

# Aula 9

## 7600013 Laboratório de Física I

### Prática 5: Colisões unidimensionais

Lino Misoguti

• [misoguti@ifsc.usp.br](mailto:misoguti@ifsc.usp.br)

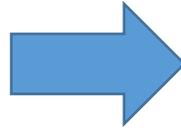
• 13/06/2023

## Experimentos

Trilho de ar sem atrito:

Colisão elástica

Colisão inelástica ou plástica



## Conceitos Fundamentais

Momento linear ou quantidade de movimento:

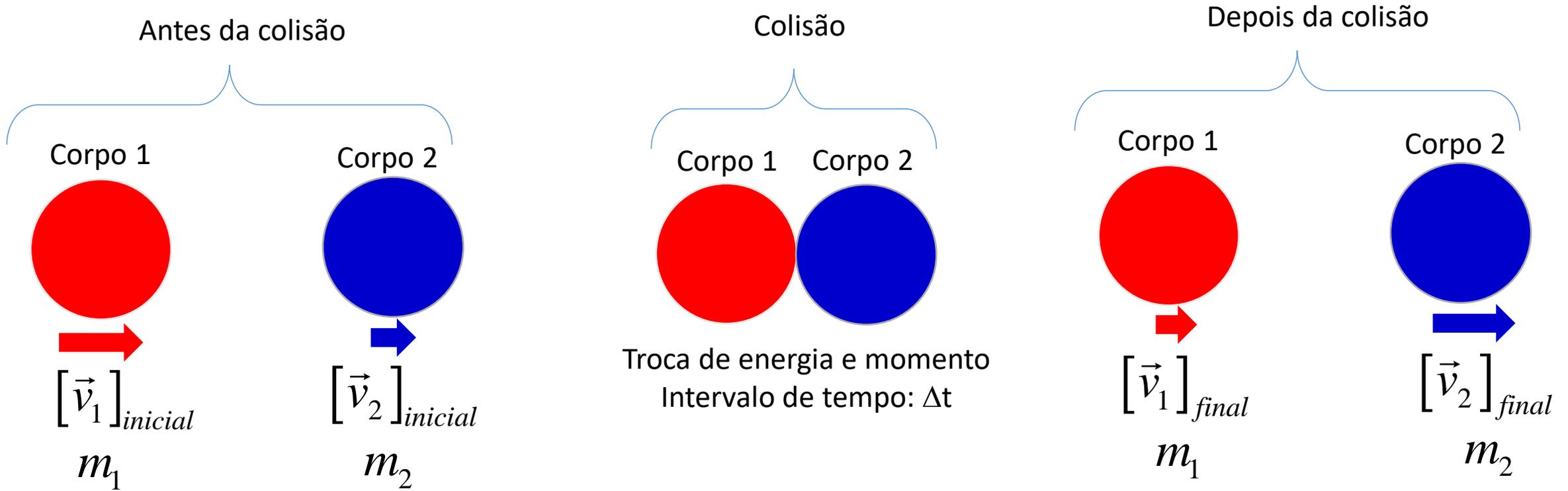
Colisão elástica: Conservação de energia e momento

Colisão inelástica/parcialmente inelástica: Somente conservação de momento

Impulso

Referencial

# Colisão de dois corpos na ausência de forças externas



Tipos de colisão:  
Elástica/Parcialmente elástica/Totalmente inelástica

## Colisões na ausência de forças externas

$$\boxed{\sum_i \vec{F}_i = 0} \quad \longrightarrow \quad \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad \vec{p} = m\vec{v}$$

Há sempre a conservação de momento:  $\longrightarrow \sum_i \vec{p}_i = \text{constante}$

Com relação à conservação de energia, depende do tipo de colisão: Elástica/Parcialmente elástica/Perfeitamente plástica

No caso de conservação de energia (colisões perfeitamente elásticas):  $\sum_i E_i = \text{constante}$

