

Lista V - TERMODINÂMICA

1. Para cada uma das relações fundamentais abaixo, mostre que S é extensiva. Determine as três equações de estado para cada caso e ache a energia interna ($U(S, V, N)$).

a) $S = A(UVN)^{\frac{1}{3}}$

b) $S = a(U^2V^3N)^{\frac{1}{6}}$

c) $S = Nc \ln \frac{U}{N} + NR \ln \frac{V}{N} + Na$

2. Para cada uma das relações fundamentais abaixo, mostre que U é extensiva. Determine as três equações de estado para cada caso e ache a entropia ($S(U, V, N)$).

a) $U = a \frac{S^3}{VN}$

b) $U = A \frac{S^3}{V^{3/2}N^{1/2}}$

c) $U = B \frac{S^2}{V}$

3. A partir da energia interna $U = a \frac{S^3}{VN}$, determine $H(S, p, N)$, $F(V, T, N)$, $G(T, N, p)$ e $\Phi(T, V, \mu)$.

4. A partir da equação de van der Waals

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2},$$

e sabendo-se que a capacidade térmica molar $c_v = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_v$ é constante para um fluido de van der Waals ($c_v = c$), obtenha a relação fundamental do fluido de van der Waals na representação de energia livre de Helmholtz. Mostre que $u = cT - a/v$.

5. A partir da relação fundamental de um fluido de van der Waals na representação de entropia

$$s = c \ln \left(u + \frac{a}{b} \right) + R \ln(v-b) + s_o$$

obtenha a relação fundamental na representação de energia. Obtenha também a relação fundamental na representação de energia livre de Helmholtz, através de uma transformação

de Legendre.

6. Determine a variação da entropia de um corpo quando é colocado em contacto térmico com um reservatório térmico à temperatura T_0 . Suponha que inicialmente o corpo esteja à Temperatura T_1 e que a capacidades térmica isocórica C_V do corpo seja constante. Mostre que a variação da entropia do universo é maior que zero.

7. Dois corpos idênticos possuem temperaturas T_1 e T_2 . Eles são colocados em contacto térmico e atingem o estado de equilíbrio. Determine a temperatura de equilíbrio e a variação total de entropia ΔS_{Total} . Mostre explicitamente que $\Delta S_{Total} > 0$. Ache em seguida o máximo trabalho que se pode extrair desses corpos e determine, nesse caso qual a temperatura final de equilíbrio. Qual das duas temperaturas de equilíbrio é maior? Suponha que as capacidades térmicas isocóricas dos corpos sejam constantes.

8. Use o principio de mínima energia para mostrar que

$$U_{11}(\Delta S)^2 + 2U_{12}(\Delta S)(\Delta V) + U_{22}(\Delta V)^2 \geq 0.$$

A partir dessa desigualdade, demonstrar que

$$U_{11} \geq 0, \quad U_{22} \geq 0, \quad U_{11}U_{22} - U_{12}^2 \geq 0.$$

9. Use o principio de máxima entropia para mostrar que

$$S_{11}(\Delta U)^2 + 2S_{12}(\Delta U)(\Delta V) + S_{22}(\Delta V)^2 \leq 0$$

A partir dessa desigualdade, demonstrar que

$$S_{11} \leq 0, \quad S_{22} \leq 0, \quad S_{11}S_{22} - S_{12}^2 \geq 0.$$

10. Mostre que as funções x^2 , $-\ln x$ e e^x são convexas. Determine suas transformadas de Legendre e mostre que elas são côncavas.

11. Mostre que as funções

$$f(x) = \begin{cases} (|x| - 1)^2 & |x| \geq 1 \\ 0 & |x| < 1 \end{cases},$$

$$f(x) = \begin{cases} e^{|x|-1} - |x| & |x| \geq 1 \\ 0 & |x| < 1 \end{cases}$$

são convexas. Determine suas transformadas de Legendre $g(p)$ e mostre que elas são côncavas.