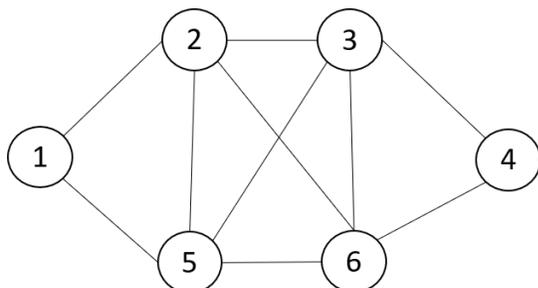


## SCC0216 Modelagem Computacional em Grafos

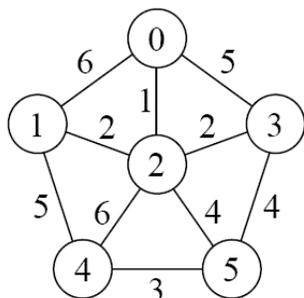
### Lista de Exercícios 3

1. Quais as diferenças entre sub-grafo gerador e árvore geradora? Toda árvore geradora será um sub-grafo gerador?
2. O que são árvores geradoras mínimas? Como elas podem ser encontradas? Exemplifique para os dois grafos a seguir, fazendo as considerações necessárias.

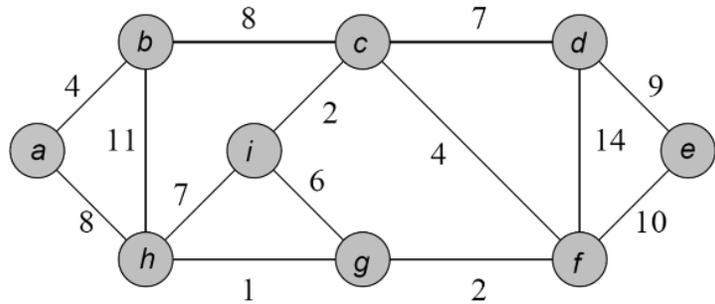
a)



b)

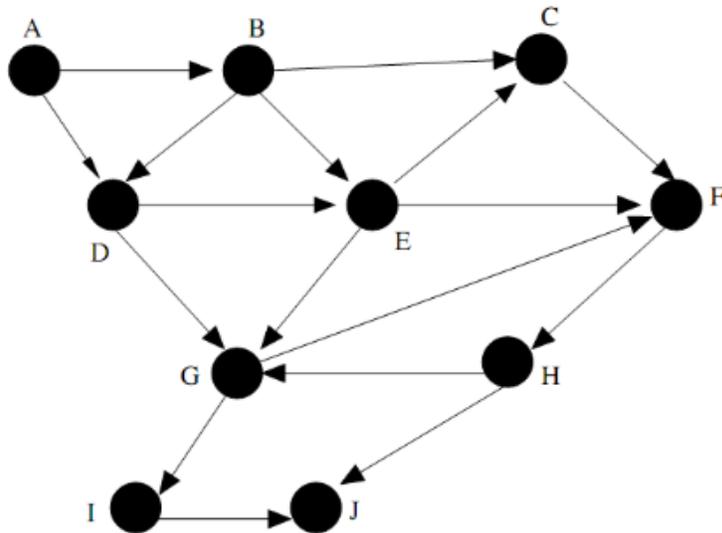


3. Implemente o algoritmo de Prim para encontrar árvores geradoras mínimas da maneira mais eficiente possível. Faça a análise de complexidade de tempo e espaço de seu algoritmo.
4. Simule a execução do algoritmo de Prim no grafo a seguir.

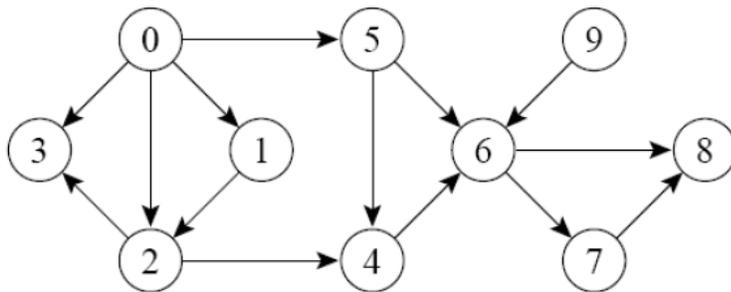


5. Implemente o algoritmo de Kruskal para encontrar árvores geradoras mínimas da maneira mais eficiente possível. Faça a análise de complexidade de tempo e espaço de seu algoritmo.
6. Faça a busca em profundidade e forneça a ordenação topológica dos grafos a seguir.

