

**Avaliação 1 de Astrofísica Moderna - Data de entrega: 15/06/2023 no horário da aula.  
Prof. Aion Viana e Prof. Vitor de Souza**

Nome: \_\_\_\_\_ N° USP: \_\_\_\_\_

**Atenção:**

- I. Não adianta apresentar contas sem uma discussão mínima sobre o problema. Respostas sem justificativas não serão consideradas.
- II. Plágio é uma conduta inaceitável e será tratada com o devido rigor (vide o código de ética da USP em [www.prg.usp.br/wp-content/uploads/CodigoEtica.pdf](http://www.prg.usp.br/wp-content/uploads/CodigoEtica.pdf)).

1. Desenhe um mapa mostrando a posição do Cruzeiro do Sul se você pudesse olhar para ele (dia ou noite) no momento e local em que você nasceu. Devem ficar claros no mapa: a posição do pólo sul celeste em relação ao horizonte, o ângulo entre o braço maior do Cruzeiro e o meridiano local. Anote data, horário e local do nascimento ao lado do mapa. Marque também a direção do meridiano que passa pelo Sol
2. Sobre forças de maré:

(a) Faça um desenho representando a deformação da parte líquida da Terra durante a Lua Cheia, levando em conta as marés provocadas pela Lua e pelo Sol.

(b) Júpiter tem atualmente cerca de 65 luas conhecidas. As quatro maiores delas foram observadas por Galileu, em 1610. A mais próxima de Júpiter, Io, tem aproximadamente o mesmo tamanho e a mesma massa da Lua, e está aproximadamente à mesma distância de Júpiter que a Terra está da Lua. A massa de Jupiter é aproximadamente 300 vezes a massa da Terra, e o raio de Jupiter é aproximadamente 10 vezes o raio da Terra. Lembrando que a força de maré por unidade de massa é dada por:

$$\frac{\Delta F}{m} \simeq 2GMR/r^3,$$

calcule razão entre a força de maré de Júpiter em Io e a força de maré da Terra na Lua;

(c) Inversamente, calcule a razão entre a força de maré de Io em Júpiter e a força de maré da Lua na Terra.

3. Supondo que a Galáxia é um esfera de raio total luminoso  $r_0$ , contendo gás e estrelas com uma densidade constante  $\rho_0$ , calcule:

(a) A massa da Galáxia  $M(r)$  em função da distância radial ao centro  $r$  e da densidade  $\rho_0$ . Qual a sua massa total?

(b) A velocidade de rotação  $v(r)$  de uma estrela em órbita circular localizada a uma distância  $r$  do centro da Galáxia em função de  $r$  e  $\rho_0$ , para  $r < r_0$ .

(c) A velocidade de rotação  $v(r)$  de uma estrela em órbita circular localizada a uma distância  $r$  do centro da Galáxia em função de  $r$  e  $\rho_0$ , para  $r > r_0$ .

(d) Em 1974 a astrônoma Vera Rubin observou dezenas de galáxias e anunciou que a curva de rotação de gases e estrelas de quase todas as galáxias espirais era constante em função da distância radial (mesmo fora do raio luminoso!). Essa foi uma das primeiras evidências da existência de **matéria escura** no Universo. Supondo agora que a densidade de massa da Galáxia possa depender de  $r$ , isto é  $\rho(r) = \rho_0(r/r_0)^\alpha$ , para qual valor de  $\alpha$  a velocidade de rotação  $v(r)$  seria constante? Calcule o valor da massa  $M(r)$  em função da distância radial ao centro  $r$  para essa função de densidade. (*Obs.: a função de densidade encontrada aqui é chamado de Perfil de Densidade da Esfera Isotérmica*)

4. Este exercício diz respeito a observações de eclipses dos satélites de Júpiter (luas) e como eles podem ser usados para determinar a velocidade da luz. Em 1610, Galileu descobriu os quatro maiores satélites de Júpiter: Io, Europa, Ganimedes e Calisto. As órbitas desses satélites têm excentricidades muito pequenas (são quase circulares) e estão próximas ao plano equatorial de Júpiter. O equador de Júpiter e sua órbita não são muito inclinados em relação ao plano da eclíptica. A partir das medições dos momentos de eclipse de Io por Júpiter, o astrônomo dinamarquês Ole Roemer conseguiu provar pela primeira vez que a velocidade da luz é finita. Esta prova foi publicada em 1676 no *Journal des Sçavans*. A seguir faremos alguns exercícios relacionados ao movimento de Io ao redor de Júpiter e que nos colocarão em uma posição semelhante à de Roemer no século XVII e nos permitirão estimar a velocidade da luz.

