.

As componentes de corrente serão:

$$\frac{I_a}{3} = I_{a0} = I_{a1} = I_{a2} = \frac{E_1}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_f}$$

## 5.1 - Falta Fase-Terra

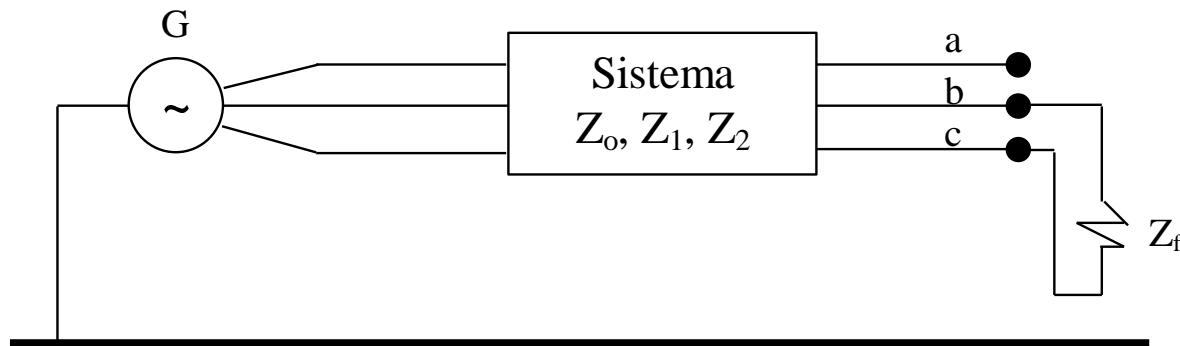
Diagrama:





## 5.2 Falta entre duas linhas

↪ grau de incidência: 15%



a) Condições no ponto de falta:

$$V_b - V_c = Z_f \cdot I_b$$

$$I_a = 0$$

$$I_b = -I_c$$

## 5.2 Falta entre duas linhas

---

a1) Componentes simétricos da corrente:

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -I_c \\ I_c \end{bmatrix}$$

➤  $I_{a0} = 0$

➤  $(\because I_{b0} = I_{c0} = 0)$

➤  $I_{a2} = -I_{a1}$

## 5.2 Falta entre duas linhas

a2) Componentes simétricos das tensões:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{a1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$V_{a0} = -Z_0 I_{a0} = 0 \quad V_{a1} = E_{a1} - Z_1 I_{a1} \quad V_{a2} = Z_2 I_{a1}$$

Analogamente

$$V_{b0} = -Z_0 I_{b0} = 0 \quad V_{b1} = E_{b1} - Z_1 I_{b1} \quad V_{b2} = Z_2 I_{b1}$$

$$V_{c0} = -Z_0 I_{c0} = 0 \quad V_{c1} = E_{c1} - Z_1 I_{c1} \quad V_{c2} = Z_2 I_{c1}$$

## 5.2 Falta entre duas linhas

↳ Usando expressões análogas para  $V_b$  e  $V_c$  e partindo de  $V_b - V_c = I_b Z_f$ , chegamos a:

$$V_b = V_{b0} + V_{b1} + V_{b2}$$

$$V_c = V_{c0} + V_{c1} + V_{c2}$$

$$I_b = I_{b0} + I_{b1} + I_{b2} = 0$$

$$I_{a1} = \frac{E_{a1}}{Z_f + Z_1 + Z_2}$$

$$I_{a2} = -I_{a1}$$

$$I_{a0} = 0$$

## 5.2 Falta entre duas linhas

---

A corrente de falta será:

$$I_f = I_b = I_{b0} + I_{b1} + I_{b2} = a^2 I_{a1} + a I_{a2}$$

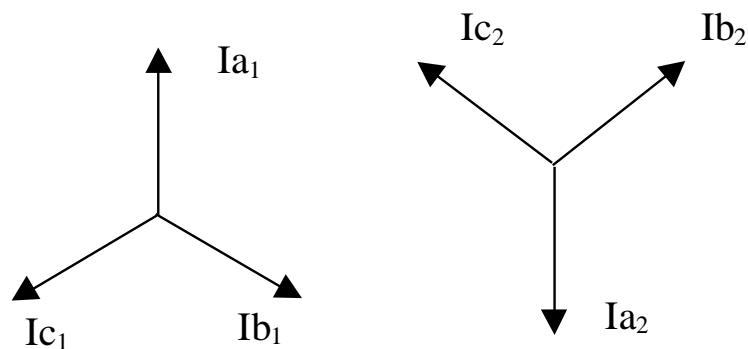
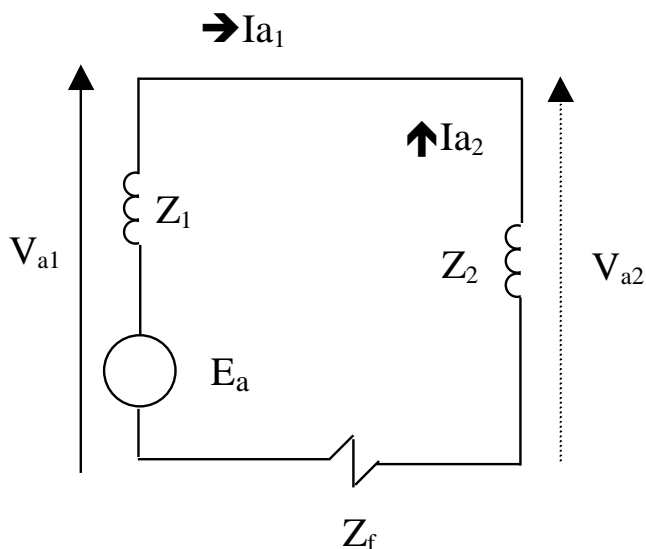
$$I_f = a^2 I_{a1} - a I_{a1} = (a^2 - a) I_{a1}$$

$$(a^2 - a) = -j\sqrt{3}$$

$$I_f = -j \frac{\sqrt{3} E_{a1}}{Z_1 + Z_2 + Z_f}$$

## 5.2 Falta entre duas linhas

Circuito equivalente: o circuito de sequência 0 (zero) não é utilizado (não haverá circulação de corrente de neutro no gerador).



