

# TENSÃO SUPERFICIAL



BIF5715 – Cardiovascular

BIF0442 – Termodinâmica

# ENERGIA DE SUPERFÍCIE

- Trabalho de coesão ( $W_c$ ) é a energia necessária, por metro quadrado, para separar o líquido do líquido (“romper uma coluna”)
- Note que  $W_c$  é uma propriedade intrínseca do líquido em questão
- $[W_c] = [J\ m^{-2}] = [N\ m\ m^{-2}] = [N\ m^{-1}]$
- Trabalho de adesão ( $W_a$ ) é a energia necessária para separar o líquido do sólido.

# ENERGIA DE SUPERFÍCIE

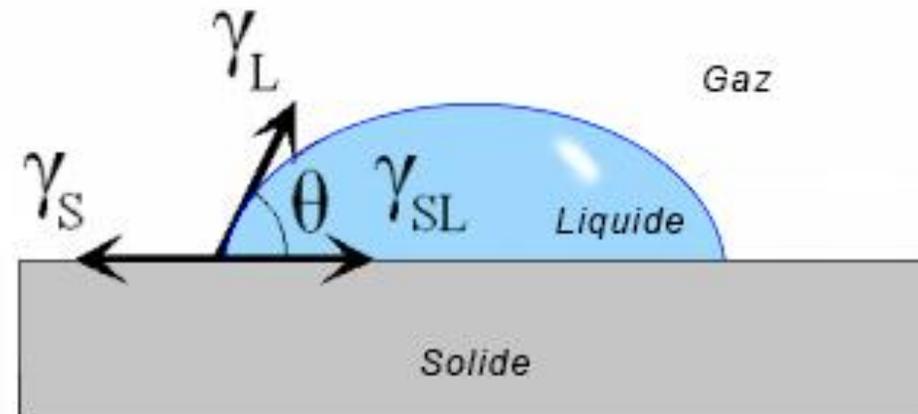
$W_a$  : trabalho de adesão

$W_c$  : trabalho de coesão

$$W_a = \frac{W_c}{2} \cdot (1 + \cos \theta)$$

Se  $\theta = 0 \rightarrow W_a = W_c$ : a superfície é “molhada”, com o líquido se espalhando

Se  $\theta = \pi \rightarrow W_a = 0$ : o trabalho de adesão é nulo, a superfície se mantém completamente seca

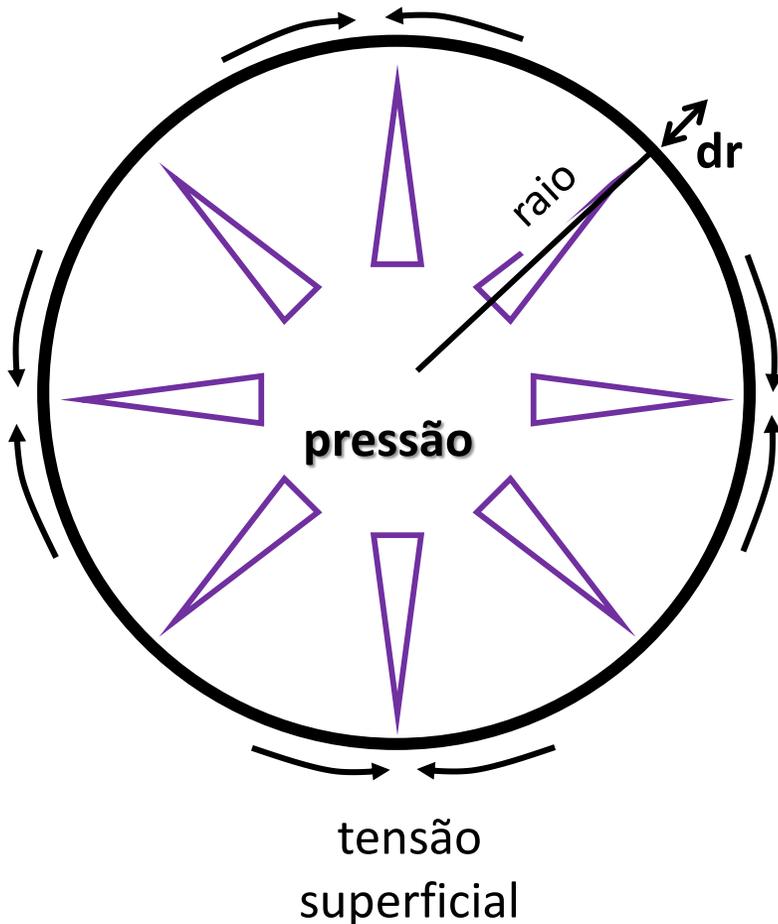


# TENSÃO SUPERFICIAL

$$\gamma = \frac{W_c}{2} \quad [\text{N} / \text{m}] \quad \rightarrow \quad \frac{\text{força}}{\text{comprimento}}$$