Energia potencial armazenada numa mola

$$\boxed{E = \frac{kx^2}{2}}$$

Energia cinética

$$\boxed{E = \frac{mv^2}{2}}$$

## Colisão de dois corpos sem forças externas

Antes da colisão

$$\left[ m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \right]_{inicial}$$

$$\left[ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right]_{inicial}$$



Depois da colisão

$$\left[ m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \right]_{final}$$

$$\left[ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right]_{final}$$

Colisão elástica/plástica:

$$\left\{ \left[ m_1 v_1 + m_2 v_2 \right]_{inicial} = \left[ m_1 v_1 + m_2 v_2 \right]_{final} \right.$$

Colisão elástica:

$$\left\{ \left[ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right]_{inicial} = \left[ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right]_{final} \right.$$

Colisão inelástica ou plástica:

$$\left\{ \left[ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right]_{inicial} \neq \left[ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right]_{final} \right.$$

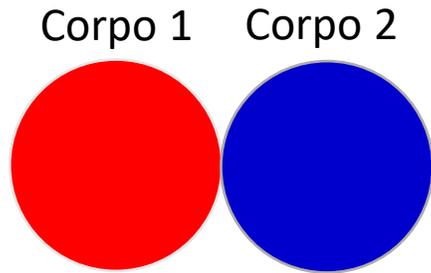
Coeficiente de restituição:

$$e = \frac{v_{Rfinal}}{v_{Rinicial}}$$

$\vec{v}_R = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 =$  velocidade relativa

- $e=1$  (perfeitamente elástica)
- $0 < e < 1$  (parcialmente elástica)
- $e=0$  (perfeitamente plástica)

## Durante a colisão



Troca de energia e momento  
Intervalo de tempo:  $\Delta t = t_f - t_i$



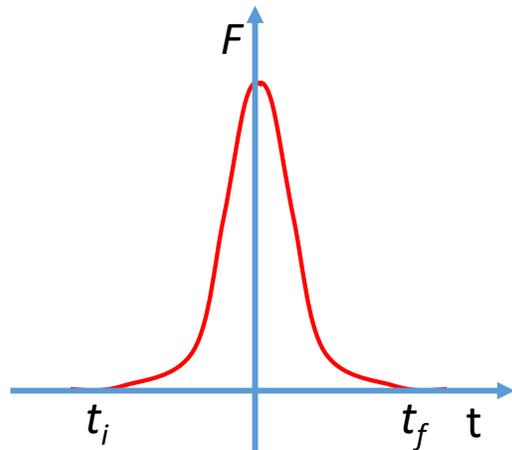
Troca de momento:  $\vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final}$

Impulso é o responsável pela troca de momento:

$$\vec{I}_1 = \Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1final} - \vec{p}_{1inicial}$$

$$\vec{I}_2 = \Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2final} - \vec{p}_{2inicial}$$

$$\vec{I}_1 = -\vec{I}_2$$



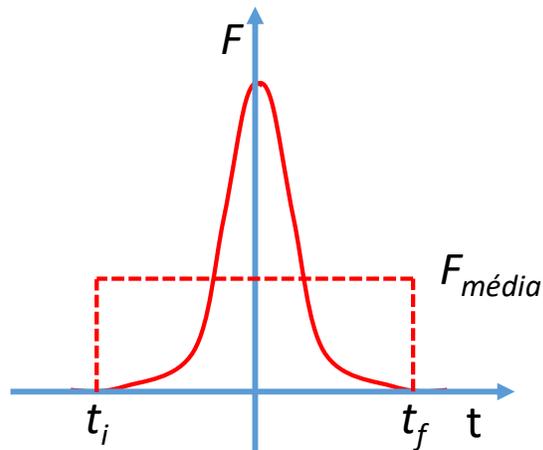
Matematicamente o impulso é a integral da força

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt = \vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \int_{t_i}^{t_f} d\vec{p} = \Delta\vec{p}$$

## Durante a colisão

Matematicamente o impulso é a integral da força

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt = \vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \int_{t_i}^{t_f} d\vec{p} = \Delta\vec{p}$$



