



METMAT

PMT 3205

Físico-Química para Metalurgia e Materiais I



METMAT

TERMODINÂMICA DAS SOLUÇÕES

Propriedades Molares Parciais



Propriedades Molares Parciais

É a variação da propriedade Z' quando se adiciona um mol de componente i a uma grande massa de sistema de tal forma que temperatura, pressão e a composição química permanecem constantes

$$\overline{Z}_i = \left(\frac{\partial Z'}{\partial n_i} \right)_{T,P,n_i \neq n_j}$$

É o comportamento termodinâmico de uma substância em solução

Energia Livre de Gibbs Molar parcial

$$\overline{G}_i = \left(\frac{\partial G}{\partial n_i} \right)_{T,P,n_i \neq n_j} = \mu_i$$

Para a solução $G' = n_1 \overline{G}_1 + n_2 \overline{G}_2 + \dots + n_j \overline{G}_j = \sum n_i \cdot \overline{G}_i = \sum n_i \cdot \mu_i$

Energia livre de Gibbs molar $G = X_1 \overline{G}_1 + X_2 \overline{G}_2 + \dots + X_j \overline{G}_j = \sum X_i \overline{G}_i = \sum X_i \cdot \mu_i$



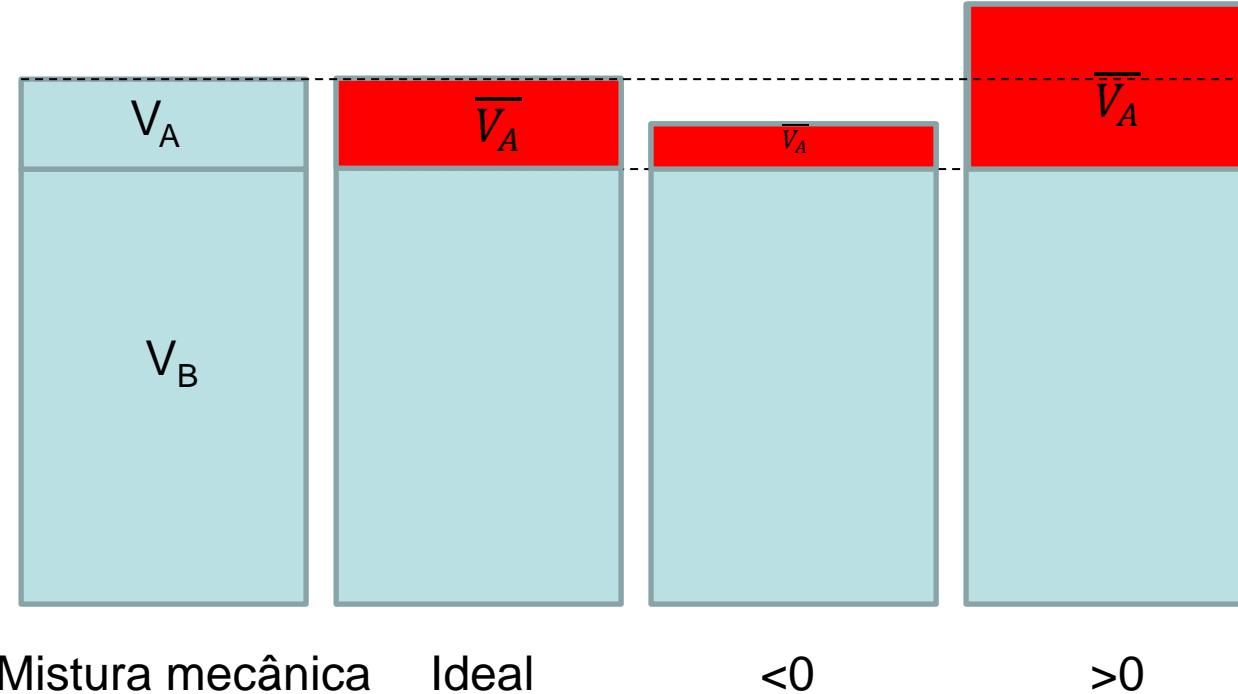
Propriedades Molares Parciais

**Volume Molar
Parcial**

$$\overline{V}_i = \left(\frac{\partial V}{\partial n_i} \right)_{T, P, n_i \neq n_j}$$

