Introdução à Física das Partículas Elementares

4300422

edisciplinas.if.usp.br

(buscar: física das partículas elementares)

Fernando S Navarra

navarra@if.usp.br

Guilherme Germano

guilherme.germano@usp.br

Plano do Curso

14/03	Cap. 1
16/03	Cap. 1
21/03	Cap. 2
23/03	Cap. 2
28/03	Cap. 3
30/03	Cap. 3
04/04	
06/04	
11/04	Cap. 4
13/04	Cap. 4
18/04	Cap. 4
20/04	P1
25/04	Cap. 4
27/04	Cap. 5
02/05	Cap. 6
04/05	Cap. 6
09/05	Cap. 7
11/05	Cap. 7
16/05	Cap. 8
18/05	Cap. 8
23/05	P2
25/05	Cap. 9
30/05	Cap. 9
01/06	Cap. 9
06/06	
08/06	
13/06	Cap. 10
15/06	Cap. 10
20/06	Cap. 10
22/06	Cap. 11
27/06	Cap. 11
29/06	P3
04/07	Sub

Aula 19

Capítulo 9

Simetrias e o Modelo de Quarks

Estados de Isospin de Barions e Mesons

Função de onda de barions e mesons

$$\psi = \phi_{\text{flavour}} \, \chi_{\text{spin}} \, \xi_{\text{colour}} \, \eta_{\text{space}}.$$

Vamos construir a função de onda de sabor (isospin) dos barions e mesons

Vamos supor que existe simetria de isospin , simetria SU(2)

SU(2)

Define o Hamiltoniano

Define as Funções de Onda

Simetria de isospin (sabor) dos quarks

$\hat{H}_{strong}$ tem simetria de sabor: nada muda se trocarmos u -> d e d -> u

Estados :

$$\mathrm{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{q} = \begin{pmatrix} \mathrm{u} \\ \mathrm{d} \end{pmatrix}$$

aqui começa o SU(2)

Transformação :

$$\mathrm{q} \to \mathrm{q}' = U\mathrm{q}, \qquad \hat{U} = e^{i\boldsymbol{\alpha}\cdot\hat{\mathbf{T}}}$$

matrizes de SU(2)

$$\boxed{\hat{\mathbf{T}} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}.} \qquad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

geradores

SU(2) = Matrizes Especiais (Special) Unitárias de Dimensão 2x2

determinante = 1 $\qquad \det(e^{A}) = e^{\mathbf{tr}(A)}$

$$\boxed{\hat{U}^{\dagger}\hat{U} = I.}$$

Álgebra dos geradores da transformação de isospin

$$\left[\hat{T}_3, \hat{T}_1\right] = i\hat{T}_2 \qquad \left[\hat{T}_1, \hat{T}_2\right] = i\hat{T}_3 \qquad \left[\hat{T}_2, \hat{T}_3\right] = i\hat{T}_1$$

Definimos o isospin total (em analogia ao momento angular total) :

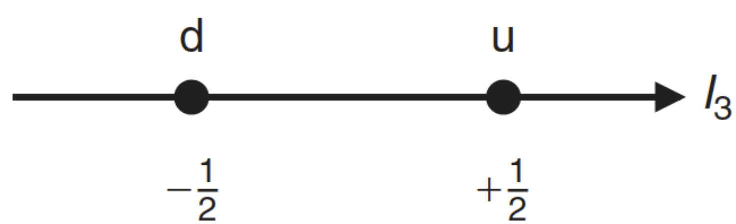
$$\hat{T}^2 = \hat{T}_1^2 + \hat{T}_2^2 + \hat{T}_3^2$$

Estados de isospin: $\phi(I, I_3)$

$$\begin{cases} \mathrm{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \phi\left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right) \\ \mathrm{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \phi\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

$$\hat{T}^2 \phi(I, I_3) = I(I+1)\phi(I, I_3)$$

$$\hat{T}_3 \phi(I, I_3) = I_3 \phi(I, I_3).$$



"3 é a componente z"