A seguir, assumiremos que todos os movimentos ocorrem no mesmo plano (o da eclíptica), todas as órbitas são circulares e que Júpiter não se move (em primeira aproximação).

### I) Fenômenologia de Io

Examine a figura abaixo. A Terra está entre uma conjunção e uma oposição. O raio da órbita de Io é igual a seis vezes o raio de Júpiter. O ângulo  $SJE = a$  é sempre menor que  $11^\circ$ .

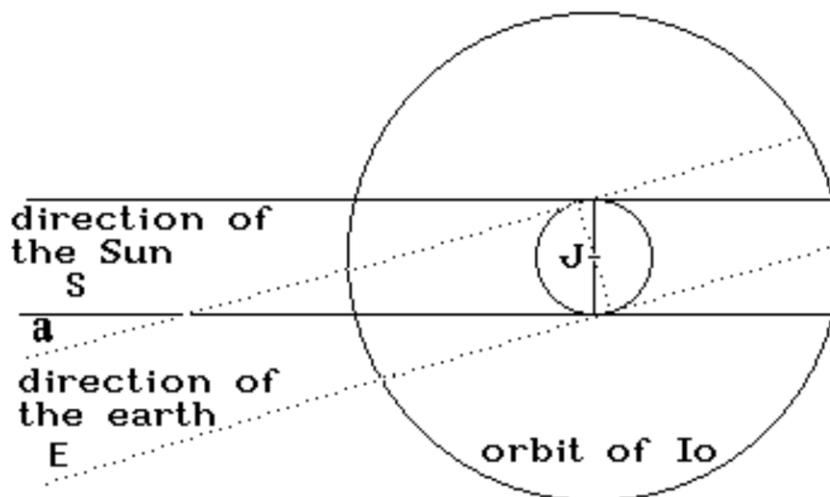
a) Na figura abaixo, indique o início e o fim dos quatro fenômenos a seguir:

**Eclipse:** o satélite entra na sombra de Júpiter.

**Ocultação:** o satélite, visto da Terra, vai para trás de Júpiter.

**Sombra:** a sombra do satélite é vista no planeta.

**Passagem:** o satélite, visto da Terra, passa na frente do planeta.



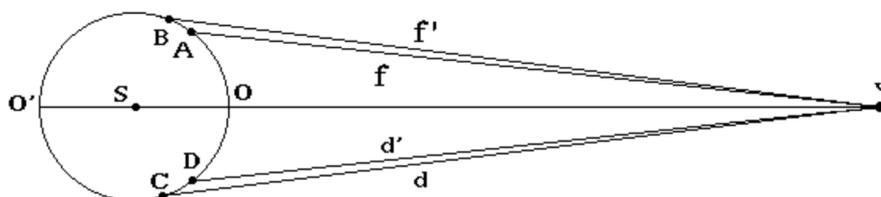
b) Explique por que, nesta configuração, apenas o início dos eclipses pode ser observado da Terra.

c) O que acontece quando a Terra está perto de uma conjunção?

d) Desenhe outra figura que mostre o que acontece quando a Terra está entre uma oposição e uma conjunção. Explique por que, então, apenas o fim dos eclipses pode ser observado da Terra.

### II) Efeito da velocidade da luz nos eclipses de Io

Considere a figura abaixo que mostra a órbita da Terra em torno do Sol (no Plano Elíptico):



Onde S: Sol; J: Júpiter. Os pares (A,B) e (C,D) são pontos em onde se observa eclipses consecutivos de Io. Além disso,  $AJ = f$ ;  $BJ = f'$ ;  $CJ = d$ ;  $DJ = d'$ , e  $T = 1.769$  dia = 1d 18h 28min é o período da revolução de Io em torno de Júpiter.

Caso a velocidade da luz fosse instantânea, a diferença de tempo entre dois eclipses consecutivos de Io vistos da Terra seria igual a T. Agora, considerando que a velocidade da luz é finita, de valor igual a c, calcule

(a) a diferença de tempo  $\Delta t$  entre os finais de dois eclipses consecutivos quando a Terra está entre uma oposição e uma conjunção? Ela é maior ou menor do que T?

(b) a diferença de tempo  $\Delta t'$  entre os inícios de dois eclipses consecutivos quando a Terra está entre uma conjunção e uma oposição? Ela é maior ou menor do que T?

### III) Cálculos com dados das Efemérides

Em anexo, você encontrará quatro tabelas com os tempos reais dos eclipses de Io vistos entre Dez-1994 e Dez-1996. Usaremos esses valores para os cálculos explicados a seguir.