Volume Molar V

$$V = X_1 \overline{V}_1 + X_2 \overline{V}_2 + \dots + X_i \overline{V}_i$$





Propriedades Molares Parciais

energia livre
molar parcial

$$\overline{G}_i = \left(\frac{\partial G}{\partial n_i} \right)_{T,P,n_i \neq n_j}$$

energia livre de Gibbs molar G

$$G = X_1 \overline{G}_1 + X_2 \overline{G}_2 + \dots + X_i \overline{G}_i$$

$$G = X_1 \cdot \mu_1 + X_2 \cdot \mu_2 + \dots + X_i \cdot \mu_i$$

Entropia molar
parcial

$$\overline{S}_i = \left(\frac{\partial S}{\partial n_i} \right)_{T,P,n_i \neq n_j}$$

entropia molar S

$$S = X_1 \overline{S}_1 + X_2 \overline{S}_2 + \dots + X_i \overline{S}_i$$

entalpia
molar parcial

$$\overline{H}_i = \left(\frac{\partial H}{\partial n_i} \right)_{T,P,n_i \neq n_j}$$

entalpia molar H

$$H = X_1 \overline{H}_1 + X_2 \overline{H}_2 + \dots + X_i \overline{H}_i$$



Propriedades Molares Parciais

Equação de Gibbs-Duhem

$$\sum X_i \cdot d\bar{Z}_i = 0$$

$$X_1 \cdot d\overline{H}_1 + X_2 \cdot d\overline{H}_2 + \dots + X_n \cdot d\overline{H}_n = 0$$

$$X_1 \cdot d\overline{S}_1 + X_2 \cdot d\overline{S}_2 + \dots + X_n \cdot d\overline{S}_n = 0$$

$$X_1 \cdot d\overline{G}_1 + X_2 \cdot d\overline{G}_2 + \dots + X_n \cdot d\overline{G}_n = 0$$

Pode-se demonstrar que para uma solução binária:

$$\overline{Z}_A - \overline{Z}_B = \frac{dZ}{dX_A}$$

e

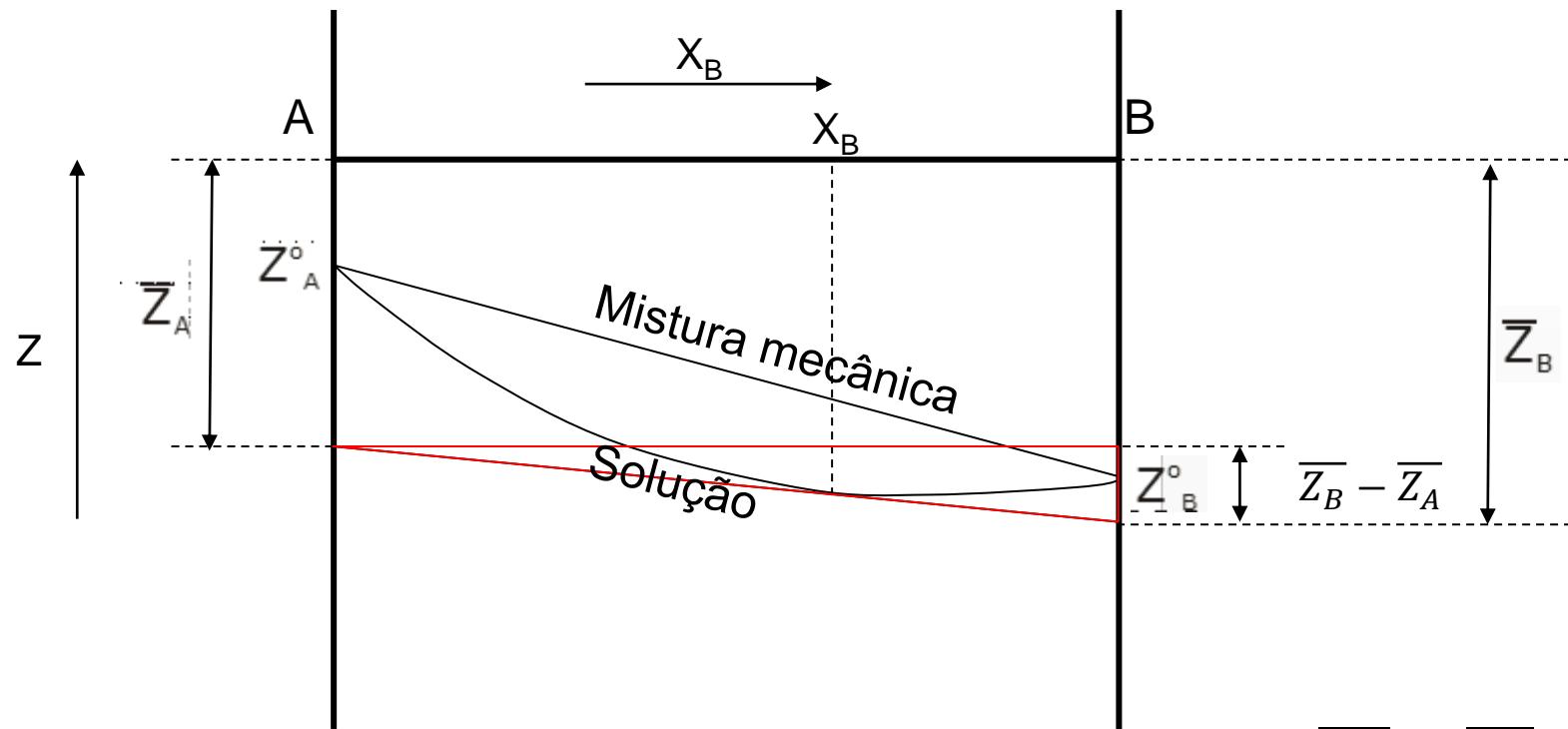
$$\overline{Z}_B - \overline{Z}_A = \frac{dZ}{dX_B}$$