Operadores escada de isospin

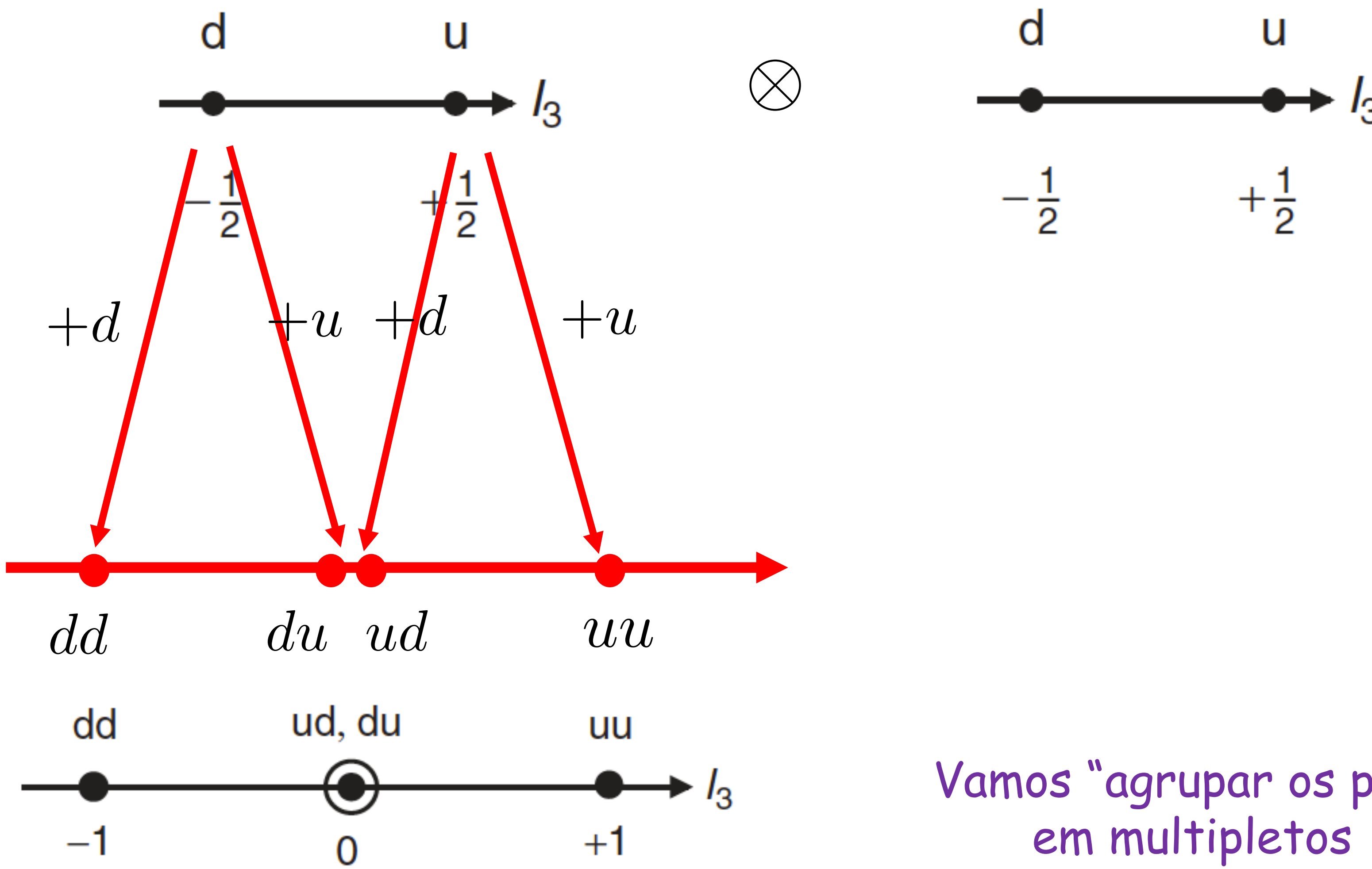
Definimos $\hat{T}_{-} \equiv \hat{T}_{1} - i\hat{T}_{2}$ $\hat{T}_{+} \equiv \hat{T}_{1} + i\hat{T}_{2}$

$$\hat{T}_{+}\phi(I, I_3) = \sqrt{I(I+1) - I_3(I_3+1)}\,\phi(I, I_3+1) \qquad \hat{T}_{+}\phi(I, +I) = 0$$

$$\hat{T}_{-}\phi(I, I_3) = \sqrt{I(I+1) - I_3(I_3-1)}\,\phi(I, I_3-1) \qquad \hat{T}_{-}\phi(I, -I) = 0$$

$$\hat{T}_{+}\mathrm{u} = 0 \qquad \hat{T}_{+}\mathrm{d} = \mathrm{u} \qquad \hat{T}_{-}\mathrm{u} = \mathrm{d} \qquad \hat{T}_{-}\mathrm{d} = 0$$