Primeiro, escolhamos a data de uma oposição de Júpiter (usaremos, por exemplo, a oposição em 4 de julho de 1996). Em seguida, observamos as datas e horas do:

- início dos eclipses (antes da oposição) número  $X$  (o último antes da oposição), assim como os números  $X - 20$ ;  $X - 40$ ;  $X - 60$ .
- fim dos eclipses (após oposição): números 0; 20; 40; 60.

Em seguida, encontre a duração total (em dias, horas e minutos) de 40 períodos observados. Antes da oposição:

- de  $X - 40$  a  $X$ ; seja  $D'$  esta duração
- de  $X - 60$  a  $X - 20$ ; seja  $D$  esta duração

Depois da oposição:

- de 0 a 40; seja  $F$  esta duração
- de 20 a 60; seja  $F'$  esta duração

(b) Explique porque  $F > D$  e  $F' > D'$ .

(c) Explique porque  $F' - D' > F - D$ .

(d) Qual é a velocidade aproximada da luz, expressa em km/s? Comente de onde você acha que possivelmente vem o erro em relação ao valor real de  $c$  e como ele poderia ser diminuído.

---

#### Constantes:

- Velocidade da luz =  $c = 3 \times 10^8$  m/s
  - 1 parsec = 3.26 anos-luz.
  - 1 unidade astronômica (UA) = 149600000 km
  - Raio de Júpiter = 69911 km
  - Distância entre a Terra e Júpiter em oposição = 4.2 UA
-

**Io: Início do Eclipse entre a conjunção em 17 de novembro de 1994 (20h00) e a oposição em 1º de junho de 1995 (11h00).**

00	14/12/94	08h37	32	08/02/95	23h44	65	08/04/95	09h16
01	16/12/94	03h06	33	10/02/95	18h12	66	10/04/95	03h44
02	17/12/94	21h34	34	12/02/95	12h41	67	11/04/95	22h12
03	19/12/94	16h03	35	14/02/95	07h09	68	13/04/95	16h41
04	21/12/94	10h31	36	16/02/95	01h37	69	15/04/95	11h09
05	23/12/94	04h59	37	17/02/95	20h05	70	17/04/95	05h37
06	24/12/94	23h28	38	19/02/95	14h34	71	19/04/95	00h05
07	26/12/94	17h56	39	21/02/95	09h02	72	20/04/95	18h34
08	28/12/94	12h25	40	23/02/95	03h30	73	22/04/95	13h02
09	30/12/94	06h53	41	24/02/95	21h58	74	24/04/96	07h30
10	01/01/95	01h21	42	26/02/95	16h27	75	26/04/95	01h59
11	02/01/95	19h50	43	28/02/95	10h55	76	27/04/95	20h27
12	04/01/95	14h18	44	02/03/95	05h23	77	29/04/95	14h55
13	06/01/95	08h46	45	03/03/95	23h51	78	01/05/95	09h23
14	08/01/95	03h15	46	05/03/95	18h19	79	03/05/95	03h52
15	09/01/95	21h43	47	07/03/95	12h48	80	04/05/95	22h20
16	11/01/95	16h11	48	09/03/95	07h16	81	06/05/95	16h48
17	13/01/95	10h40	49	11/03/95	01h44	82	08/05/95	11h17
18	15/01/95	05h08	50	12/03/95	20h12	83	10/05/95	05h45
19	16/01/95	23h36	51	14/03/95	14h41	84	12/05/95	00h14
20	18/01/96	18h05	52	16/03/95	09h09	85	13/05/95	18h42
21	20/01/95	12h33	53	18/03/95	03h37	86	15/05/95	13h10
22	22/01/95	07h01	54	19/03/95	22h05	87	17/05/95	07h39
23	24/01/95	01h30	55	21/03/95	16h33	88	19/05/95	02h07
24	25/01/95	19h56	56	23/03/95	11h02	89	19/05/95	20h36
25	27/01/95	14h26	57	25/03/95	05h30	90	22/05/95	15h04
26	29/01/95	08h55	58	26/03/95	23h58	91	24/05/95	09h32
27	31/01/95	03h23	59	28/03/95	18h26	92	26/05/95	04h01
28	01/02/95	21h51	60	30/03/95	12h55	93	27/05/95	22h29
29	03/02/95	16h19	61	01/04/95	07h23	94	29/05/95	16h58
30	05/02/95	10h48	62	03/04/95	01h51	95	31/05/95	11h26
31	07/02/95	05h16	63	04/04/95	20h19			
			64	06/04/95	14h48			