METMAT

Propriedades Molares Parciais

Graficamente tem-se



$$\overline{Z}_B - \overline{Z}_A = \frac{dZ}{dX_B}$$



Propriedades Molares Parciais

Funções de mistura

$$\mathbf{A + B = A \cdot B}$$

$$\Delta Z = Z_{\text{solução real}} - Z_{\text{mistura mecânica}} = \Delta Z^M$$

ΔZ^M é chamada de propriedade:

- De formação da solução
- De mistura
- Integral de mistura
- Integral relativa

$$\Delta Z^M = (X_A \cdot \overline{Z}_A + X_B \cdot \overline{Z}_B) - (X_A \cdot Z_A^o + X_B \cdot Z_B^o) = X_A \cdot (\overline{Z}_A - Z_A^o) + X_B \cdot (\overline{Z}_B - Z_B^o)$$

$\overline{Z}_i - Z_i^o = \overline{Z}_i^M$ ou $\Delta \overline{Z}_i^M$ ou $\Delta \overline{Z}_i$: *propriedade molar parcial de mistura*
ou propriedade molar parcial relativa



Propriedades Molares Parciais

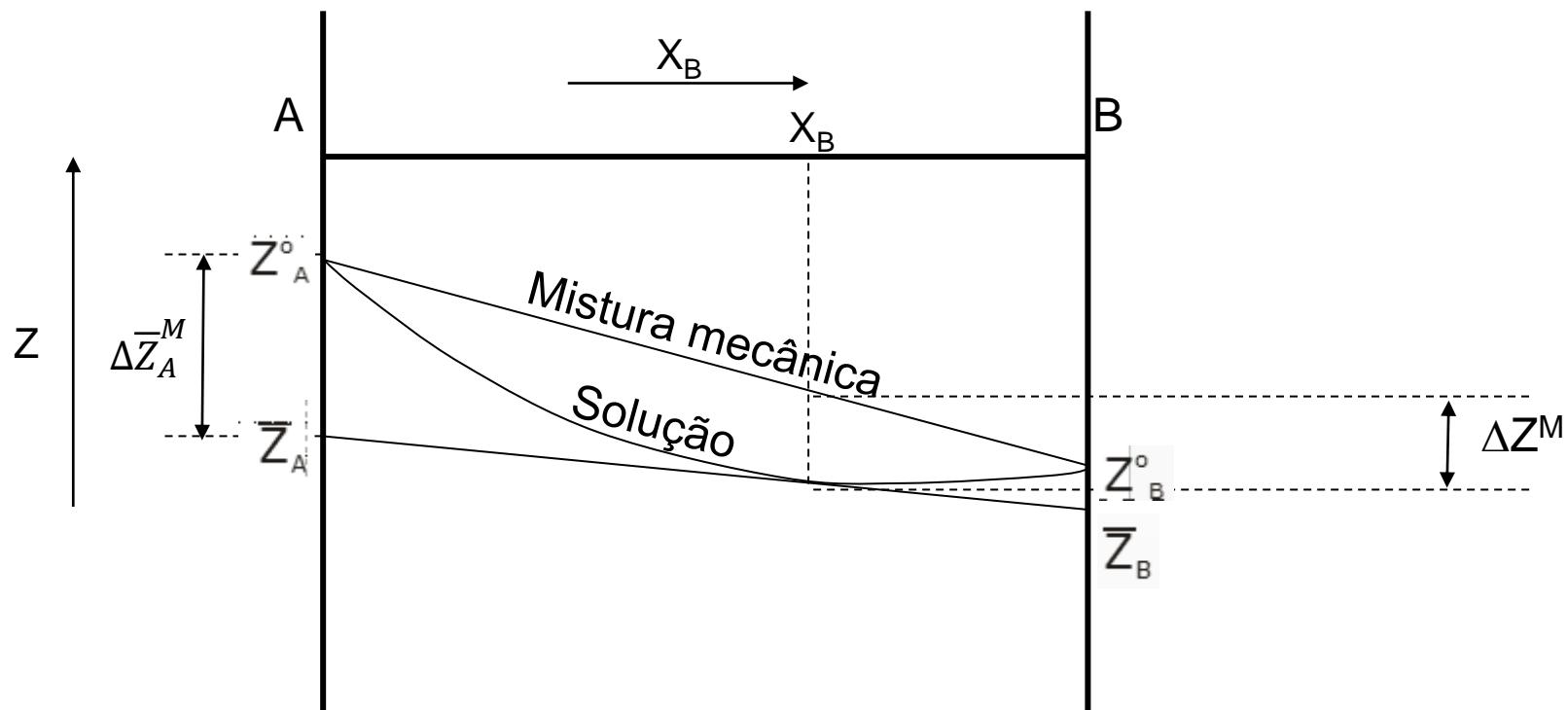
Funções de mistura

$$A + B = A-B$$

$$\Delta Z = Z_{\text{solução real}} - Z_{\text{mistura mecânica}} = \Delta Z^M$$

Propriedade de formação da solução/de mistura

$\bar{Z}_i - Z_i^o = \bar{Z}_i^M$ ou $\Delta \bar{Z}_i$ ou $\Delta \bar{Z}_i$: propriedade molar parcial de mistura