Lembrar:  $\gamma$  é originário da razão energia / área

# ESFERAS



- Trabalho para expandir a área em  $dA$ :  $\gamma \cdot dA$

- $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \rightarrow dA/dr = 8 \cdot \pi \cdot r$

- $W_s = \gamma \cdot 8 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$

- Trabalho realizado:  $p \cdot dV$

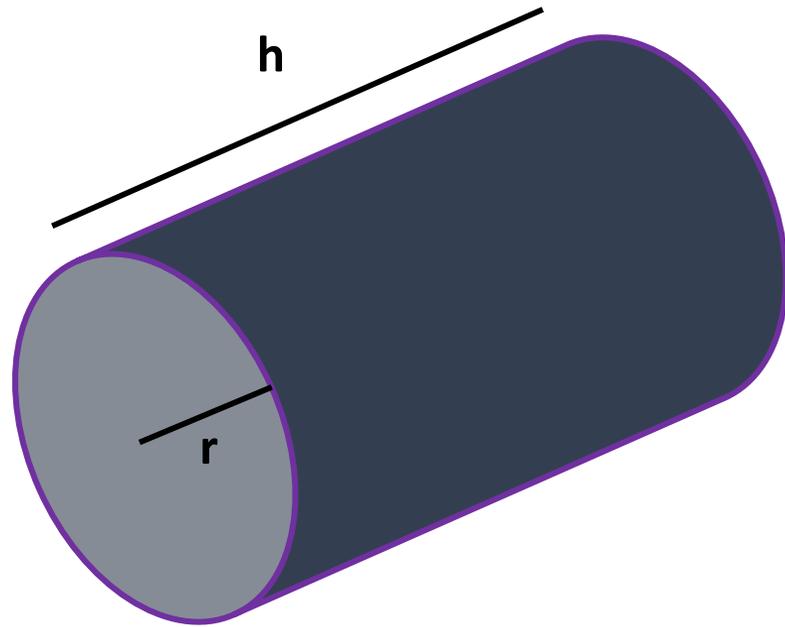
- $dV/dr = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

- $W_p = p \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot dr$

- Pela 1ª Lei TD:  $W_s = W_p$ . Assim:

$$p = \frac{2 \cdot \gamma}{r}$$

# CILINDROS



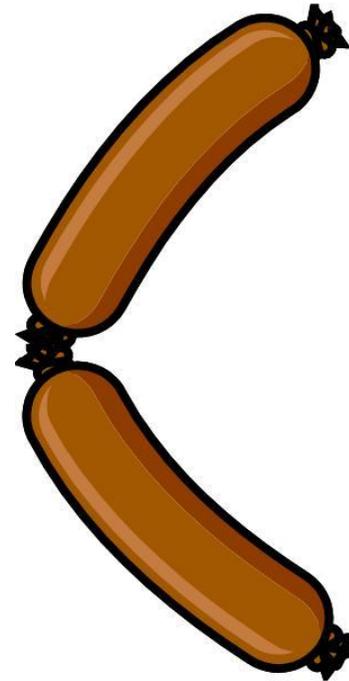
- Desprezando-se as extremidades:
  - Área =  $2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \rightarrow dA/dr = 2 \cdot \pi \cdot h$