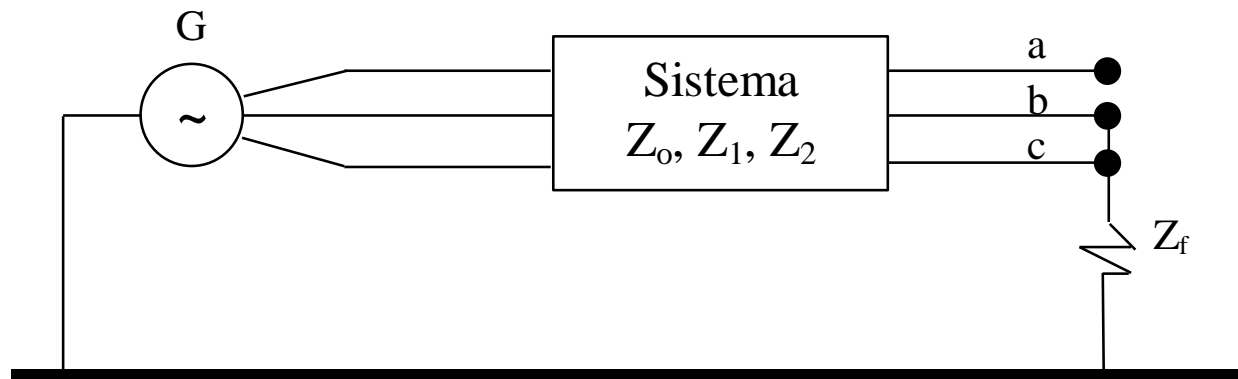
Componentes corrente C.C.



$$I_{a0} = I_{b0} = I_{c0} = 0$$

## 5.3 – Falta entre duas linhas e terra

↪ grau de incidência: 10%



a) Condições no ponto de falta:

$$I_a = 0$$

$$V_b = V_c = Z_f \cdot I_f$$

$$I_b + I_c = I_f$$

## 5.3 – Falta entre duas linhas e terra

*a1) Componentes simétricos da tensão*

$$\begin{aligned}
 V_{a1} &= E_{a1} - I_{a1}Z_1 \\
 V_{a2} &= 0 - I_{a2}Z_2 \\
 V_{a0} &= 0 - I_{a0}Z_0
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}
 = \frac{1}{3}
 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_b \end{bmatrix}
 \Rightarrow
 \begin{aligned}
 V_{a1} &= V_{a2} = V_{a0} \\
 &\quad \downarrow \\
 &\text{para } Z_f = 0
 \end{aligned}$$



## 5.3 – Falta entre duas linhas e terra

a2) Componentes simétricos das correntes

Partindo de  $V_b = V_c = I_f Z_f$  e fazendo algumas substituições, chegamos a:

$$I_{a1} = \frac{(Z_0 + Z_2 + 3Z_f)}{Z_1 Z_2 + (Z_0 + 3Z_f)(Z_1 + Z_2)} E_{a1}$$

$$I_{a2} = -\frac{(Z_0 + 3Z_f)}{Z_1 Z_2 + (Z_0 + 3Z_f)(Z_1 + Z_2)} E_{a1}$$

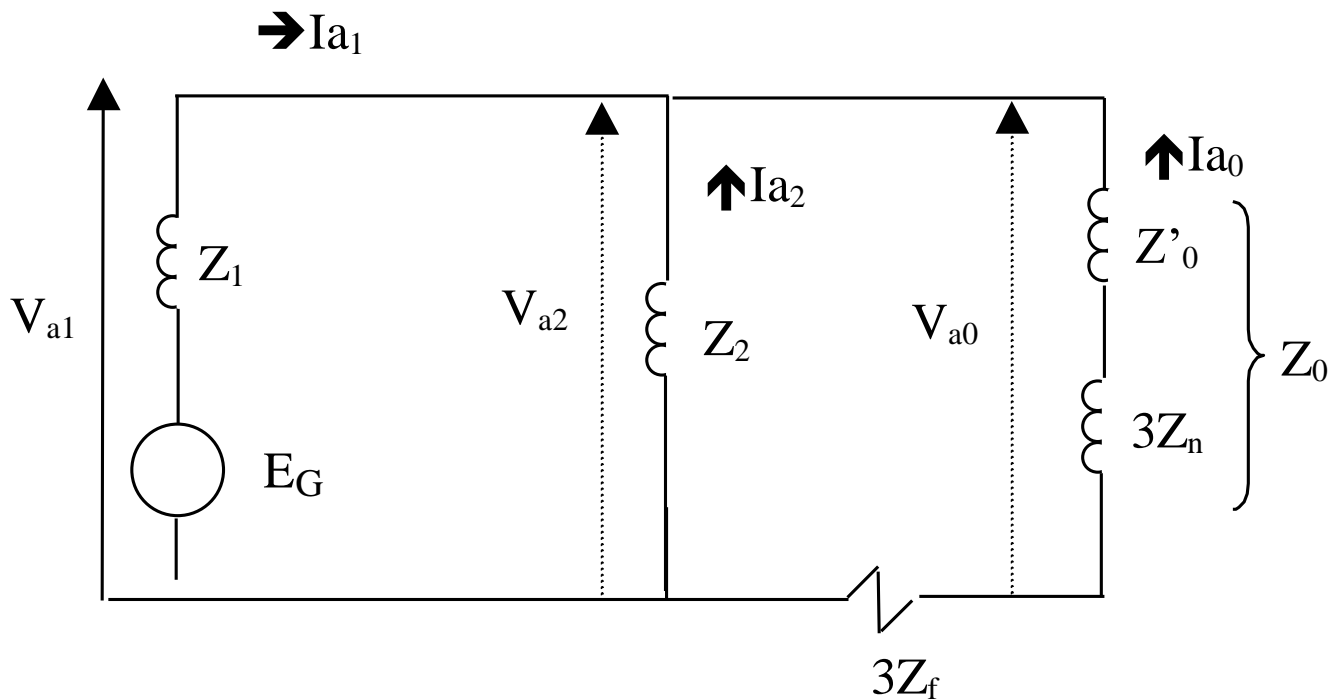
$$I_{a0} = \frac{-Z_2}{Z_1 Z_2 + (Z_0 + 3Z_f)(Z_1 + Z_2)} E_{a1}$$

A corrente de falta será:  $I_n = I_b + I_c = 3I_{a0}$

$$I_f = 3I_{a0}$$

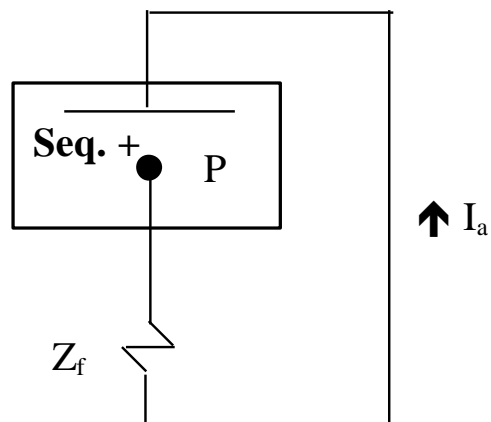
## 5.3 – Falta entre duas linhas e terra

Interligação dos circuitos:

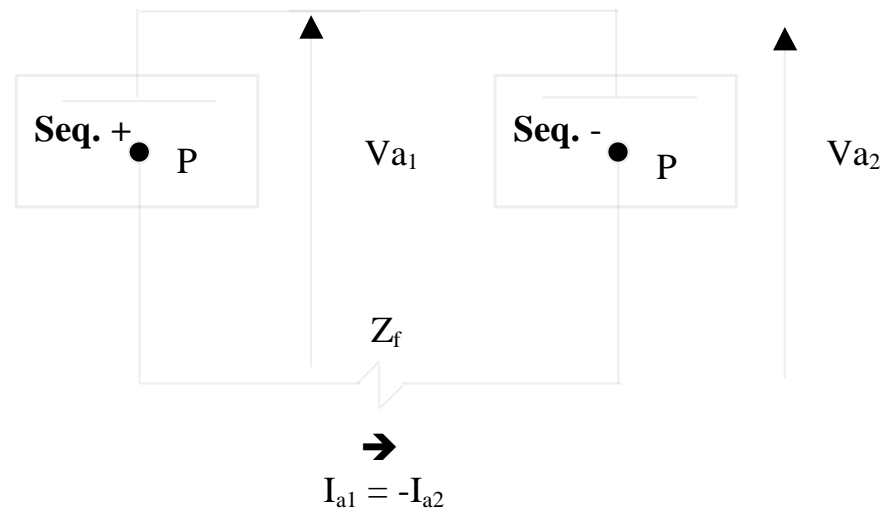


# LIGAÇÕES DOS CIRCUITOS PARA OS VÁRIOS TIPOS DE FALTAS

Falta trifásica

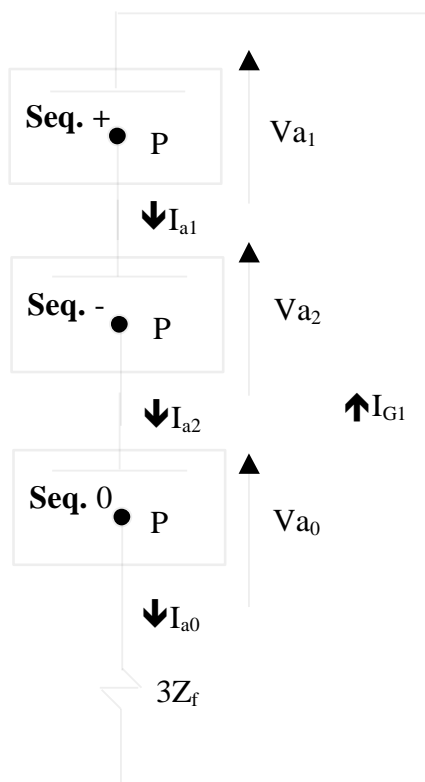


Falta entre duas linhas

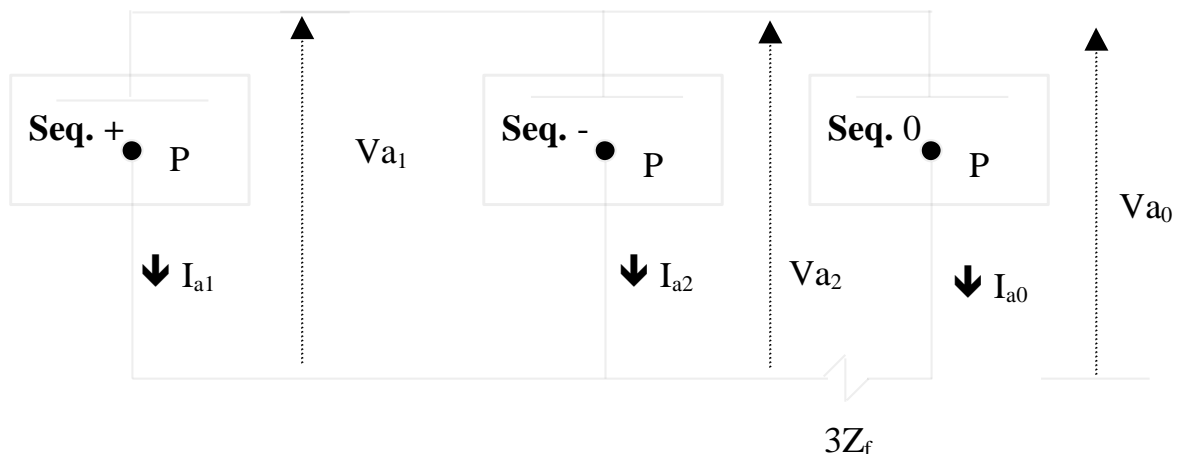


# LIGAÇÕES DOS CIRCUITOS PARA OS VÁRIOS TIPOS DE FALTAS

Falta linha-terra



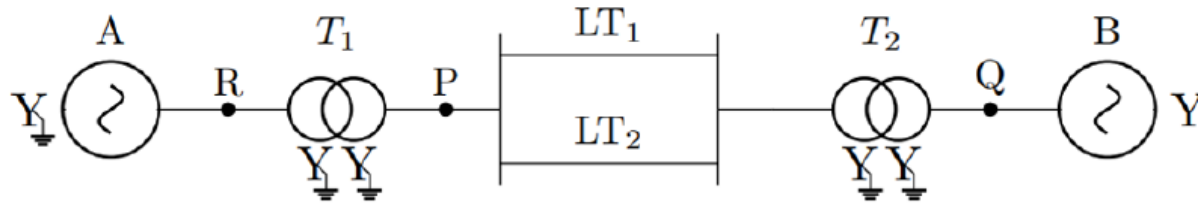
Falta entre duas linhas-terra



# Exercício 1

## Questão 1

Uma máquina síncrona A com tensão de 1 p.u. está interligada a outra máquina B, com mesma tensão, conforme a figura. Pede-se a corrente de curto para:



Dados:

Máquina A

$$X_1 = 0,4; X_2 = 0,25; X_0 = 0,06$$

Máquina B

$$X_1 = 0,3; X_2 = 0,2; X_0 = 0,03$$

LT<sub>1</sub> e LT<sub>2</sub>:

$$X_1 = X_2 = 0,4; X_0 = 0,8$$

T<sub>1</sub>:

$$X_1 = X_2 = X_0 = 0,15$$

T<sub>2</sub>:

$$X_1 = X_2 = X_0 = 0,12$$

- (a) Defeito fase-fase-terra no ponto **P**
- (b) Defeito fase-terra no lado de baixa tensão de T<sub>2</sub> (ponto **Q**)
- (c) Defeito fase-fase nos terminais do gerador **A** (ponto **R**)

## 5.4 - Defasagem em trafos Y- $\Delta$

---

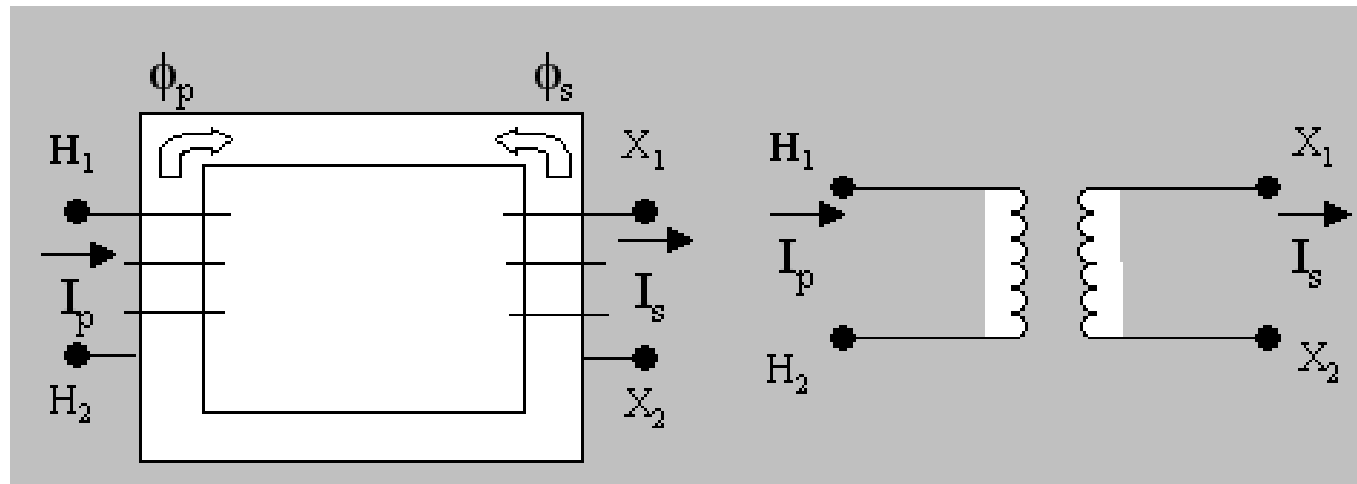
Sob condições de equilíbrio – tensões e correntes no primário e secundário não estão em fase.