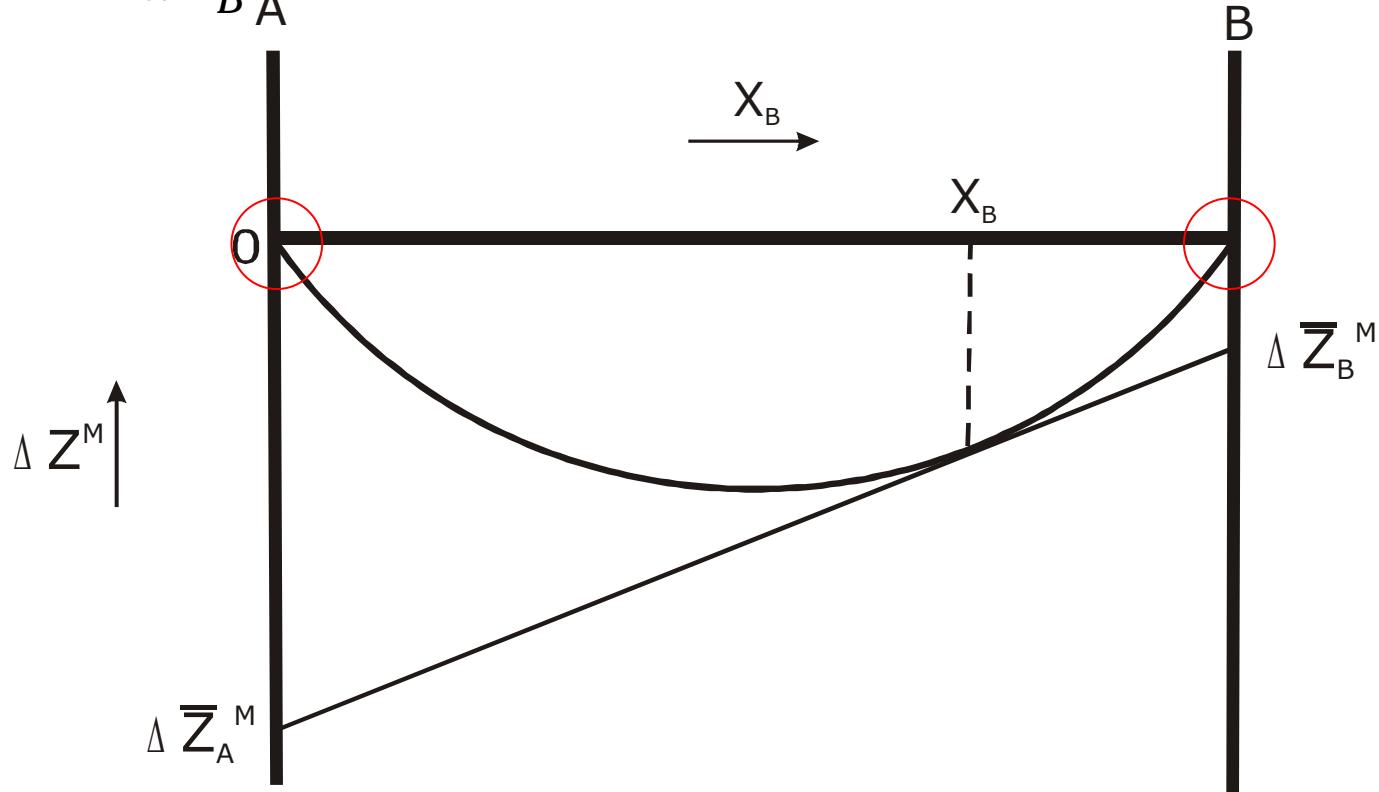
METMAT

Propriedades Molares Parciais

$$\sum X_i \cdot d\Delta\bar{Z}_i^M = 0$$

$$\Delta Z^M = X_A \bar{Z}_A^M + X_B \bar{Z}_B^M$$

$$\Delta\bar{Z}_B^M - \Delta\bar{Z}_A^M = \frac{d\Delta Z^M}{dX_B}$$





Propriedades Molares Parciais

$$\Delta \bar{G}_i = \bar{G}_i - G_i^o = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_i}{p_i^o} = R \cdot T \cdot \ln a_i$$

$$\Delta G^M = X_A \bar{G}_A^M + X_B \bar{G}_B^M$$

$$\bar{G}_i^M = \bar{G}_i - G_i^o = R \cdot T \cdot \ln a_i$$

$$\Delta G^M = X_A \cdot R \cdot T \cdot \ln a_A + X_B \cdot R \cdot T \cdot \ln a_B \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta G^M = R \cdot T \cdot (X_A \cdot \ln a_A + X_B \cdot \ln a_B)}$$



Entalpia das soluções ideais

i_{puro} → i_{dissolvido}

$$\Delta G_i^M = \overline{G}_i - G_i^o = \mu_i - \mu_i^o = RT \cdot \ln a_i$$

Energia livre molar parcial relativa

$$\Delta G_i^M = \Delta H_i^M - T\Delta S_i^M \quad \rightarrow \quad \frac{\overline{G}_i - G_i^o}{T} = \frac{\Delta H_i^M - T\Delta S_i^M}{T}$$

$$\left[\frac{\partial \left(\frac{\overline{G}_i - G_i^o}{T} \right)}{\partial (1/T)} \right]_{P, n_j \neq n_i} = \frac{\partial \left(\frac{\Delta H_i^M - T \cdot \Delta S_i^M}{T} \right)}{\partial (1/T)} \rightarrow \left[\frac{\partial (R \cdot \ln a_i)}{\partial (1/T)} \right]_{P, n_j \neq n_i} = \Delta H_i^M$$



Entalpia das soluções ideais

$$\Delta H_i^M = R \cdot \left(\frac{\partial \ln a_i}{\partial (1/T)} \right)_{P, nj \neq ni}$$

Entretanto $a_i = X_i \rightarrow$

$$\Delta H_i^M = R \cdot \left(\frac{\partial \ln X_i}{\partial (1/T)} \right)_{P, nj \neq ni}$$