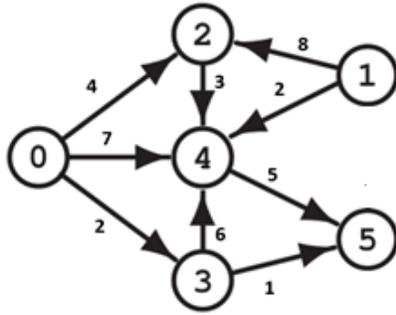
a)



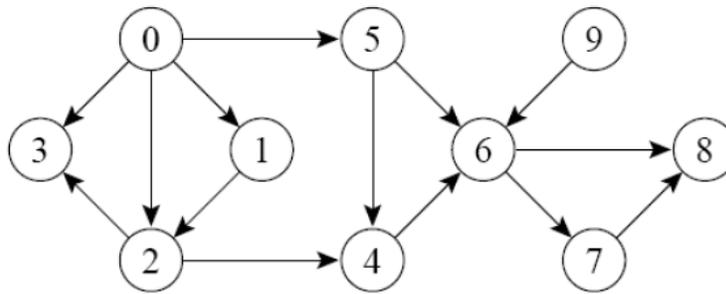
b)



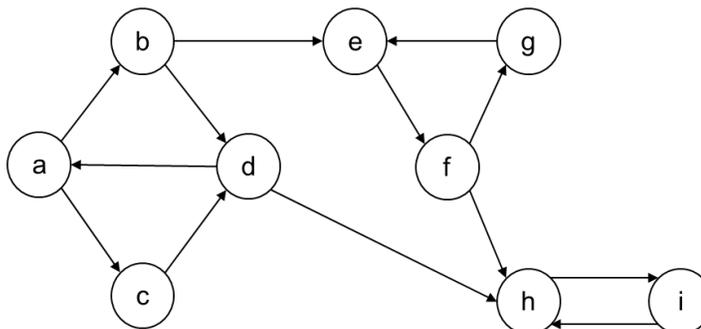
c)



7. Implemente um algoritmo que retorne a ordenação topológica de um grafo. Faça a análise de complexidade do algoritmo, operação por operação.
8. Cite exemplos reais em que ordenação topológica é útil. Responda: o que fazer quando um grafo não tem ordenação topológica? É possível alterá-lo para que tenha? Quais as eventuais vantagens e desvantagens de fazer isso?
9. Encontre as arestas de árvore, de retorno, de cruzamento e de avanço do grafo abaixo. Cite exemplos de aplicações em que saber o tipo da aresta pode ser uma informação útil.

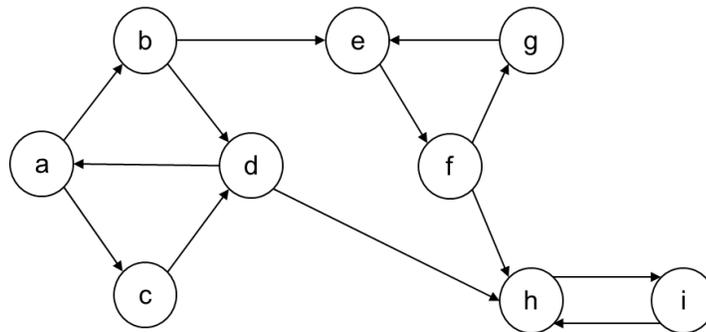


10. Quais são os componentes fortemente conexos no grafo abaixo? Cite exemplos de aplicações em que tal informação é relevante.

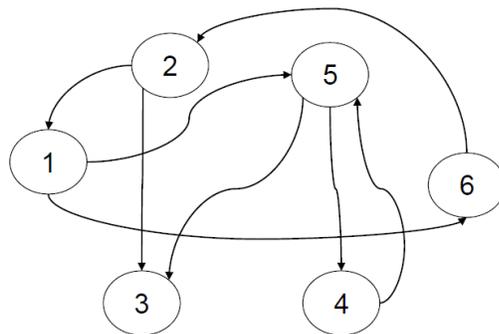


11. Explique como os algoritmos de busca podem ser utilizados para encontrar componentes fortemente conexos. Dê um exemplo.
12. O que faz o algoritmo de Kosaraju, que é bastante difundido na área? Como implementá-lo?
13. Responda: o que é um clique em um grafo? Qual sua relação com o conceito de componente conexo?
14. Proponha um algoritmo para encontrar cliques em um grafo.
15. Implemente o algoritmo de Tarjan. Explique qual a lógica de seu funcionamento e teste-o utilizando como entrada um dos grafos apresentados nos exercícios anteriores. Faça a análise de complexidade do algoritmo.
16. Aplique o algoritmo de Tarjan para encontrar os componentes fortemente conectados nos grafos a seguir, mostrando o seu passo a passo.

a)



b)

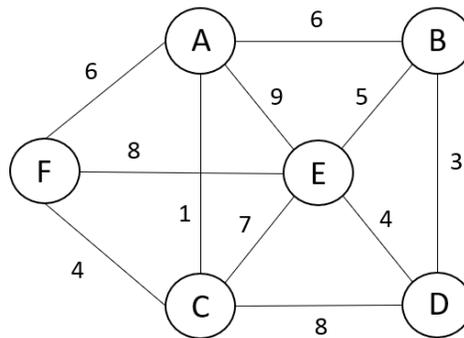


17. Como encontrar um possível caminho mínimo quando o grafo é não valorado? O que acontece quando usamos o algoritmo de Dijkstra em um grafo não valorado?

