

Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
7600023 - Termodinâmica e Física Estatística - 2023-2
Prof. Leonardo Paulo Maia

Lista 02

1. Mostre que, para *qualquer* fluido homogêneo, a capacidade térmica a volume constante,

$$C_V = \frac{dQ_V}{dT},$$

corresponde a

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V.$$

2. Mostre que $C_P = C_V + nR$ para um gás ideal.

3. Mostre que a adiabata que passa por um dado ponto do diagrama PV de um gás ideal sempre é mais íngreme do que a isoterma que passa pelo mesmo ponto.

4. Mostre que o trabalho adiabático reversível realizado sobre um gás ideal é

$$W = \frac{\Delta(PV)}{\gamma - 1},$$

onde $\gamma \equiv C_P/C_V$ é o coeficiente adiabático do gás.

5. Escolha algumas máquinas térmicas caracterizadas por ciclos termodinâmicos reversíveis em um diagrama PV e calcule seus rendimentos.

6. A presença de duas fontes térmicas, uma “quente” à temperatura T_1 , e a outra, “fria”, à temperatura T_2 , com $T_1 > T_2$, é condição indispensável para a operação de uma máquina térmica. Enquanto um refrigerador é tão mais eficiente quanto mais próximas entre si forem T_1 e T_2 , o oposto vale para um motor. Um engenheiro tem à sua disposição um motor que opera entre 300 K e 400 K e um outro que opera entre 350 K e 450 K e diz para seu amigo, que é um físico competente, “tanto faz, o gradiente de temperatura é igual”. O físico concorda ou discorda do engenheiro?

7. Qual é a máxima eficiência de um motor térmico operando entre dois reservatórios de temperaturas 20° C e 500° C? Qual é a eficiência de um motor real que opera entre essas mesmas temperaturas realizando 120 J de trabalho enquanto descarta 180 J à fonte fria em cada ciclo de operação?

8. Determine o trabalho necessário para extrair uma caloria do compartimento interno de um refrigerador reversível, mantido a 8°C , enquanto descarta-se calor no ambiente externo, a 20°C .

9. O rendimento de um refrigerador é denominado, na verdade, **coeficiente de desempenho** (COP - *coefficient of performance*), e é definido de forma distinta de um motor, $\text{COP} \equiv Q_2/W$, onde Q_2 é calor extraído da fonte fria e W é o necessário trabalho externo. Qual é o COP de um refrigerador que consome 3kW de potência elétrica enquanto extrai calor da fonte fria a uma taxa de 40kW ? Qual é o máximo COP de um refrigerador operando entre 25°C e 40°C ?

10. Um ar condicionado ideal absorve calor Q_2 de uma casa à temperatura T_2 e descarta calor Q_1 no ambiente externo de temperatura T_1 , com $T_1 > T_2$, às custas de uma quantidade E de energia elétrica. No mesmo ciclo temporal de operação do ar condicionado, um calor $Q = A(T_1 - T_2)$, onde A é uma constante positiva, invade a casa vindo do ambiente (lei de Newton).

a. No estado estacionário, determine T_2 em termos de A , T_1 e E .

b. O sistema é controlado por um termostato para manter sempre a casa a 20°C . A demanda energética do aparelho depende da temperatura externa, mas há um limite para o fornecimento desse trabalho elétrico. Quando o ambiente está a 30°C , o sistema atende o que dele se pede consumindo 30% da sua “alimentação limite”. Qual é a máxima temperatura ambiente na qual é possível o controle desejado?

11. *Resfriamento radiativo* - Um motor de Carnot realiza trabalho a uma potência P operando entre uma fonte quente à temperatura T_1 e uma fonte fria à temperatura T_2 . Mas a fonte fria é um corpo finito, que mantém sua temperatura constante (apesar de receber descarte térmico) emitindo radiação eletromagnética a uma taxa $\sigma_B A(T_2)^4$, onde σ_B é uma constante universal e A é a área superficial do corpo.

a. Determine P em termos de σ_B , A , T_1 e T_2 .

b. Pensando na área A como uma função de T_2 (todas as demais variáveis mantidas constantes), qual é a menor área que o corpo frio pode apresentar para viabilizar a operação do motor à potência P ?