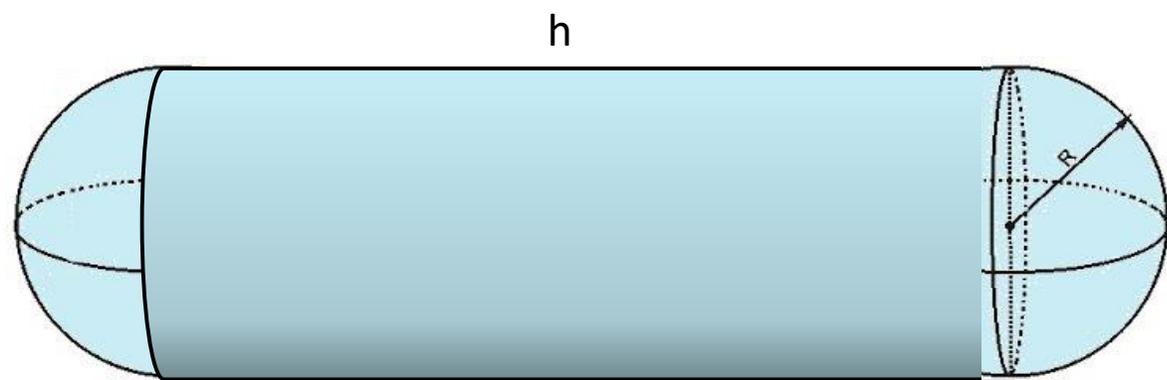
- Assim:
  - $W_s = \gamma \cdot 2 \cdot \pi \cdot h \cdot dr$
  - $W_p = p \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \cdot dr$

$$p = \frac{\gamma}{r}$$

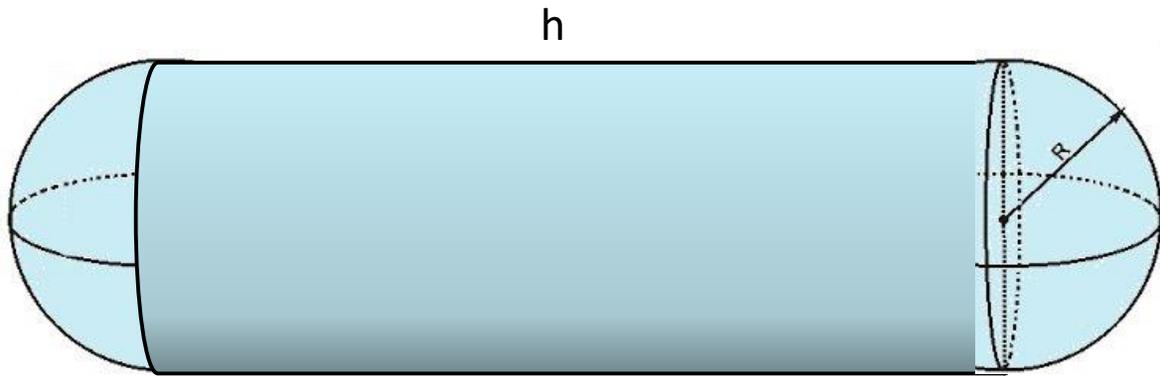
## XIAO QI XA

- Explique porque as salsichas (e linguiças, etc.) rasgam, preferencialmente, ao longo do comprimento.





# XIAO QI XA



- Para o cilindro (central): 
$$p_h = \frac{\gamma}{r}$$

- Para a esfera (pontas): 
$$p_r = \frac{2 \cdot \gamma}{r}$$

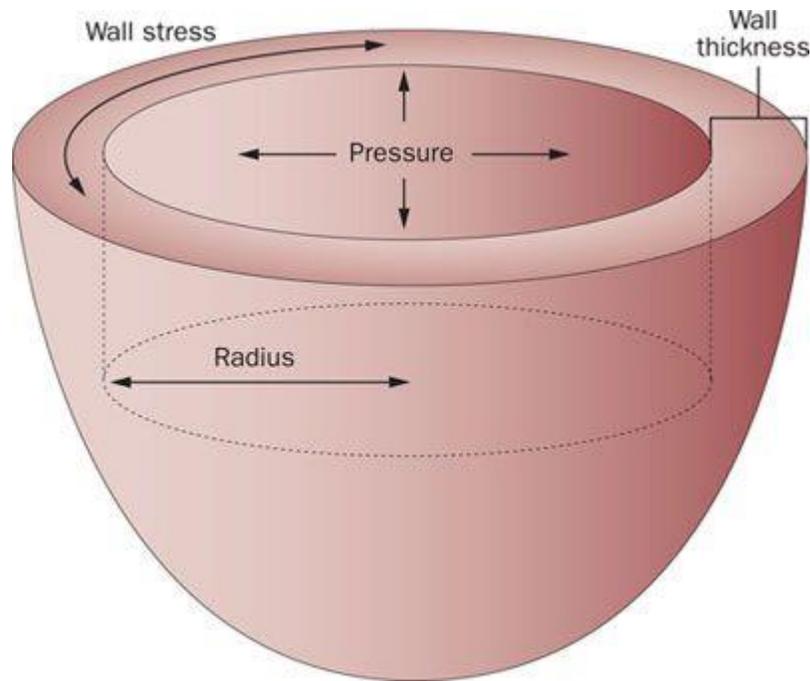
- $P_r = 2P_h \rightarrow$  a pressão para aumentar o raio é o dobro da pressão para aumentar o comprimento.
- Assim, a força para manter o raio tem que ser o dobro da força para manter o comprimento, e a salsicha rasga “no raio”, ou seja, ao longo do comprimento.