Combinação de dois quarks



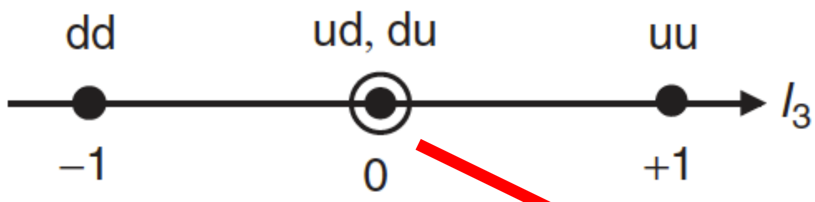
Vamos "agrupar os pontos" em multipletos

Os estados das extremidades têm isospin 1

$$\mathrm{dd} \equiv \phi\left(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right)\phi\left(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right) = \phi\left(1, -1\right)$$

$$\mathrm{uu} \equiv \phi\left(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right)\phi\left(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right) = \phi\left(1, +1\right)$$

Combinação de dois quarks



Como agrupar os pontos centrais ?

Partimos do estado “mais alto” e vamos descendo a escada !

$$\mathrm{uu} \equiv \phi\left(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right)\phi\left(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right) = \phi(1, +1)$$

$$\hat{T}_{-}\phi(1, +1) = \sqrt{2}\phi(1, 0) := \hat{T}_{-}(\mathrm{uu}) = \mathrm{ud} + \mathrm{du}$$

esta combinação tem
$I = 1$ e $I_3 = 0$

$$\phi(1, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{ud} + \mathrm{du})$$

Encontramos um tripleto
de isospin = 1

$$\left\{\begin{aligned} \phi(1,+1) &= u\,u \\ \phi(1,0) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\,d + d\,u) \\ \phi(1,-1) &= d\,d \end{aligned}\right.$$

Existe também um singleto de isospin: $\phi(0,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{ud} - \mathrm{du})$.

Ele tem componente $I_3 = 0$. Ele não têm "prá onde ir". "Cai da escada".

Verificação : aplicação do operador escada deve dar zero!

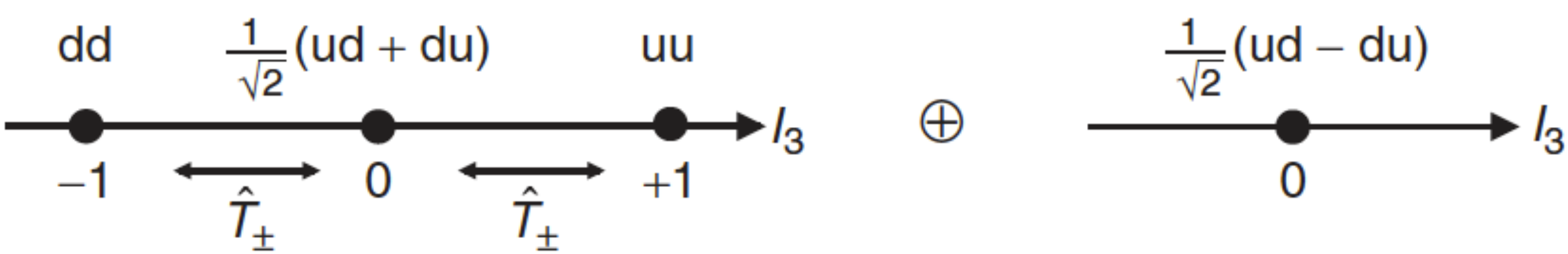
$$\hat{T}_+ \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{ud} - \mathrm{du}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left([\hat{T}_+\mathrm{u}]\mathrm{d} + \mathrm{u}[\hat{T}_+\mathrm{d}] - [\hat{T}_+\mathrm{d}]\mathrm{u} - \mathrm{d}[\hat{T}_+\mathrm{u}]\right)$$

"regra do produto"

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{uu} - \mathrm{uu}) = 0$$

A combinação de dois dubletos de isospin dá um singleto mais um tripleto :