Mesmas áreas

No entanto, para simplificar a análise, considera-se uma força média constante durante um intervalo de tempo

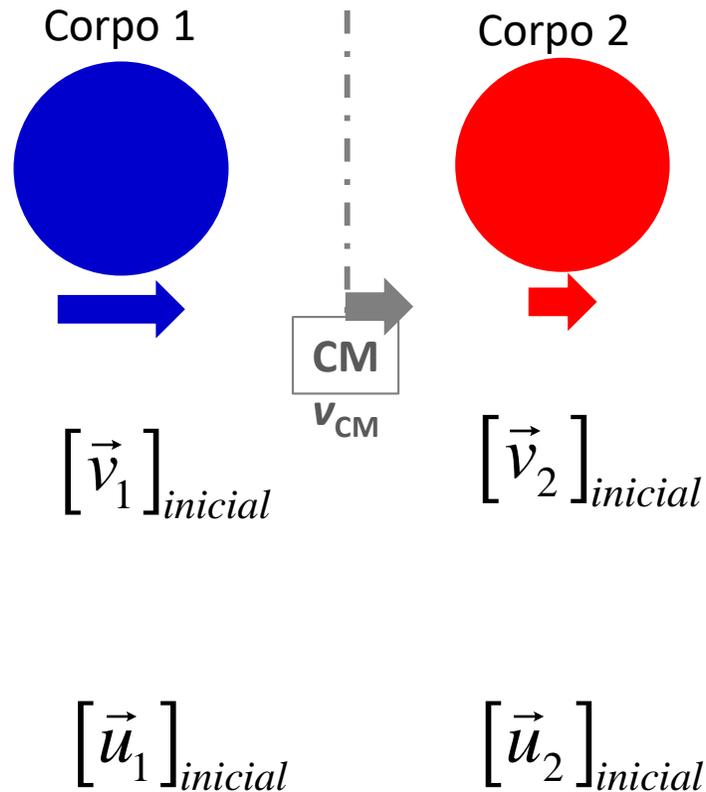
Supondo que haja uma força média:

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \vec{F} \int_{t_i}^{t_f} dt = \vec{F} \Delta t$$