# ESTRESSE DE PAREDE

BIF5715

# ESTRESSE DE PAREDE

- O estresse de parede,  $\sigma$ , é a **pressão** sofrida pela parede na sua espessura ( $z$ ):



$$\sigma = \frac{\gamma}{z}$$

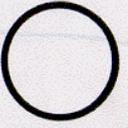
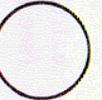
- Em cilindros:

$$\sigma = \frac{P \cdot r}{z}$$

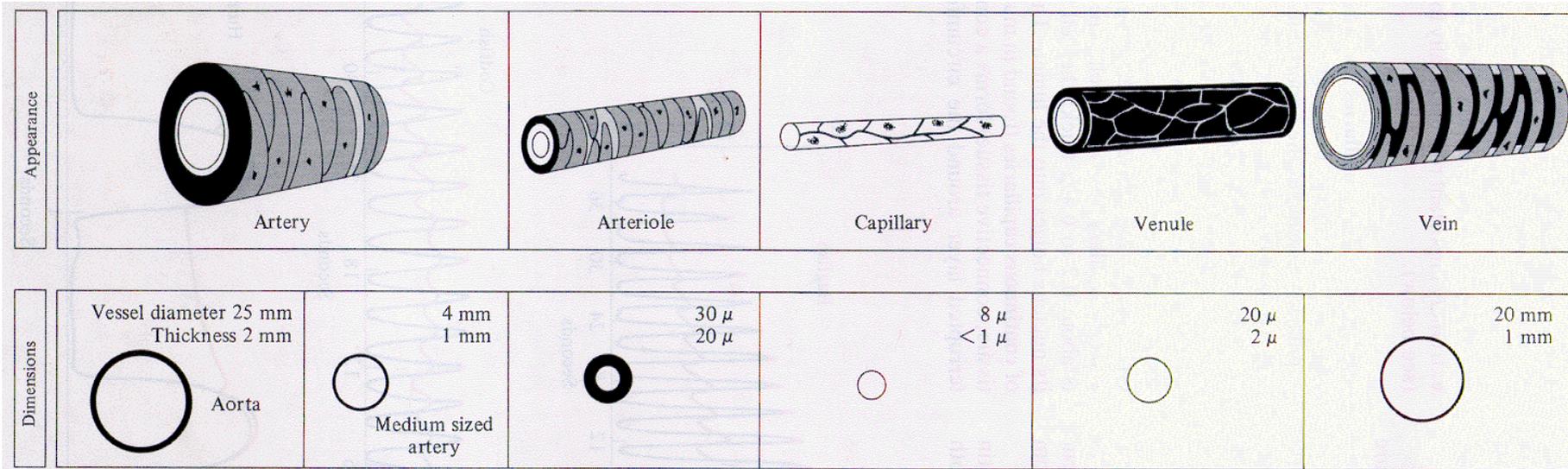
# CALCULAR $\sigma$ NOS VASOS

Estresse por unidade de pressão em cilindros:

$$r / z$$

Appearance	Artery	Arteriole	Capillary	Venule	Vein	
Dimensions	Vessel diameter 25 mm Thickness 2 mm  Aorta	4 mm 1 mm  Medium sized artery	30 $\mu$ 20 $\mu$ 	8 $\mu$ < 1 $\mu$ 	20 $\mu$ 2 $\mu$ 	20 mm 1 mm 