**Io: Fim do Eclipse entre a oposição em 1 de junho de 1995 (11:00) e a conjunção em 18 de dezembro de 1995 (22:00).**

00	02/06/95	08h06	22	11/07/95	06h35	45	20/08/95	23h26
01	04/06/95	02h34	23	13/07/95	01h03	46	22/08/95	18h05
02	05/06/95	21h03	24	14/07/95	19h32	47	24/08/95	12h34
03	07/06/95	15h31	25	16/07/95	14h01	48	26/08/95	07h03
04	09/06/95	10h00	26	18/07/95	08h30	49	28/08/95	01h32
05	11/06/95	04h28	27	20/07/95	02h58	50	29/08/95	20h00
06	12/06/95	22h57	28	21/07/95	21h27	51	31/08/95	14h29
07	14/06/95	17h25	29	23/07/95	15h56	52	02/09/95	08h58
08	16/06/95	11h54	30	25/07/95	10h24	53	04/09/95	03h27
09	18/06/95	06h22	31	27/07/95	04h53	54	05/09/95	21h56
10	20/06/95	00h51	32	28/07/95	23h22	55	07/09/95	16h25
11	21/06/95	19h20	33	30/07/95	17h51	56	09/09/95	10h54
12	23/06/95	13h48	34	01/08/95	12h20	57	11/09/95	05h22
13	25/06/95	08h17	35	03/08/95	06h48	58	12/09/95	23h51
14	27/06/95	02h45	36	05/08/95	01h17	59	14/09/95	18h20
15	28/06/95	21h14	37	06/08/95	09h56	60	16/09/95	12h49
16	30/06/95	15h43	38	08/08/95	14h15	61	18/09/95	07h18
17	02/07/95	10h11	39	10/08/95	08h44	62	20/09/95	01h47
18	04/07/95	04h40	40	12/08/95	03h12	63	21/09/95	20h15
19	05/07/95	23h09	41	13/08/95	21h41	64	23/09/95	14h44
20	07/07/95	17h37	42	15/08/95	16h10	65	25/09/95	09h13
21	09/07/95	12h06	43	17/08/95	10h39	66	27/09/95	03h42
			44	19/08/95	05h08	67	28/09/95	22h11

68	30/09/95	16h40	79	20/10/95	03h57	90	08/11/95	15h13
69	02/10/95	11h09	80	21/10/95	22h26	91	10/11/95	09h42
70	04/10/95	05h37	81	23/10/95	16h54	92	12/11/95	04h11
71	06/10/95	00h06	82	25/10/95	11h23	93	13/11/95	22h40
72	07/10/95	18h35	83	27/10/95	05h52	94	15/11/95	17h09
73	09/10/95	13h04	84	29/10/95	00h21	95	17/11/95	11h37
74	11/10/95	07h33	85	30/10/95	18h50	96	19/11/95	06h06
75	13/10/95	02h01	86	01/11/95	13h18	97	21/11/95	00h35
76	14/10/95	20h30	87	03/11/95	07h47	98	22/11/95	19h04
77	16/10/95	14h59	88	05/11/95	02h16			
78	18/10/95	09h28	89	06/11/95	20h45			

**Io: Início do Eclipse entre a conjunção em 18 de dezembro de 1995 (22h00) e a oposição em 4 de julho de 1996 (12h00).**