Em "grupês" : $2 \otimes 2 = 3 \oplus 1$



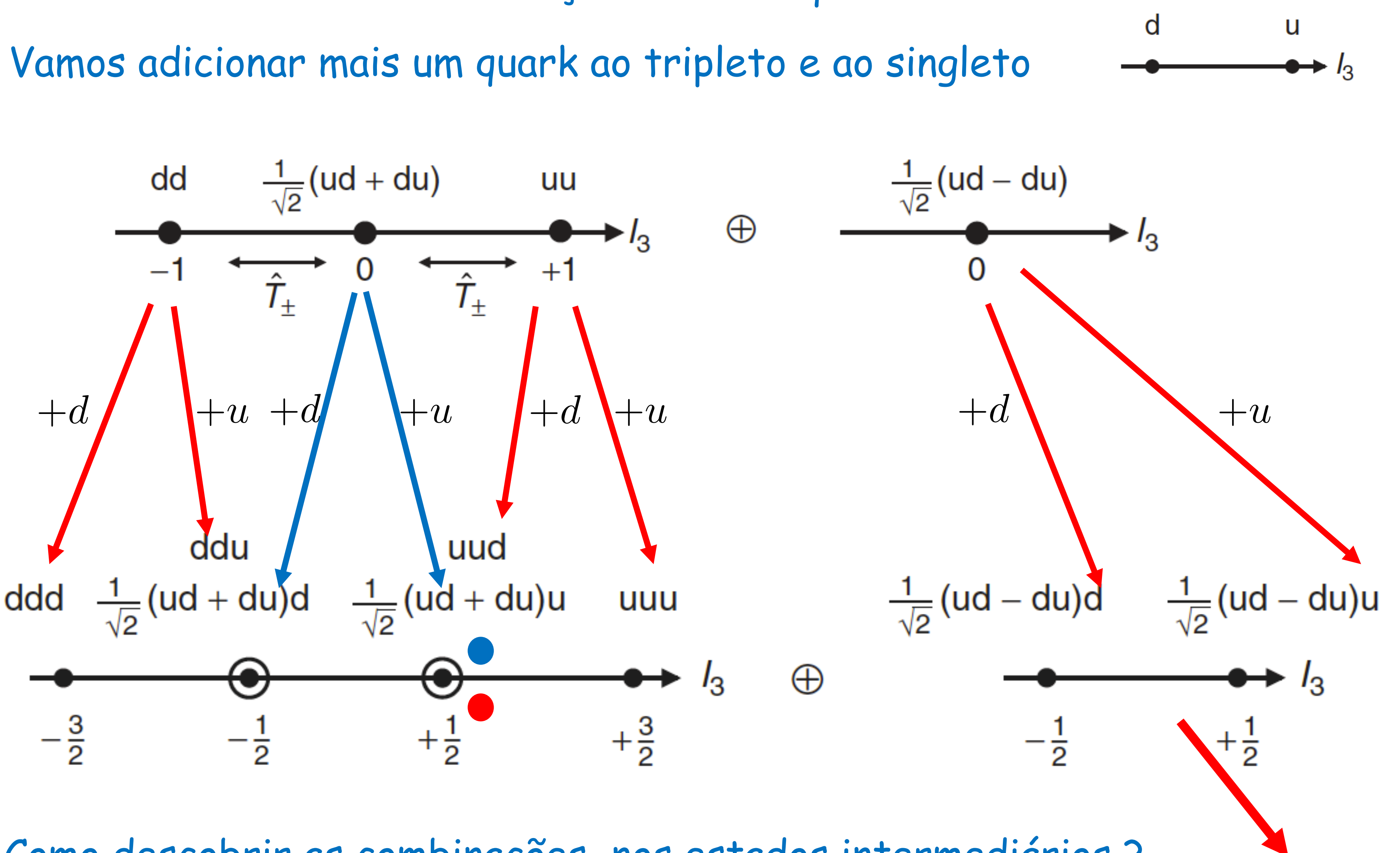
Combinações de três quarks

DU DUDU EDU

Novos multipletos de SU(2)...

Combinações de três quarks

Vamos adicionar mais um quark ao tripleto e ao singleto



Como descobrir as combinações nos estados intermediários ?