Componentes simétricos → defasagem deve ser considerada

Normalmente se faz o cálculo de V e I sem considerar a defasagem. Se for importante ela deverá ser considerada posteriormente. Ex: cálculo das contribuições das máquinas para o curto.

## 5.4 - Defasagem em trafos Y- $\Delta$

### a) Métodos normalizados de designação de terminais



Terminal onde a corrente entra na alta tensão:  $H_1$

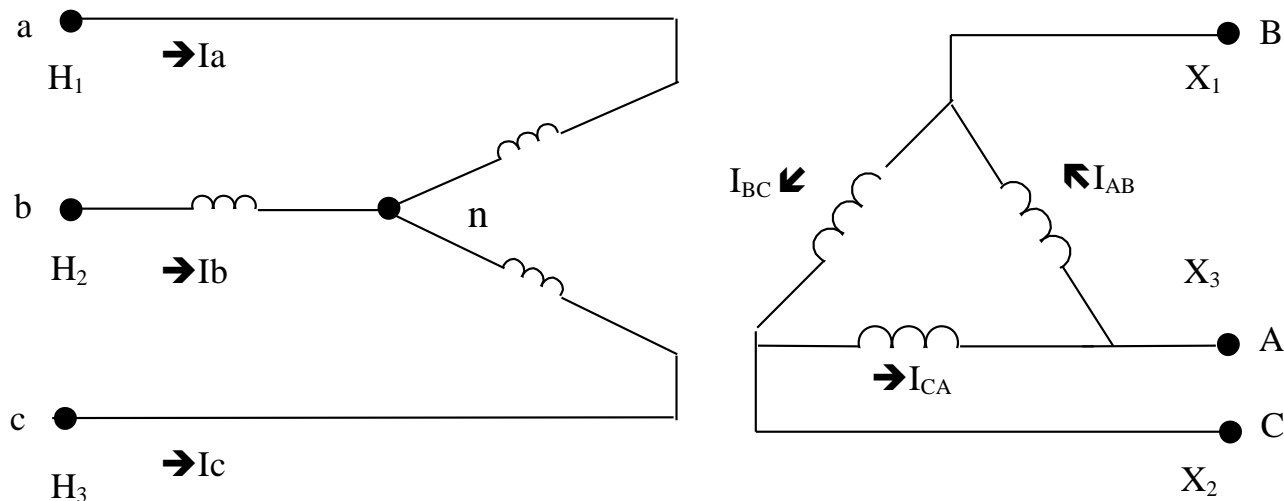
Terminal onde a corrente sai na baixa tensão:  $X_1$

$I_p$  e  $I_s$  estão em fase

Se o sentido de  $I_s$  fosse oposto  $\rightarrow I_p$  e  $I_s$  estariam defasados de  $180^\circ$ .

## 5.4 - Defasagem em trafos Y- $\Delta$

b) Construção do diagrama de tensões para transformadores trifásicos



Bobinas dispostas paralelamente são acopladas magneticamente por estarem enroladas no mesmo núcleo.



## 5.4 - Defasagem em trafos Y- $\Delta$

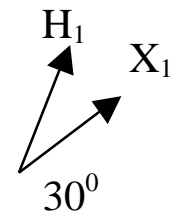
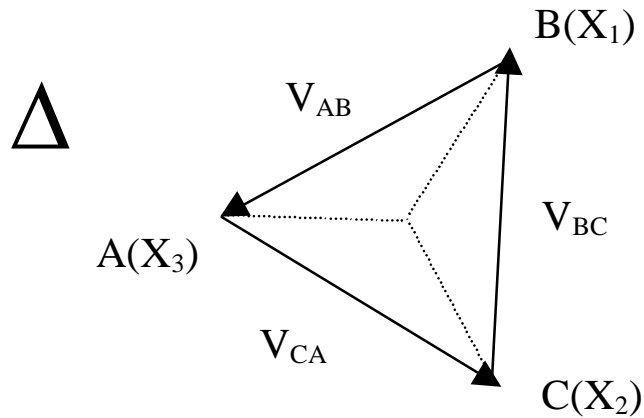
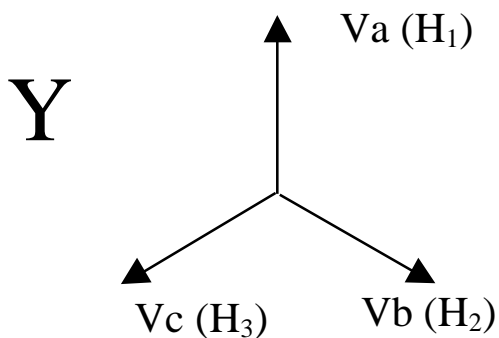
Y