Mas X_i não depende de T ; portanto, nas soluções ideais

$$\Delta H_i^{M,id} = 0$$

Entalpia molar parcial relativa

Entalpia molar integral relativa (de formação da solução):

$$\Delta H^{M,id} = \sum_i X_i \cdot \Delta H_i^{M,id} = 0$$



METMAT

Entalpia das soluções ideais

Na formação da uma solução ideal a partir de seus componentes no estado puro, não ocorre absorção e nem geração de calor



Volume das soluções ideais

$$dG = -S.dT + V.dP \rightarrow \Delta V_i^M = RT \cdot \left(\frac{\partial \ln a_i}{\partial P} \right)_{T, nj \neq ni}$$

Contudo $a_i = X_i \rightarrow \Delta V_i^M = RT \cdot \left(\frac{\partial \ln X_i}{\partial P} \right)_{T, nj \neq ni}$

Mas X_i não depende de P ; portanto, nas soluções ideais

$$\Delta V_i^{M,id} = 0$$

Volume molar parcial relativo

Volume molar integral relativo:

$$\Delta V^{M,id} = \sum_i X_i \cdot \Delta V_i^{M,id} = 0$$



METMAT

Volume nas soluções ideais

Na formação da uma solução ideal a partir de seus componentes no estado puro, não ocorre variação de volume;

O volume antes e após a formação da solução são iguais

Variação de volume na formação da liga Fe-C

Densidade dos elementos puros a 20°C:

Fe: 7,87 g/cm³; C: 2,25 g/cm³

Densidade da “mistura mecânica” 99,9%Fe + 0,1%C:

7,864 g/cm³

Densidade da solução (liga) 99,9%Fe + 0,1%C:

7,849 g/cm³

Portanto, na formação da liga Fe-0,1%C, a partir de Fe e C puros ocorre aumento de volume