Partindo das extremidades e usando operadores escada !

apareceu
o dubleto 1

Vamos levantar o estado ddd $\phi\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)=\mathrm{ddd}.$

$$\hat{T}_+\phi\left(I,I_3\right)=\sqrt{I(I+1)-I_3(I_3+1)}\,\phi\left(I,I_3+1\right).$$

$$\hat{T}_+\phi\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)=\sqrt{3}\phi\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$$

$$\hat{T}_+(\mathrm{ddd})=[\hat{T}_+\mathrm{d}]\mathrm{dd}+\mathrm{d}[\hat{T}_+\mathrm{d}]\mathrm{d}+\mathrm{dd}[\hat{T}_+\mathrm{d}]$$

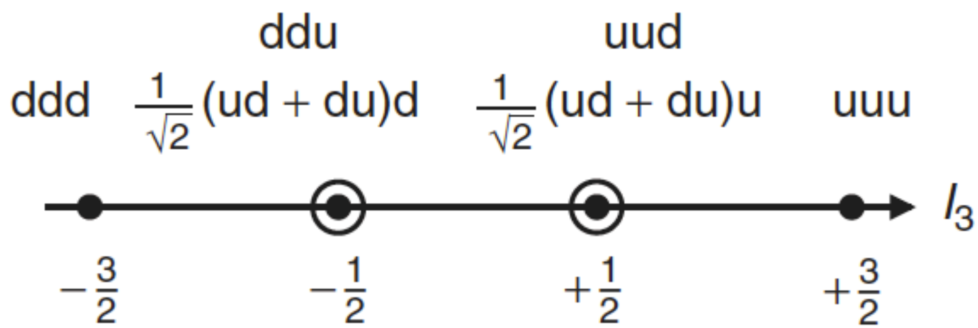
"regra do produto"

$$=\mathrm{udd}+\mathrm{dud}+\mathrm{ddu}$$

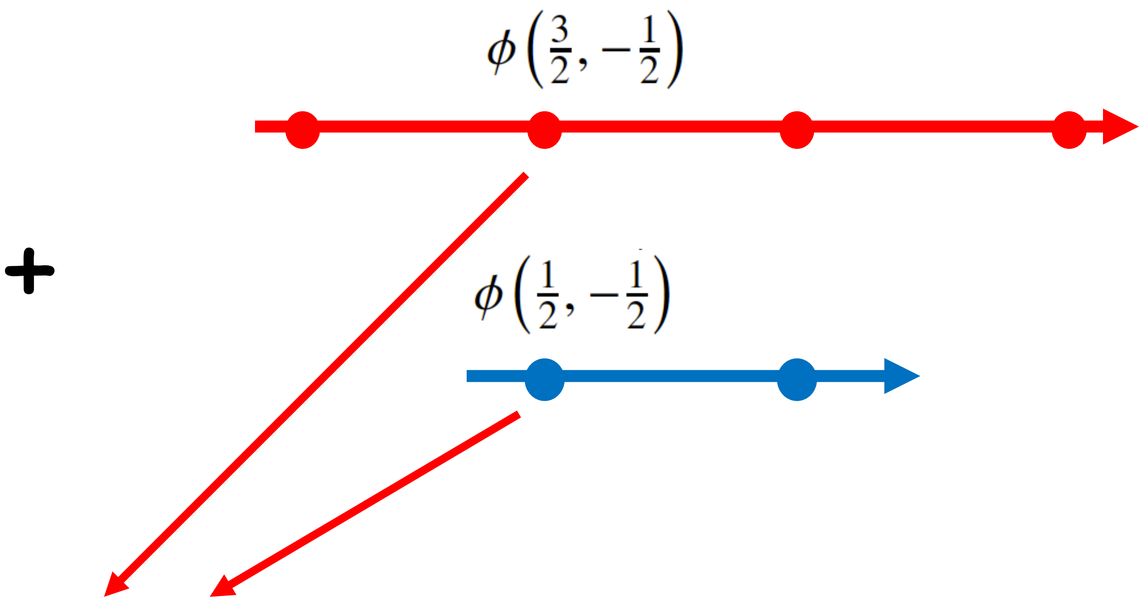
$$\phi\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt{3}}(\mathrm{udd}+\mathrm{dud}+\mathrm{ddu}).$$

quadrupleto

$$\left\{\begin{aligned}
\phi\left(\tfrac{3}{2},-\tfrac{3}{2}\right)&=\mathrm{ddd},\\
\phi\left(\tfrac{3}{2},-\tfrac{1}{2}\right)&=\tfrac{1}{\sqrt{3}}(\mathrm{udd}+\mathrm{dud}+\mathrm{ddu}),\\
\phi\left(\tfrac{3}{2},+\tfrac{1}{2}\right)&=\tfrac{1}{\sqrt{3}}(\mathrm{uud}+\mathrm{udu}+\mathrm{duu}),\\
\phi\left(\tfrac{3}{2},+\tfrac{3}{2}\right)&=\mathrm{uuu}.
\end{aligned}\right.$$