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F} \Delta t}$$

## Velocidades com relação ao centro de massa (CM)

Referencial importante: Sempre se desloca com a mesma velocidade

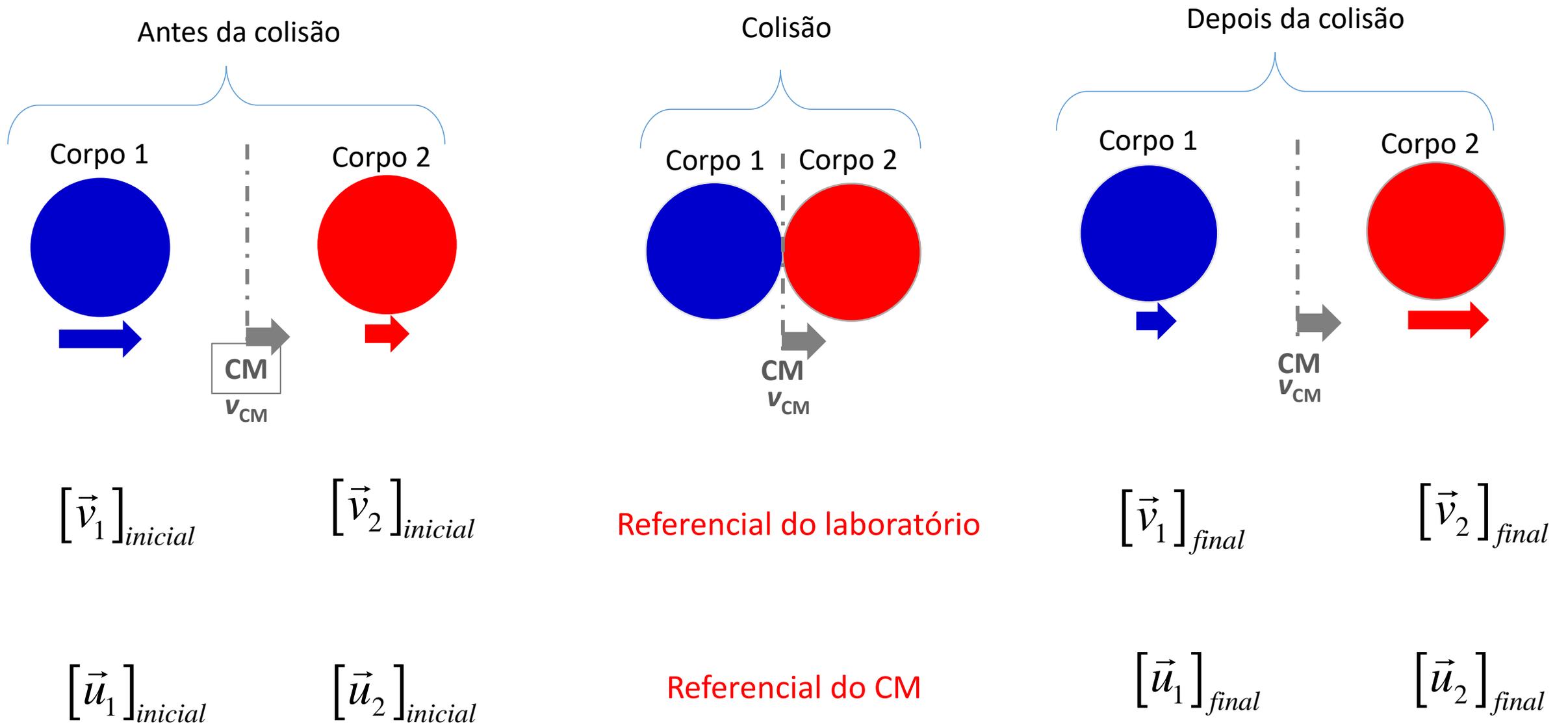


$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_{CM}$$

$$\vec{u}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_{CM}$$

# Velocidades e referenciais



# Experimentos propostos

## Colisão elástica: Referencial laboratório

Antes da colisão

Mola

Carro 2

Carro 1

Trilho de ar: Sem atrito

$v_2=0$

$v_1 \neq 0$



Depois da colisão

Carro 2

Carro 1

Trilho de ar: Sem atrito

$v_2 \neq 0$

$v_1=0$

$(m_1 = m_2)$



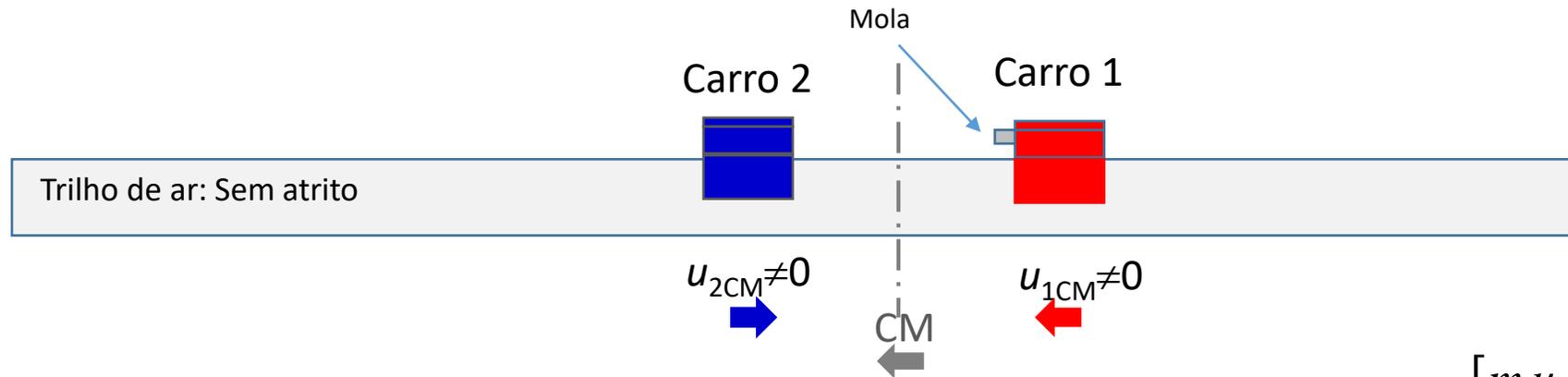
$$\left[ \cancel{m_1 v_1} + \cancel{m_2 v_2} \right]_{inicial} = \left[ \cancel{m_1 v_1} + \cancel{m_2 v_2} \right]_{final}$$