$\Delta$

an  
bn  
cn



**BC (CB)**  
**CA (AC)**  
**AB (BA)**

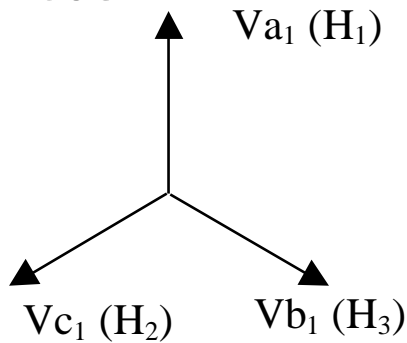


$V_A$  adiantado de 30° de  $V_B$

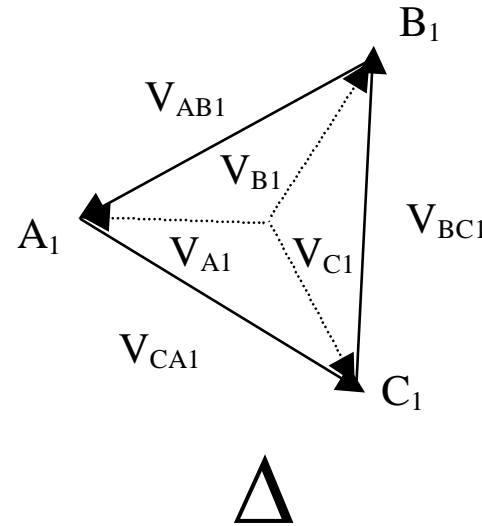
$H_1$  para o neutro estará adiantada de 30° em relação à queda de  $X_1$  para o neutro.

## 5.4 - Defasagem em trafos Y-Δ

A conclusão anterior também vale para os componentes simétricos:



SEQ. (+)



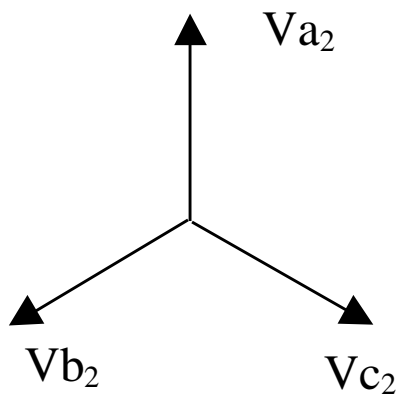
Y

Δ

Como no caso anterior:  $V_{a1}$  adiantado  $30^\circ$  de  $V_{B1}$   
 $V_{A1}$  adiantado  $90^\circ$  de  $V_{a1}$

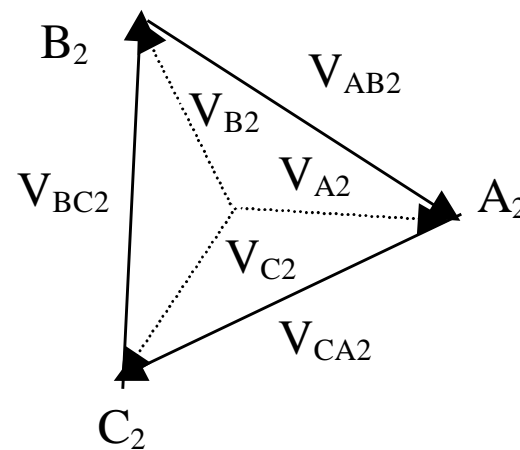
$$\begin{aligned} V_{A1} &= jV_{a1} \\ V_{B1} &= jV_{b1} \\ V_{C1} &= jV_{c1} \end{aligned}$$

# 5.4 - Defasagem em trafos Y-Δ



Y

SEQ. (-)



$\Delta$

## 5.4 - Defasagem em trafos Y- $\Delta$

---

Então:  $\mathbf{V}_{A2} = -j\mathbf{V}_{a2}$     $\mathbf{V}_{B2} = -j\mathbf{V}_{b2}$     $\mathbf{V}_{C2} = -j\mathbf{V}_{c2}$

o mesmo ocorre para as correntes:

$$\mathbf{I}_{A1} = j\mathbf{I}_{a1} \quad (\text{SEQ. } +)$$

$$\mathbf{I}_{B1} = j\mathbf{I}_{b1}$$

$$\mathbf{I}_{C1} = j\mathbf{I}_{c1}$$

$$\mathbf{I}_{A2} = -j\mathbf{I}_{a2} \quad (\text{SEQ. } -)$$

$$\mathbf{I}_{B2} = -j\mathbf{I}_{b2}$$

$$\mathbf{I}_{C2} = -j\mathbf{I}_{c2}$$

## 5.4 - Defasagem em trafos Y- $\Delta$

---

### Observações:

↪ Essas relações são para as sequências de fase descritas. Trocando-se as fases  $\underline{a}$  e  $\underline{c}$  no Y:

$$\mathbf{VA1} = -j\mathbf{Va1}$$

$$\mathbf{IA1} = -j\mathbf{Ia1}$$

$$\mathbf{VA2} = +j\mathbf{Va2}$$

$$\mathbf{IA2} = +j\mathbf{Ia2}$$

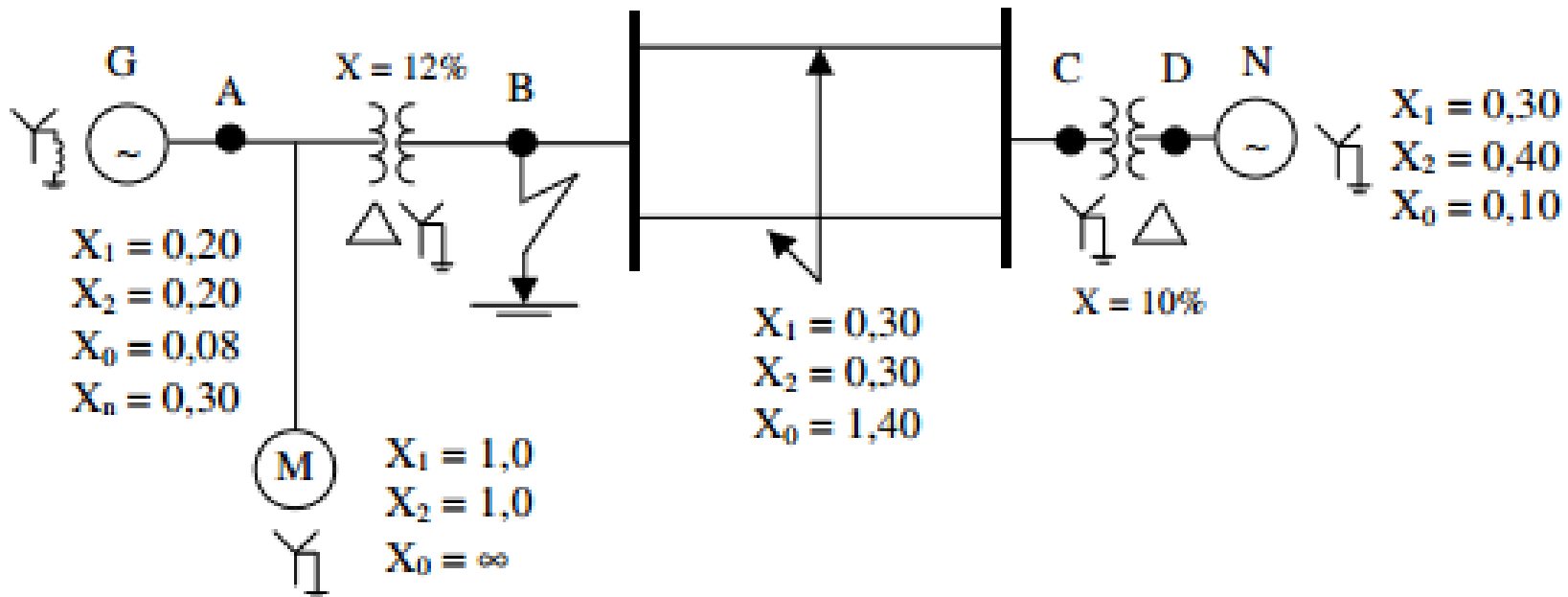
↪ Os trafos YY e  $\Delta\Delta$  são ligados de maneira que a defasagem entre as tensões e correntes seja  $0^\circ$  (ou  $180^\circ$ ).

↪ Componentes sequ. 0 não sofrem defasagem.

↪ Ver ex. 11.2, pág. 305, Stevenson.

## Exercício 2

- ↻ Uma dupla falta à terra ocorre no ponto B do sistema.  
Determinar:
- ↻ a) Valor da corrente de falta neste ponto;
  - ↻ b) Contribuição do motor N para falta;
  - ↻ c) Contribuição do gerador e do motor M, ;
  - ↻ d) Tensões de fase nas barras A, B e C do sistema.
- ↻ Nos três últimos itens considerar a defasagem do trafo.

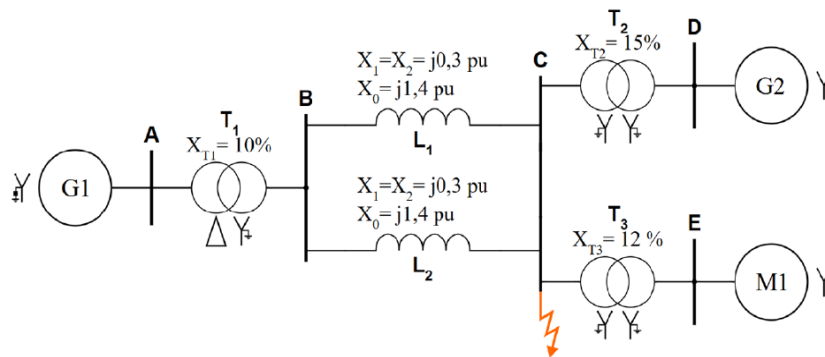


Nome: \_\_\_\_\_ Nº USP: \_\_\_\_\_

## Questão 1

Para o sistema elétrico representado na figura abaixo, determine:

- Os diagramas de sequência positiva, negativa e zero;
- Uma **falta fase-fase-terra** ocorre na barra **C**. Dada essa condição, determine:
  - A corrente de curto-circuito ( $I_f$ );
  - As correntes de fase resultantes no ponto da falta;
  - As tensões de fase no ponto da falta;
  - A contribuição de corrente do gerador G1 para a falta. *Estes valores podem ser apresentados em componentes simétricas;*
  - As tensões de fase no secundário do transformador T1 (barra A) durante a falta. Considerar a defasagem introduzida pelos transformadores.
- A corrente de curto-circuito considerando que uma falta **fase-terra** ocorre na barra **C**;
- A corrente de curto-circuito considerando que uma falta **fase-fase** ocorre na barra **C**.



