Primeira avaliação presencial
Cálculo II
Biossistemas

Prof. Juan López Linares

28 de setembro de 2022

1 A01-Funções Linearmente Independentes

Exercício 1. *Determinar para que valores dos parâmetros reais* a *e* b *as funções* $y_1(x) = 2e^{3ax}$ *e* $y_2(x) = 3e^{-2bx}$ *são linearmente independentes.*

1.1 Resolução do Exercício 1

Utilizando o Wronskiano e a regra da cadeia para derivar tem-se:

$$W(x) = \begin{vmatrix} 2e^{3ax} & 3e^{-2bx} \\ 6ae^{3ax} & -6be^{-2bx} \end{vmatrix} = -12be^{3ax}e^{-2bx} - 18ae^{3ax}e^{-2bx} = -6e^{3ax}e^{-2bx}(2b+3a).$$

Como as exponenciais nunca anulam-se para que as funções dadas sejam linearmente independentes basta que $2b + 3a \neq 0$. Logo, $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $b \neq -\frac{3}{2}a$.

2 A08-Cálculos com curvas polares

Exercício 2. *Encontrar os pontos de interseção (em cartesianas) entre as curvas polares:*

$$r = f(\theta) = 4\cos(\theta),$$
$$r = g(\theta) = 4\sqrt{3}\,\mathrm{sen}(\theta).$$

2.1 Resolução do Exercício ??

Existem duas soluções.

i) Inicia-se igualando $f(\theta)$ e $g(\theta)$:

$$4\cos(\theta) = 4\sqrt{3}\,\mathrm{sen}(\theta),$$

$$\tan(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Uma solução da equação anterior é para $\theta = \frac{\pi}{6}$. Voltando em $f(\theta)$ encontra-se:

$$r = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}.$$

Com isso, em coordenadas polares, um dos pontos de interseção é:

$$A' = \left(2\sqrt{3}; \frac{\pi}{6}\right).$$

Para encontrar as coordenadas cartesianas deve-se utilizar que:

$$x = r\cos(\theta),$$

$$y = r\,\mathrm{sen}(\theta).$$

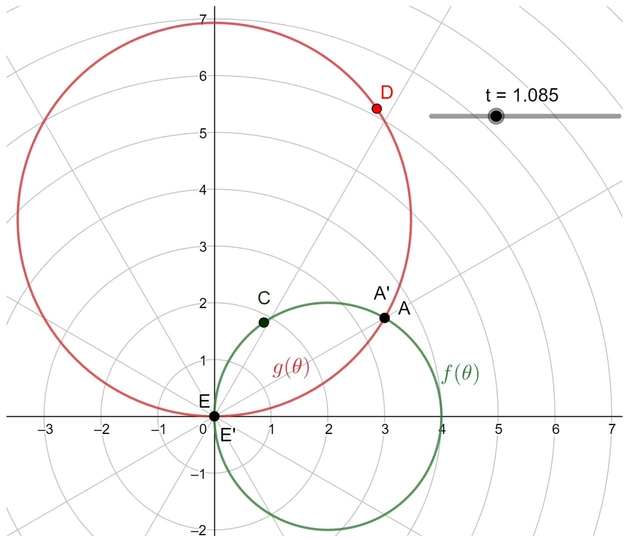
Logo, o equivalente de A' em cartesianas é:

$$A = \left(2\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{6}\right), 2\sqrt{3}\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = \left(2\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{2}, 2\sqrt{3}\frac{1}{2}\right) = (3, \sqrt{3}).$$

ii) Na curva $r = f(\theta) = 4\cos(\theta)$ o ponto polar $E' = (0; \frac{\pi}{2})$ representa a origem. Na curva $r = g(\theta) = 4\sqrt{3}\,\mathrm{sen}(\theta)$ o ponto polar $E' = (0; 0)$ também representa a origem. Logo, em cartesianas o ponto $E = (0, 0)$ é um ponto de interseção.

No caso do problema descrever o movimento de duas partículas, com θ sendo o tempo, as duas passam pela origem, mas em momentos diferentes. Um vídeo com a teoria sobre coordenadas polares está disponível aqui.

Figura 1: Gráficos das curvas polares $f(\theta)$ e $g(\theta)$. Versão interativa aqui.



Fonte: O autor.