$$\left[ \frac{\cancel{m_1 v_1^2}}{2} + \frac{\cancel{m_2 v_2^2}}{2} \right]_{inicial} = \left[ \frac{\cancel{m_1 v_1^2}}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right]_{final}$$

# Experimentos propostos

## Colisão elástica: Referencial do CM

Antes da colisão

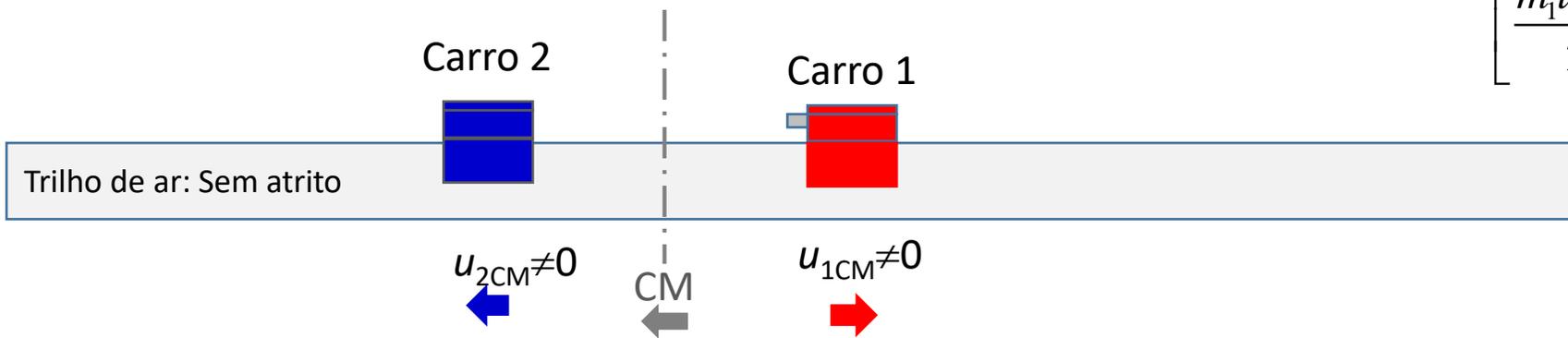


$$v_{CM} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Verificar se:

$$\left[ m_1 u_{1CM} + m_2 u_{2CM} \right]_{inicial} = \left[ m_1 u_{1CM} + m_2 u_{2CM} \right]_{final}$$