Propriedades Molares Parciais

$$\Delta G^{M,ideal} = \Delta H^{M,ideal} - T \cdot \Delta S^{M,ideal}$$

$$a_i = X_i$$

$$\Delta G^{M,ideal} = R \cdot T \cdot (X_A \cdot \ln X_A + X_B \cdot \ln X_B)$$

$$\Delta H^{M,ideal} = 0$$

portanto

$$\Delta S^{M,ideal} = -R \cdot (X_A \cdot \ln X_A + X_B \cdot \ln X_B)$$

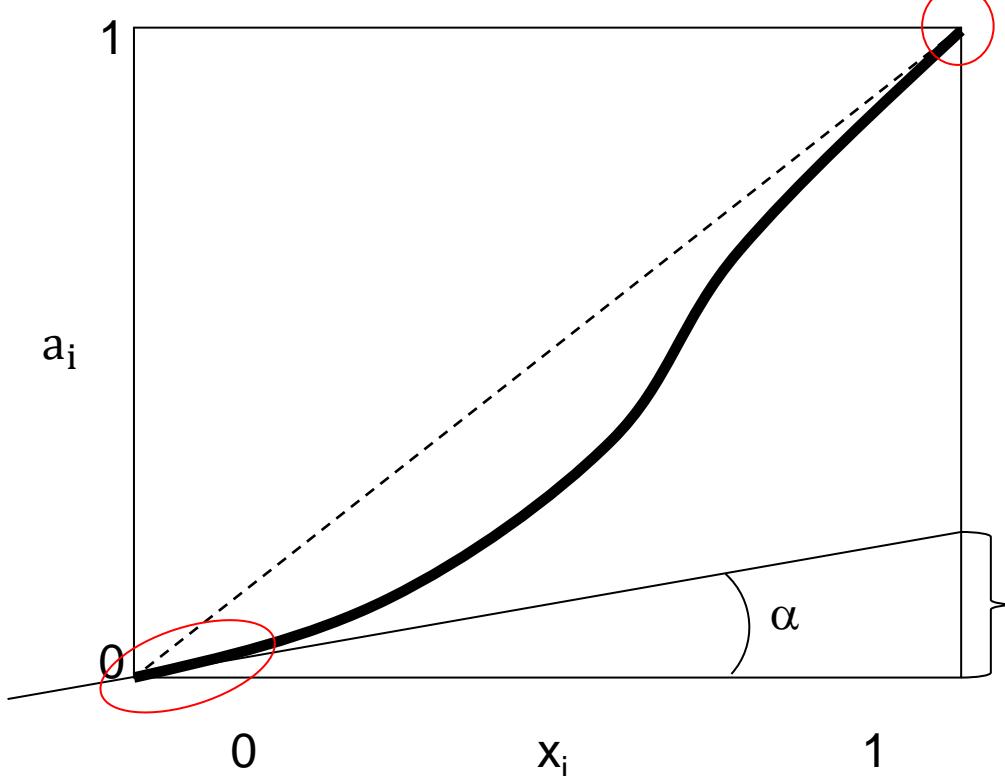


TIPOS DE SOLUÇÃO

- Do ponto de vista **tecnológico** não é possível ter em mãos informações detalhadas de todos os sistemas
- Considerando que a maioria dos sistemas de interesse são soluções diluídas
 - Modela-se somente o trecho inicial da curva de atividade **considerando ele linear**
