• DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA CONTÍNUA EXPONENCIAL, DE TAXA λ, SERÁ DENOTADA POR $\boxed{T}$. PROBABILISTAS ESCREVERIAM

$$\boxed{T \sim \mathcal{E}(\lambda)}\,, \quad \lambda > 0.$$

A DENSIDADE DE PROBABILIDADE É

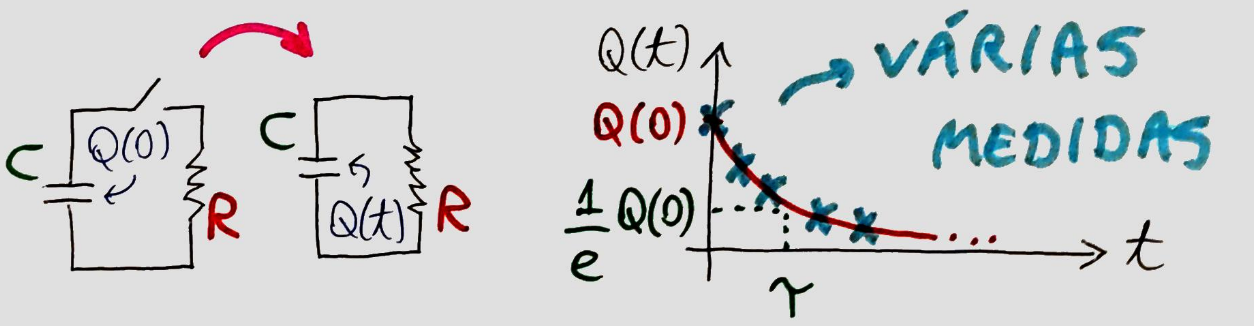
$$\boxed{\rho_T(t) = \lambda . e^{-\lambda t}}\,, \quad \text{PARA } t > 0.$$

A IDEIA É QUE, PARA Δt "SUFICIENTEMENTE PEQUENO" (É UM "RACIOCÍNIO LIMITE", ASSINTÓTICO, MAS, "FISICAMENTE", PODEMOS IMPOR $\Delta t \ll 1/\lambda$),

$$\boxed{\mathbb{P}(t < T < t+\Delta t) \approx \rho_T(t)\,.\,\Delta t}\quad.$$

ESSA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE É INTERPRETADA E UTILIZADA DE FORMA BEM MAIS RICA DO QUE COMO UMA SIMPLES FUNÇÃO EXPONENCIAL. EM CONTRASTE, VÁRIAS MEDIDAS DA CARGA EM UM CAPACITOR EM UM CIRCUITO RC SÃO COMPATÍVEIS COM A FUNÇÃO

$$Q(t) = Q(0)\,.\,e^{-t/\tau}\quad,\quad \tau \equiv R.C\,.$$



JÁ NO DECAIMENTO DE UM ELÉTRON EM UM SISTEMA DE DOIS NÍVEIS (DE UM CERTO ESTADO EXCITADO PARA UM CERTO NÍVEL DE MAIS BAIXA ENERGIA), APENAS UMA REALIZAÇÃO DE "DURAÇÃO DE VIDA EXCITADA" SERÁ CONCRETIZADA/MEDIDA.

QUAIS SÃO OS MOMENTOS DE UMA V.A. EXPONENCIAL?

• PRELÚDIO: FUNÇÃO GAMA

n INTEIRO POSITIVO: $n \in \mathbb{N}$

$$\boxed{\Gamma(n) \equiv \int_0^\infty x^{n-1} \cdot e^{-x}\, dx}$$

PROPRIEDADE NOTÁVEL:

IMPORTANTE EM FÍSICA ESTATÍSTICA, EM GERAL

$$\Gamma(n+1) = n \cdot \Gamma(n) \quad \text{E} \quad \boxed{\Gamma(n) = (n-1)!}$$

PARTES

$$\Gamma(n)=\int_0^\infty \underbrace{x^{n-1}}_{u}.\underbrace{e^{-x}dx}_{dv}=$$

$$=\left[\cancel{-x^{n-1}}\right]_0^\infty-\int_0^\infty(-e^{-x})(n-1).x^{n-2}dx=$$

0

$$=(n-1)\int_0^\infty x^{n-2}.e^{-x}dx=(n-1).\Gamma(n-1).$$

— // —

$$\Gamma(n)=(n-1).\Gamma(n-1)$$
$$=(n-1)\left[(n-2).\Gamma(n-2)\right]$$
$$=(n-1).(n-2).\ \dots\ .2.1.\underbrace{\Gamma(1)}$$

$$=\int_0^\infty e^{-x}dx=1$$

□ FIM DO PRELÚDIO

$$\langle T^K\rangle=\int_0^\infty t^K.\rho_T(t)\,dt$$
$$=\int_0^\infty t^K.\left[\lambda e^{-\lambda t}\right]dt$$
$$=\frac{1}{\lambda^K}\int_0^\infty(\lambda t)^K.e^{-\lambda t}d(\lambda t)$$

$$= \frac{1}{\lambda^k} \int_0^\infty x^{(k+1)-1} \cdot e^{-x} \cdot dx$$

$$\therefore \boxed{\langle T^k \rangle = \frac{\Gamma(k+1)}{\lambda^k} = \frac{k!}{\lambda^k}}$$

EM PARTICULAR, A "VIDA MÉDIA" É

$$\boxed{\langle T \rangle = 1/\lambda}.$$