Depois da colisão

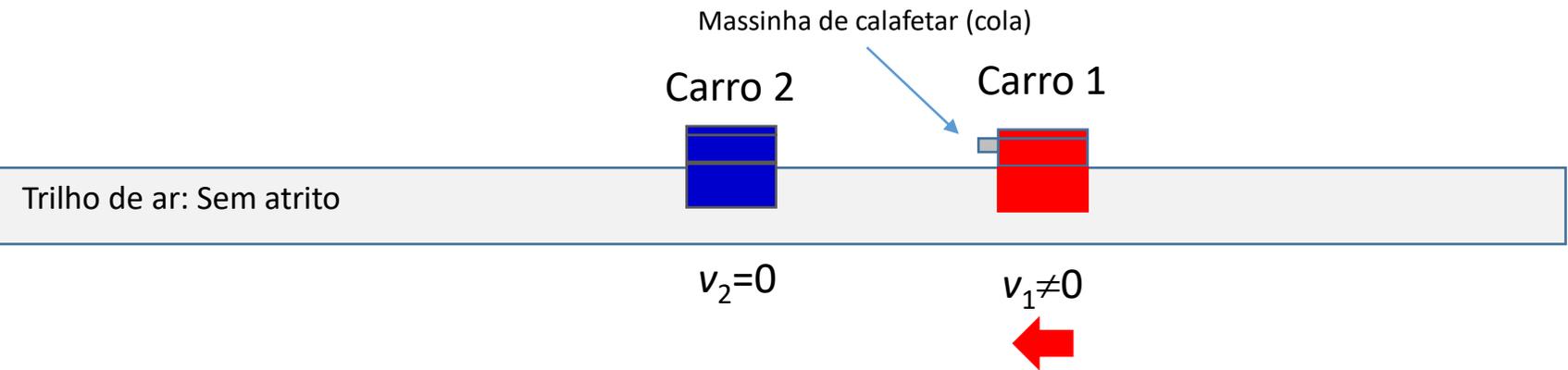


$$\left[ \frac{m_1 u_{1CM}^2}{2} + \frac{m_2 u_{2CM}^2}{2} \right]_{inicial} = \left[ \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_{2CM}^2}{2} \right]_{final}$$

# Experimentos propostos

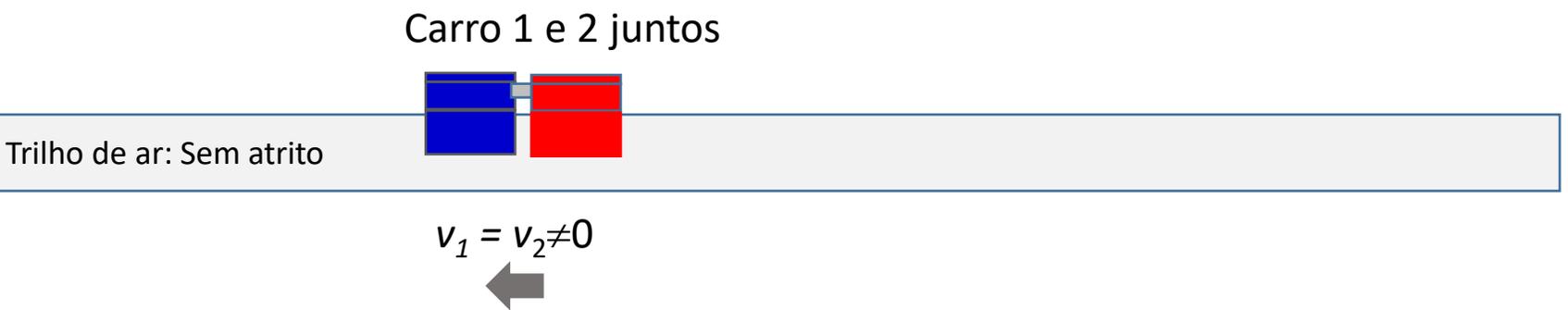
## Colisão inelástica: Referencial do laboratório