 - Tangente em $x_i = 0$ (equação de uma reta)
 - Consequência: há somente 1 ponto em comum ($x_i=0$)
 - Diferenças: são absorvidas tecnologicamente
- A concentração de referência continua sendo raoultiana ($x_i=1$)



TIPOS DE SOLUÇÃO



$$a_i = \gamma_i^0 \cdot x_i$$

Lei de Henry

$$\tan \alpha = \gamma_i^0 \quad (\text{em } x_i = 0)$$

$$\tan \alpha = \gamma_i^0$$

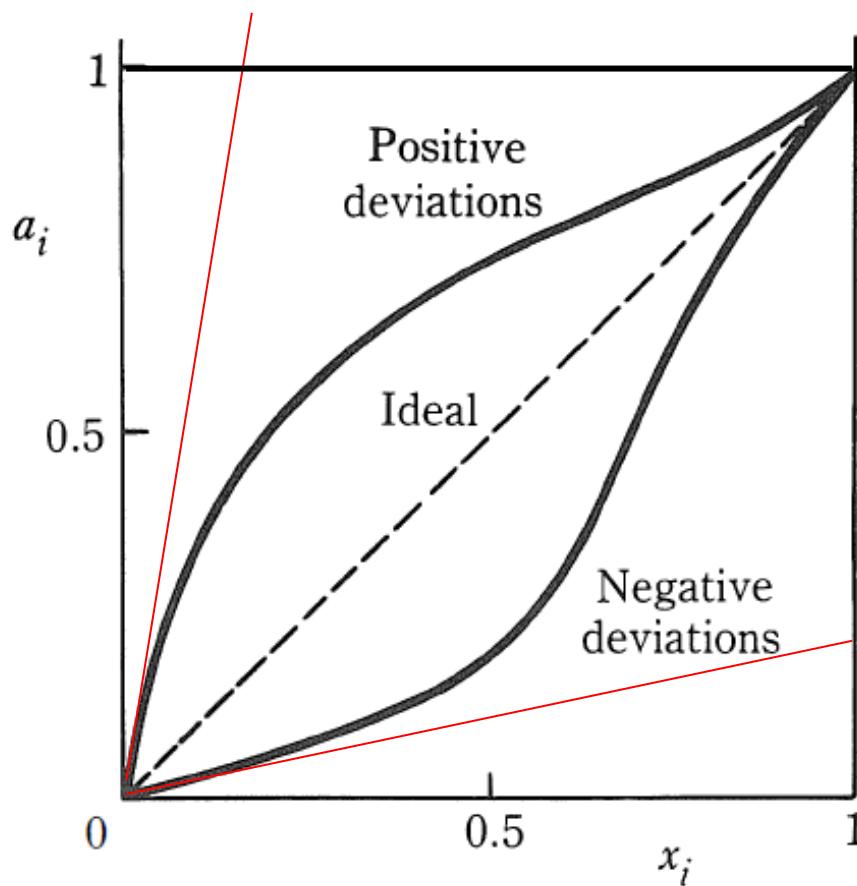
γ_i

**coeficiente raoultiano
de atividade**

1803: Willian Henry, para descrever a solubilidade dos gases em líquidos



TIPOS DE SOLUÇÃO



| SOLUÇÃO/DESVIO | γ_i^o |
|----------------|--------------|
| real/positivo | >1 |
| Ideal | 1 |
| real/negativo | <1 |