18. Cite exemplos de aplicações do conceito de caminho mínimo. Responda: todo caminho mínimo é uma árvore geradora?

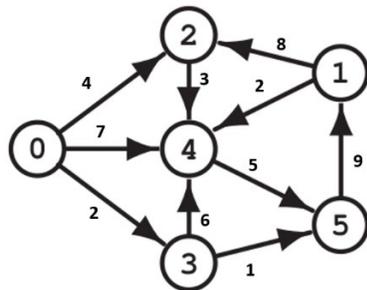
19. Como definir o termo “caminho mínimo” em um grafo que contem ciclo de peso negativo? Além disso, responda: o que ocorre em um grafo que tem um ciclo negativo com um peso hipotético  $-X$  e também um ciclo positivo com o valor exato  $X$ ? Isso interfere no caminho mínimo? Esses ciclos se anulam?

20. Considerando o grafo a seguir, indique qual o caminho mínimo para todos os outros vértices a partir do vértice E.

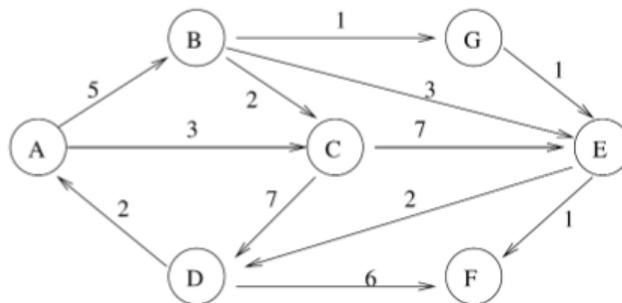


21. Aplique o algoritmo de Dijkstra nos grafos abaixo e encontre os caminhos mínimos a partir de vértices de sua escolha.

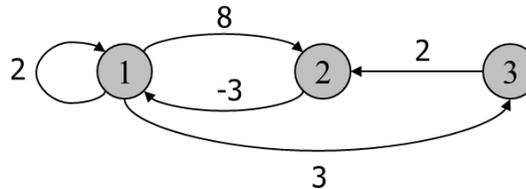
a)



b)



22. Implemente o algoritmo de Dijkstra utilizando uma fila de prioridades. Faça a análise de complexidade de seu algoritmo, explicando as vantagens que usar uma fila de prioridades traz.
23. Implemente o algoritmo de Bellman-Ford e faça sua análise de complexidade de tempo e espaço. Responda: em que situações é mais indicado usar o algoritmo de Dijkstra e o de Bellman-Ford?
24. O que é programação dinâmica e quais suas características que são utilizadas pelo algoritmo de Floyd-Warshall? Por que ela se mostra vantajosa?
25. O que acontece no algoritmo de Floyd-Warshall se um grafo tiver ciclo de peso negativo? Como o algoritmo pode ser adaptado para detectar esse tipo de ciclo?
26. Implemente o algoritmo de Floyd-Warshall e acrescente o cálculo dos antecessores no processo. Como esse cálculo se difere dos demais casos de algoritmos de caminho mínimo estudados?
27. Execute os algoritmos de Bellman-Ford e de Floyd-Warshall no grafo abaixo, mostrando passo a passo sua execução.



28. Como grafos podem ser utilizados para resolver o desafio de sudoku? Dados seus conhecimentos agora avançados de grafos, implemente duas funções para resolver o desafio (a partir de uma grade de sudoku parcialmente preenchida): uma função de força bruta e uma mais inteligente. Faça simulações com diferentes tamanhos e configurações de sudoku, contabilizando e tabelando tempos de execução e fazendo análise dos resultados obtidos.
29. Dados seus conhecimentos agora avançados de grafos, proponha uma boa estratégia para representar como grafo e implementar o funcionamento do jogo polícia e ladrão, em que um policial deve percorrer um mapa até pegar o ladrão. A cada turno, o policial anda uma posição no mapa e o ladrão pode ou não andar uma posição. Considere que há (i) paredes no caminho que impedem a passagem por alguns lugares do mapa e (ii) armadilhas em algumas posições que, se acionadas pelo policial ao passar por elas, dá ao ladrão a possibilidade de andar até 3 posições em sua vez de jogar.

30. Como representar um jogo de xadrez como um grafo? Faz sentido? Se sim, como isso pode ser usado para propor um “jogador automático de xadrez”?

31. Considere a grade curricular de seu curso disponível no sistema da sua universidade. Inicialmente, modele as disciplinas de sua grade como um grafo. Seus desafios são:

- faça a ordenação topológica da grade e proponha maneiras de melhorá-la, distribuindo melhor seu conteúdo nos períodos do curso;
- faça uma função que, dada uma disciplina informada pelo usuário, retorne as disciplinas de maior afinidade (em termos de ementa);
- faça uma função que, dados dois grafos de grades de cursos diferentes, calcule a sobreposição de conteúdo entre os cursos, destacando as maiores similaridades e diferenças entre eles.

Você pode precisar usar *web crawlers* e medidas de similaridade lexical para atender as demandas apresentadas.

32. Formalmente, o Google é dito ser um sistema de recuperação de informação. O que isso quer dizer? Como os conceitos de grafos podem ajudar nessa tarefa? O que é o PageRank?