12. *Motor térmico com 3 reservatórios* - Em um ciclo, um motor térmico reversível extrai calor Q_1 de uma fonte quente à temperatura T_1 e calor aQ_1 ($a > 0$) de uma segunda fonte quente, à temperatura T_3 , $T_3 \leq T_1$. Enquanto isso, descarta calor Q_2 em uma fonte fria à temperatura T_2 . Usando apenas as constantes a , T_1 , T_2 e T_3 , determine a eficiência dessa máquina térmica, definida como o quociente entre o trabalho total realizado pelo sistema e o calor total extraído das fontes quentes. Mostre também que tanto $a \rightarrow 0$ quanto $T_3 \rightarrow T_1$ levam a um resultado conhecido. *DICA: esse ciclo de 3 reservatórios pode ser decomposto em dois ciclos de Carnot.*

13. O teorema de Carnot estabelece que o rendimento de qualquer motor térmico operando entre dadas duas fontes térmicas (de temperaturas distintas) é limitado pelo rendimento de um motor de Carnot, reversível. Mas a demonstração é baseada na definição de rendimento para um motor, que não é universal para qualquer máquina térmica. Adapte os argumentos da demonstração do teorema de Carnot para demonstrar que ele também é válido (no sentido de máquinas reversíveis exibirem desempenhos ótimos) para refrigeradores e bombas térmicas (ver material da monitoria nesse tema), onde desempenho é medido pelo COP (ver exercício 8 desta lista) e por Q_1/W , respectivamente.

14. Como se estabelece a desigualdade de Clausius quando um sistema real, ao final de um ciclo de operação, extrai calor Q_1 de um reservatório à temperatura T_1 , extrai calor Q_2 de um reservatório à temperatura T_2 e cede calor Q_3 a um reservatório à temperatura T_3 ?

15. Uma corrente elétrica de 200 mA passa por um fio de resistência 20Ω por 3 segundos. A temperatura do resistor permanece constante em 25°C . Qual é a variação da entropia do resistor? Qual é a variação da entropia do resto do universo?

16. *Custo entrópico de um banho* - Você misturou 50 L de água quente a 55°C a 25 L de água fria a 10°C em sua banheira para ter um banho agradável. Qual foi o aumento da entropia do universo? O calor específico da água é $1 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ e sua densidade, 1 g/cm^3 .

17. *Custo entrópico da morte* - Estime a variação da entropia do universo quando um ser humano (água, essencialmente) morre. Por favor, imagine a temperatura ambiente inferior à temperatura de um ser humano vivo.

18. *Reservatório como um limite* - Já estudamos bem o problema em que dois corpos finitos, de capacidades térmicas C_1 e C_2 , inicialmente em temperaturas T_1 e T_2 , respectivamente, são postos em contato térmico e alcançam uma temperatura comum T_f de equilíbrio, com um crescimento ΔS da entropia total desse sistema composto. Defina $\lambda \equiv C_1/C_2$ e troque C_2 por λ nas expressões desse problema. Note que $C_2 \rightarrow \infty$ corresponde a $\lambda \rightarrow 0$, de modo que podemos tratar λ perturbativamente $\lambda \ll 1$ para estudar o caso em que o corpo 2 é um reservatório térmico. Se preciso for, use $(1+x)^{-1} \approx 1-x$ e $\log(1+x) \approx x$ quando $x \ll 1$ para obter uma expressão para ΔS quando $\lambda \ll 1$ que deve ter alguma relação com a resposta do exercício anterior.

19. No problema clássico do processo de Joule (expansão livre), a variação da entropia é usualmente calculada mediante a análise de uma expansão isotérmica reversível cujos estados inicial e final coincidem com aqueles do processo irreversível em questão. Mas qualquer processo reversível com as mesmas extremidades cumpriria o mesmo papel. Confirme o resultado clássico com dois outros caminhos reversíveis: primeiro um caminho isobárico+isovolumétrico, nessa ordem, depois na ordem oposta.

Gabarito parcial

6. Discorda, mas não posso dizer o porquê, para não estragar o exercício.

7. 62%; 40%

8. 0.043 cal

9. 13.34; 19.88

10. $\approx 38.3^\circ\text{C}$

11.

a. resposta parcial: $P(T_1, T_2) = (T_1 - T_2)f(T_2)$ para alguma função f de T_2 (mas não de T_1)

b. A menor área ocorre quando $T_2 = (3/4)T_1$.

12.

$$1 - \frac{T_2}{1+a} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{a}{T_3} \right)$$

15. Variação da entropia do resto do universo: $8 \cdot 10^{-3} \text{ J/K}$

16. $\approx 179.4 \text{ cal/K}$