=



quadrupleto

dubleto 2

$$3 \otimes 2 = 4 \oplus 2$$

Estes dois estados são ortogonais !

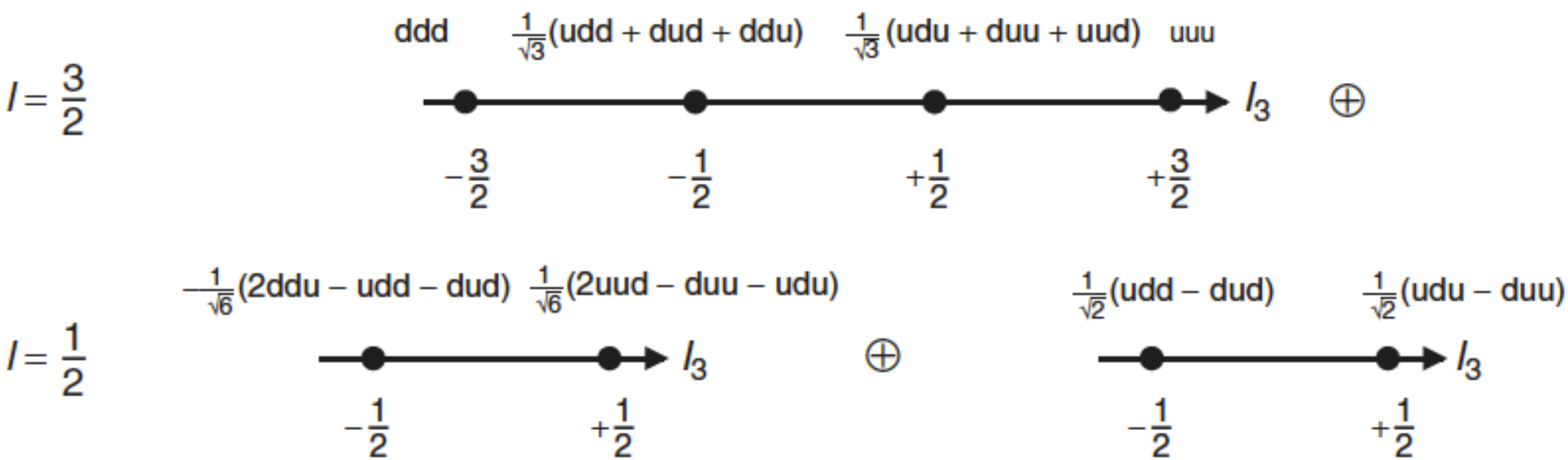
dubleto 2

$$\left\{\begin{aligned} \phi_S\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) &= -\frac{1}{\sqrt{6}}(2\mathrm{ddu} - \mathrm{udd} - \mathrm{dud}) \\ \phi_S\left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right) &= \frac{1}{\sqrt{6}}(2\mathrm{uud} - \mathrm{udu} - \mathrm{duu}) \end{aligned}\right.$$

