

Lista de Exercícios 4  
 Professor: Fábio Barbieri  
 Professor auxiliar: Marcos Vinicius D'Emilio

**Exercício 1** (Varian 1.5) Qual é o retorno de escala e a elasticidade de escala da tecnologia CES,  $f(x_1, x_2) = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$ ?

**Exercício 2** (JeR 3.11) Encontre  $\sigma$  (elasticidade de substituição) para a função de produção Cobb-Douglas  $y = Ax_1^\alpha x_2^\beta$ , onde  $A > 0$ ,  $\alpha > 0$  e  $\beta > 0$ .

**Exercício 3** (Varian 1.8) Seja  $f(x_1, x_2)$  uma função homotética. Mostre que sua taxa de substituição tecnológica em  $(x_1, x_2)$  é igual a sua taxa de substituição em  $(tx_1, tx_2)$ . (Definição função homotética pág. 18: “Uma função homotética é uma transformação monotônica de uma função homogênea de grau 1. Em outras palavras,  $f(x)$  é homotética se e somente se pode ser escrita como  $f(x) = g(h(x))$  onde  $h(\cdot)$  é homogênea de grau 1 e  $g(\cdot)$  é uma função monotônica”.)

**Exercício 4** Demonstre que a função de custo  $c(w, y)$  é homogênea de grau 1 em  $w \in \mathbb{R}_{++}^{L-1}$ .

**Exercício 5** (Varian 4.7) A seguinte tabela mostra duas observações da demanda pelos fatores  $x_1, x_2$ , preços dos fatores  $w_1, w_2$ , e produto,  $y$ , para uma firma. O comportamento descrito na tabela é consistente com o comportamento de minimização de custos?

Obs	$y$	$w_1$	$w_2$	$x_1$	$x_2$
A	100	2	1	10	20
B	110	1	2	14	10

Tabela 1: Produto e Demanda e preços dos fatores

**Exercício 6** (Varian 4.8) Uma firma tem uma função de produção  $y = x_1 x_2$ . O custo mínimo de produção em  $w_1 = w_2 = 1$  é igual a 4. Determine  $y$ .

**Exercício 7** (Varian 5.16) Para cada função custo, determine se é homogênea de grau um, monotônica, concava, e/ou contínua. Se for, derive a função de produção associada.

1.  $c(w, y) = y^{1/2}(w_1 w_2)^{3/4}$
2.  $c(w, y) = y[w_1 + (w_1 w_2)^{1/2} + w_2]$

**Exercício 8** (JeR 3.36) Derive a função de custos para dois insumos, retornos constantes, tecnologia Cobb-Douglas. Mostre que o custo médio de longo prazo e o custo marginal de longo prazo são iguais e constantes. Fixe um insumo e derive a função de custos de curto prazo. Mostre que para todo nível de insumo fixo, custo médio de curto prazo e custo médio de longo prazo são iguais no nível mínimo de custo médio de curto prazo. Ilustre seus resultados em um plano custo-produto (apenas para o último item).

**Exercício 9** (S. Wang - 1.3) Use a função de Lagrange para resolver a função de custos  $c(w_1, w_2, y)$  para o seguinte problema:

$$c(w_1, w_2, y) \equiv \min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2$$

$$\text{s.t. } x_1^\rho + x_2^\rho = y^\rho$$

**Exercício 10** (S. Wang - 1.6) No curto prazo, suponha que  $x_2$  é fixo:  $x_2 = k$ . Encontre, o custo médio de curto prazo, o custo variável médio de curto prazo, o custo fixo médio de curto prazo, o custo marginal de curto prazo, para o seguinte problema:

$$c(w_1, w_2, y) \equiv \min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2$$
$$\text{s.t. } y = x_1^a + x_2^{(1-a)}.$$

Referências.

JEHLE, G. A.; RENY, P. J. Advanced microeconomic theory. 2. ed. New York: Addison-Wesley, 2001.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M. D.; GREEN, J. R. Microeconomic theory. New York: Oxford University Press, 1995.

WANG, SUSHENG et al. Microeconomic theory. 4. edition. Springer Singapore, 2018.