	<b>Ao</b>	<b>AA</b>	<b>aa</b>	<b>c</b>	<b>vv</b>	<b>VV</b>	
<b>r</b>	$12 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-6}$	$4 \times 10^{-6}$	$10 \times 10^{-6}$	$10 \times 10^{-3}$	<i>m</i>
<b>z</b>	$2 \times 10^{-3}$	$1 \times 10^{-3}$	$20 \times 10^{-6}$	$0.5 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-3}$	<i>m</i>
<b>r/z</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>0.75</b>	<b>8</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<i>adim</i>
<b>P</b>	120	80	40	20	10	5	<i>torr</i>
<b><math>\sigma</math></b>	<b>720</b>	<b>160</b>	<b>30</b>	<b>160</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<i>torr</i>

## $\sigma$ EM ESFERAS

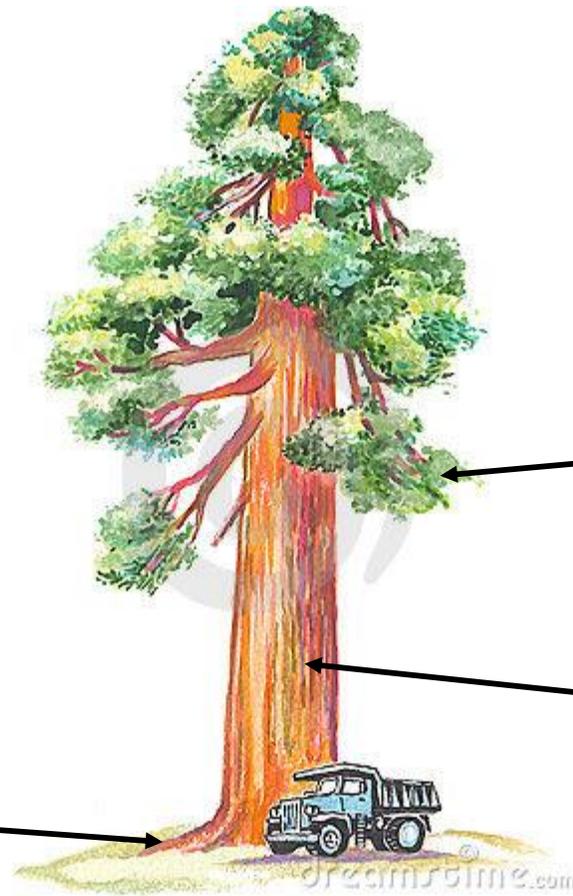
Considerando o coração como uma esfera, o que você esperaria em termos de espessura da parede ao longo do crescimento filogenético em mamíferos se o estresse de parede fosse mantido constante ?