00	14/01/96	19h09	32	11/03/96	10h19	65	08/05/96	19h53
01	16/01/96	13h38	33	13/03/96	04h47	66	10/05/96	14h21
02	18/01/96	08h06	34	14/03/96	23h15	67	12/05/96	08h50
03	20/01/96	02h35	35	16/03/96	17h44	68	14/05/96	03h18
04	21/01/96	21h03	36	18/03/96	12h12	69	15/05/96	21h46
05	23/01/96	21h03	37	20/03/96	06h40	70	17/05/96	16h15
06	25/01/96	10h00	38	22/03/96	01h29	71	19/05/96	10h43
07	27/01/96	04h29	39	23/03/96	19h37	72	21/05/96	05h11
08	28/01/96	22h57	40	25/03/96	14h05	73	22/05/96	23h40
09	30/01/96	17h25	41	27/03/96	08h34	74	24/05/96	18h08
10	01/02/96	11h54	42	29/03/96	03h02	75	26/05/96	12h36
11	03/02/96	06h22	43	30/03/96	21h30	76	28/05/96	07h05
12	05/02/96	00h51	44	01/04/96	15h59	77	30/05/96	01h33
13	06/02/96	19h19	45	03/04/96	10h27	78	31/05/96	20h01
14	08/02/96	13h48	46	05/04/96	04h55	79	02/06/96	14h30
15	10/02/96	08h16	47	06/04/96	23h24	80	04/06/96	08h58
16	12/02/96	02h45	48	08/04/96	17h52	81	06/06/96	03h26
17	13/02/96	21h13	49	10/04/96	12h20	82	07/06/96	21h55
18	15/02/96	15h41	50	12/04/96	06h48	83	09/06/96	16h23
19	17/02/96	10h10	51	14/04/96	01h17	84	11/06/96	10h52
20	19/02/96	04h38	52	15/04/96	19h45	85	13/06/96	05h20
21	20/02/96	23h07	53	17/04/96	14h13	86	17/06/96	23h48
22	22/02/96	17h35	54	19/04/96	08h42	87	16/06/96	18h17
23	24/02/96	12h03	55	21/04/96	03h10	88	18/06/96	12h45
24	26/02/96	06h32	56	22/04/96	21h38	89	20/06/96	07h14
25	28/02/96	01h00	57	24/04/96	16h07	90	22/06/96	01h42
26	29/02/96	19h29	58	26/04/96	10h35	91	23/06/96	20h11
27	02/03/96	13h57	59	28/04/96	05h03	92	25/06/96	14h39
28	04/03/96	08h25	60	29/04/96	23h31	93	27/06/96	09h08
29	06/03/96	02h54	61	01/05/96	18h00	94	29/06/96	03h36
30	07/02/96	21h22	62	03/05/96	12h28	95	30/06/96	22h04
31	09/03/96	15h50	63	05/05/96	06h56	96	02/07/96	16h33
			64	07/05/96	01h25			

**Io: Fim do Eclipse após a oposição em 4 de julho de 1996 (12h00)**

00	04/07/96	13h16	11	24/07/96	00h31	23	14/08/96	06h15
01	06/07/96	07h45	12	25/07/96	18h59	24	16/08/96	00h43
02	08/07/96	02h13	13	27/07/96	13h28	25	17/08/96	19h12
03	09/07/96	20h42	14	29/07/96	07h56	26	19/08/96	13h41
04	11/07/96	15h10	15	31/07/96	02h25	27	21/08/96	08h09
05	13/07/96	09h39	16	01/08/96	20h54	28	23/08/96	02h38
06	15/07/96	04h08	17	03/08/96	15h22	29	24/08/96	21h07
07	16/07/96	22h36	18	05/08/96	09h51	30	26/08/96	15h36
08	18/07/96	17h05	19	07/08/96	04h20	31	28/08/96	10h04
09	20/07/96	11h33	20	08/08/96	22h48	32	30/08/96	04h33
10	22/07/96	06h02	21	10/08/96	17h17	33	31/08/96	23h02
			22	12/08/96	11h46	34	02/09/96	17h31

35 04/09/96 12h00  
36 06/09/96 06h28  
37 08/09/96 00h57  
38 09/09/96 19h26  
39 11/09/96 13h55  
40 13/09/96 08h24  
41 15/09/96 02h52  
42 16/09/96 21h21  
43 18/09/96 15h50  
44 20/09/96 10h19  
45 22/09/96 04h48  
46 23/09/96 23h17  
47 25/09/96 17h45  
48 27/09/96 12h14  
49 29/09/96 06h43  
50 01/10/96 01h12  
51 02/10/96 19h41  
52 04/10/96 14h10

53 06/10/96 08h38  
54 08/10/96 03h07  
55 09/10/96 21h36  
56 11/10/96 16h05  
57 13/10/96 10h34  
58 15/10/96 05h03  
59 16/10/96 23h32  
60 18/10/96 18h00  
61 20/10/96 12h29  
62 22/10/96 06h58  
63 24/10/96 01h27  
64 25/10/96 16h56  
65 27/10/96 14h25  
66 29/10/96 08h54  
67 31/10/96 03h22  
68 01/11/96 21h51  
69 03/11/96 16h20  
70 05/11/96 10h49

71 07/11/96 05h18  
72 08/11/96 23h47  
73 10/11/96 18h16  
74 12/11/96 12h44  
75 14/11/96 07h13  
76 16/11/96 01h42  
77 17/11/96 20h11  
78 19/11/96 14h40  
79 21/11/96 09h09  
80 23/11/96 03h37  
81 24/11/96 22h06  
82 26/11/96 16h35  
83 28/11/96 11h04  
84 30/11/96 05h33  
85 02/12/96 00h02  
86 03/12/96 18h31