Antes da colisão



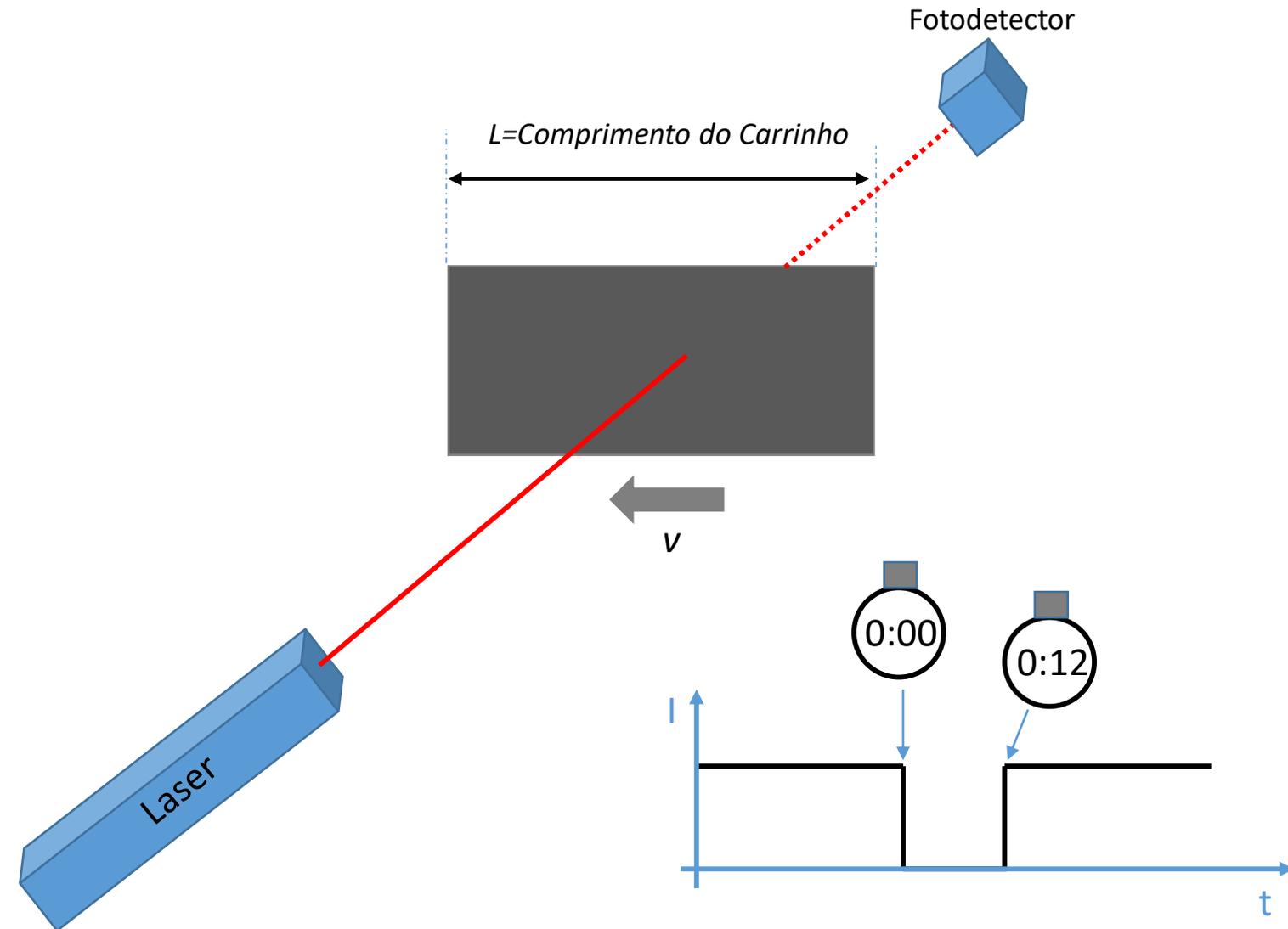
$$[m_1 v_1 + \cancel{m_2 v_2}]_{inicial} = [(m_1 + m_2) v_1]_{final}$$

Depois da colisão



$$\left[ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \cancel{\frac{m_2 v_2^2}{2}} \right]_{inicial} = \left[ \frac{(m_1 + m_2) v_1^2}{2} \right]_{final}$$

## Determinação de $v$



Tempo de obstrução da luz pode ser usado para determinar a velocidade do corpo

$$v = \frac{L}{\Delta t}$$

Obs: Caso dois carrinhos de comprimento  $L$  grudem sem folga, o comprimento final do carrinho será  $2L$

$$v \approx \frac{2L}{\Delta t}$$

# Sumário

Experimento de colisão unidimensional de dois corpos sem força externa:

Colisão elástica

Colisão inelástica ou plástica

Conceitos fundamentais de:

Conservação de momento independentemente da conservação de energia

Conservação de energia na colisão elástica

Impulso

Sistema de referência: Laboratório e CM