$$\sigma = \frac{P \cdot r}{2 \cdot z}$$

# ÁRVORES E XILEMA

BIF0442

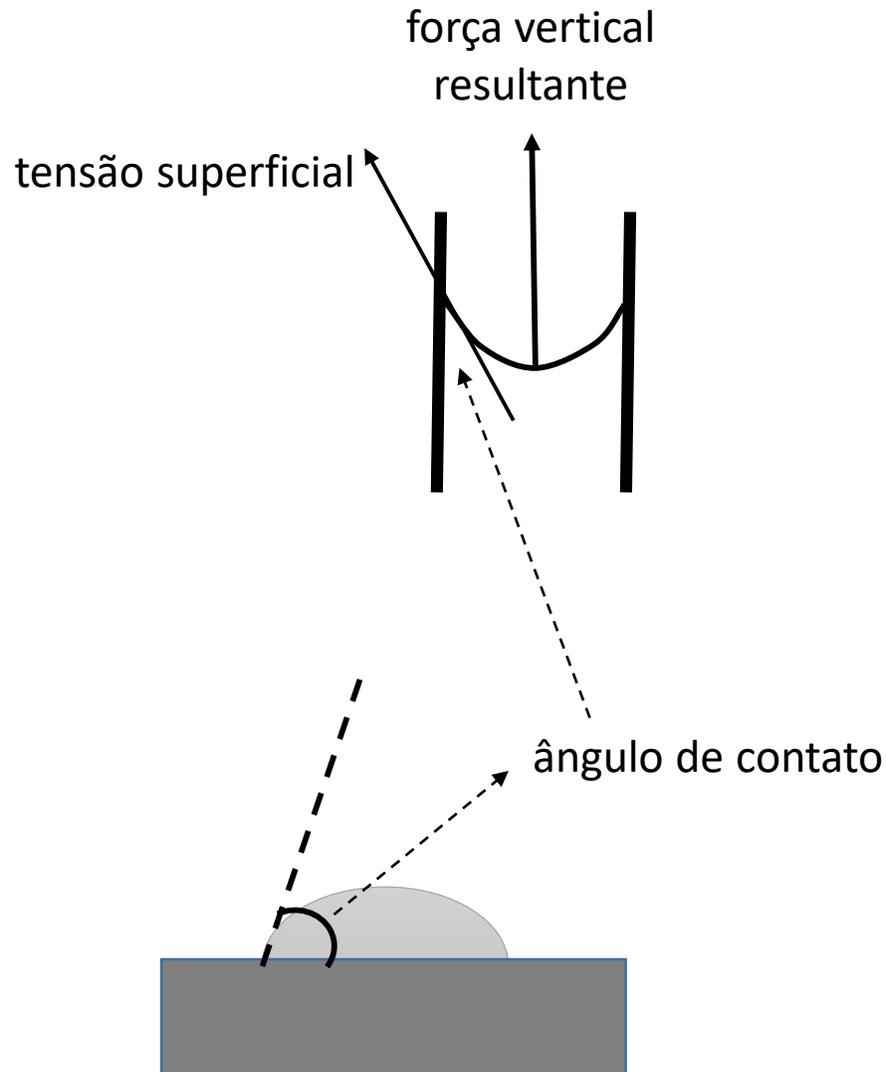
raiz e solo  
(absorção por osmose)



unidade terminal (folha)

conduto (xilema)

# CAPILARIDADE



- Força vertical resultante:

- $F_v = - 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \gamma \cdot \cos(\theta)$

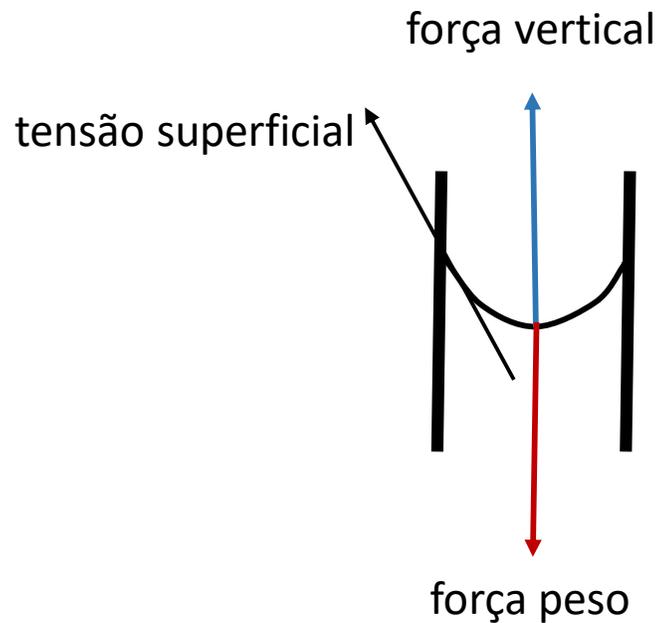
- Dividindo-se pela área de secção do tubo, obtém-se a pressão:

$$P_{cap} = - \frac{2 \cdot \gamma \cdot \cos(\theta)}{r}$$

# CAPILARIDADE

- O peso da coluna gera uma pressão (no sentido do campo gravitacional):

$$P_{col} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \cdot g}{\pi \cdot r^2} = \rho \cdot h \cdot g$$



- Se há equilíbrio mecânico, a pressão da coluna é igual à pressão por capilaridade. Assim, obtém-se a altura da coluna mantida por capilaridade:

$$h = \frac{2 \cdot \gamma \cdot \cos(\theta)}{\rho \cdot g \cdot r}$$

## DUTO “MOLHÁVEL”

$$\theta \cong 0 \rightarrow \cos(\theta) \cong 1$$

$$h = \frac{2 \cdot \gamma}{\rho \cdot g \cdot r}$$

- Considerando:
  - $\gamma_{\text{H}_2\text{O-AR}} = 0.073 \text{ J m}^{-2}$
  - $r_{\text{xilema}} = 2 \times 10^{-5} \text{ m}$
  - $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$
  - $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg m}^{-3}$
- Calcule a altura da coluna de xilema