Dados:

$$\begin{aligned}
 X_{G1_1} &= X_{G1_2} = j0,12 \text{ pu} & X_{G2_1} &= X_{G2_2} = j0,18 \text{ pu} & X_{M1_1} &= X_{M1_2} = j0,15 \text{ pu} \\
 X_{G1_0} &= j0,08 \text{ pu} & X_{G2_0} &= j0,05 \text{ pu} & X_{M1_0} &= j0,07 \text{ pu} \\
 X_{G1_n} &= j0,15 \text{ pu}
 \end{aligned}$$

# Exercício 4

## **Gerador G:**

7500 KVA;      4,16 kV;  
 $x'' = 10\%$ ;       $x_2 = 10\%$ ;       $x_0 = 5\%$

## **Transformador T:**

3 trafos monofásicos de 2500 KVA;  
2400/600 V;       $X_{disp} = 10\%$

**Motores:** Considerar um motor equivalente com as características:

Tensão nominal de 600V;

$\eta = 89,5\%$  (plena carga, com  $U_{nom}$  e  $fp = 1,0$ );

Potência total de saída : 6000 HP;

$x'' = 20\%$ ;       $x_2 = 20\%$ ;       $x_0 = 4\%$ ;

Carga total na baixa tensão do trafo: 5000 HP

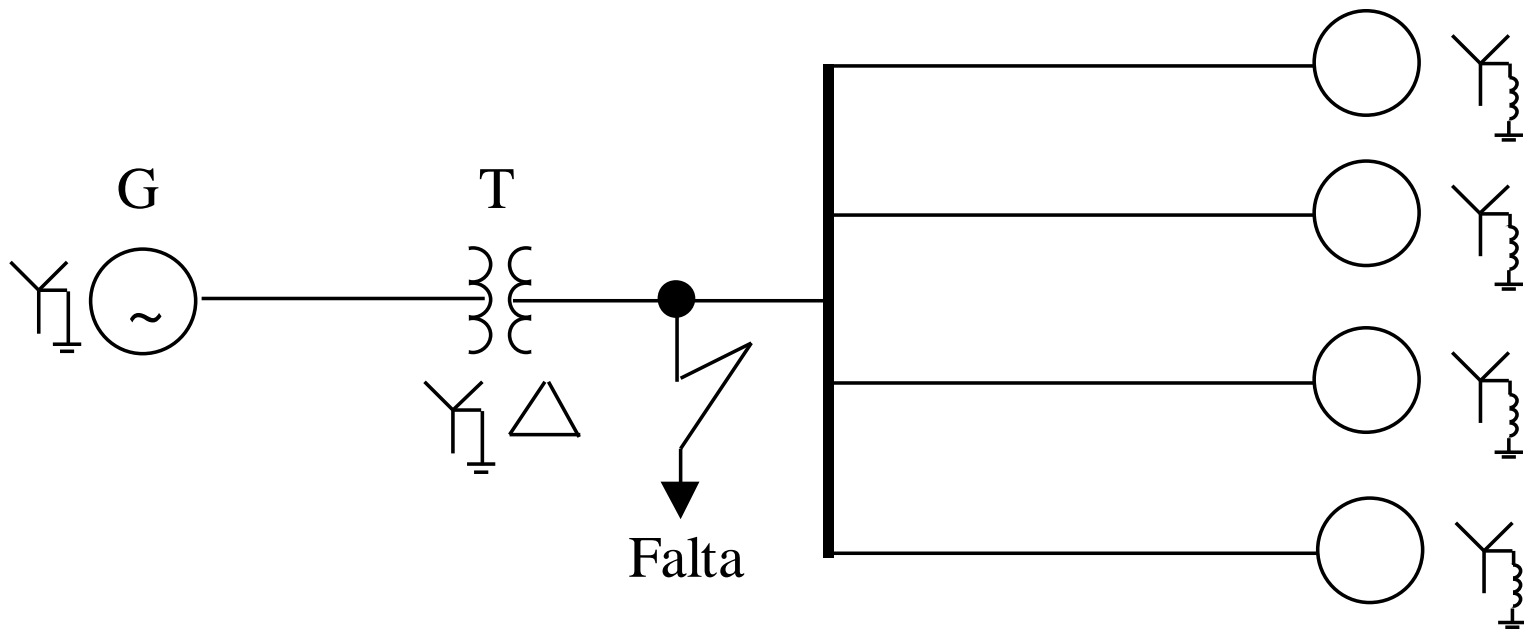
Para uma falta fase-terra no ponto determinado no diagrama unifilar, pede-se as correntes entre:

- trafo e falta;
- trafo e gerador;
- motor e a falta.

OBS: reatores de aterramento dos motores = 2%.



# Exercício 4



# Obrigado pela atenção!

---

**Prof. Tit. Denis Vinicius Coury**

E-mail: [coury@sc.usp.br](mailto:coury@sc.usp.br)

**Monitor: Leonardo Lessa**

E-mail: leonardo.s.lessa@gmail.com

**Universidade de São Paulo - USP**

**Escola de Engenharia de São Carlos - EESC**

**Depto de Engenharia Elétrica - SEL**

**Laboratório de Sistemas de Energia Elétrica - LSEE**