# OS POROS

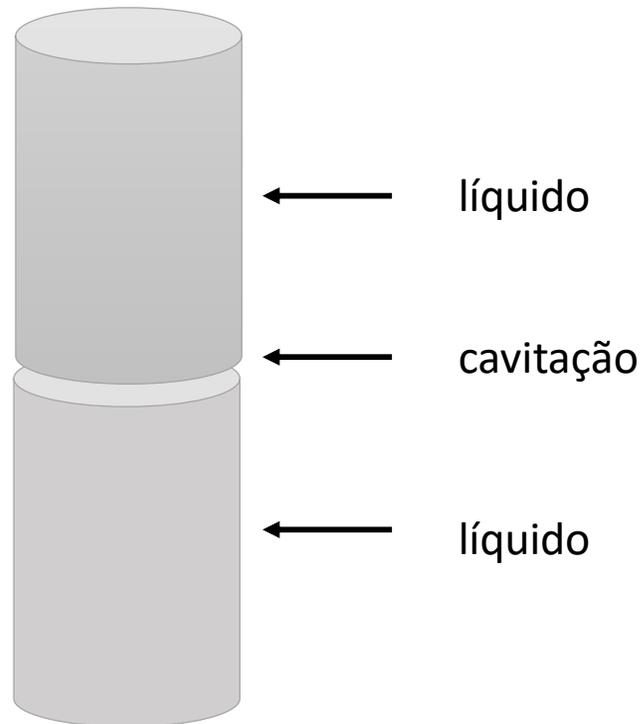
Os dutos do xilema terminam nas folhas, em estruturas chamadas poros.

Os poros têm raio aproximado de  $5 \times 10^{-9}$  metros.

Qual a altura que pode ser sustentada ?

- Desta forma, excluindo-se o primeiro metro de altura a partir da raiz, o restante da coluna do xilema é mantido sob pressão negativa. É como se as colunas estivessem penduradas nas folhas.
- A estrutura do lenho deve resistir a estas pressões, para não implodir.

# CAVITAÇÃO



- Se a força de “estiramento” numa porção do líquido atinge um certo valor (particular para o líquido), a coesão entre as partes se perde e forma-se a cavitação, com gás ocupando o local.
- Assim, para não haver perda de continuidade, a pressão de cavitação deve ser menor que a pressão de estiramento à qual o líquido está submetido.

# PRESSÃO DE CAVITAÇÃO DA ÁGUA

Para água pura, a pressão de cavitação para temperaturas entre 0°C e 80°C é, aproximadamente:

$$P_{\text{cav}} = 26 - 0.1125 \cdot T$$

Sendo

$P_{\text{cav}}$  [MPa]

$T$  [°C]

- Qual é a altura de coluna hídrica máxima que pode ser sustentada sem cavitação a 10 °C ?
- E a 50 °C ?

# COLUNA HÍDRICA MÁXIMA

$$\rho \cdot h \cdot g < P_{cav} = (26 - 0.1125 \cdot T) \cdot 10^6$$

# HIDRODINÂMICA

O xilema fica pendurado devido à capilaridade. Mas isto é estático.

Para que o xilema suba em um fluxo continuado, é preciso que algo mais aconteça.

O que é esse algo a mais?

- Fluxo laminar de Hagen-Poiseuille

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \mu \cdot L} \cdot \Delta P$$

# A ÁRVORE NA MONTANHA, HIA HIA HOU

O Monte Olimpo, em Marte, tem 25 km de altura.

Estabeleça o que você precisa saber para decidir se é possível manter uma sequoia por lá, supondo haver, no solo, água sem restrição.

- $g_{\text{Marte}} = 0.38 \cdot 9.81 \text{ m s}^{-2}$
- Incidência solar: 590 watts / m<sup>2</sup>
- Taxa aproximada de fotossíntese
  - Para cada watt por metro quadrado de folha, tem-se a produção de 50 mg de glicose por hora. Como cada mol de glicose consome 1 mol de CO<sub>2</sub> e de água, o consumo de gás carbônico é:

$$\bar{V}_{\text{CO}_2} = 0.47 \times 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