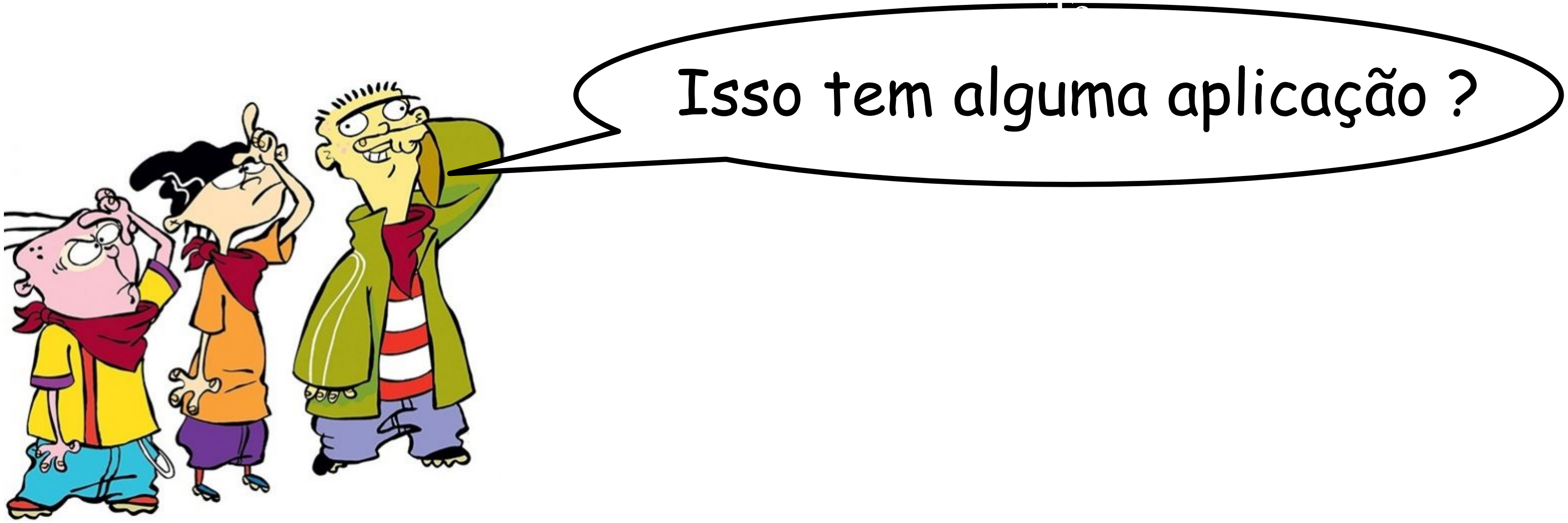
O dubleto 1 tem as seguintes funções de onda de isospin :

dubleto 1
$$\begin{cases} \phi_A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{udd} - \mathrm{dud}) \\ \phi_A\left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{udu} - \mathrm{duu}) \end{cases}$$

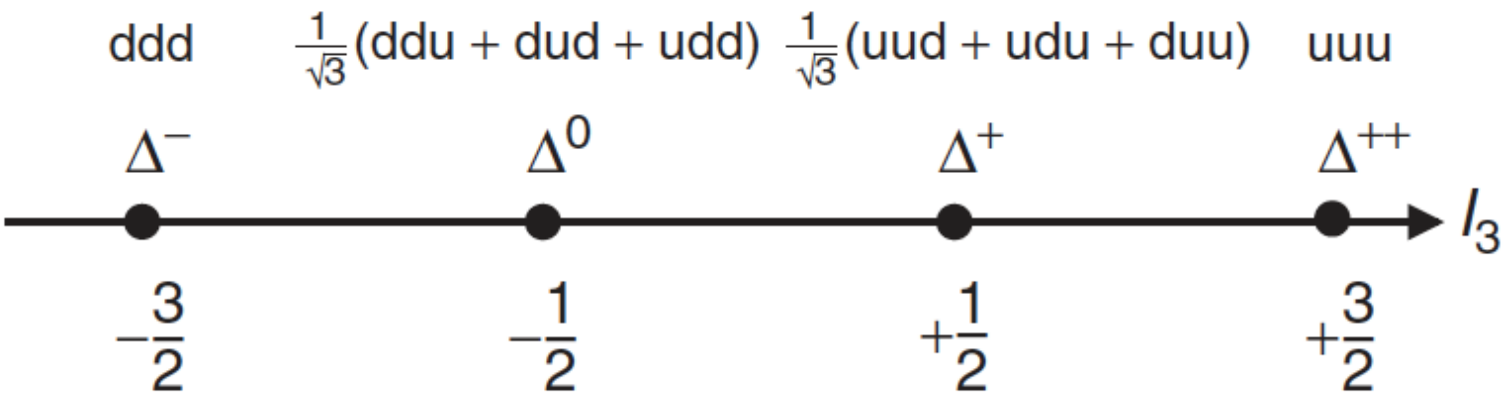
Resumindo, combinando 3 quarks nós encontramos:



$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 2 \otimes (3 \oplus 1) = (2 \otimes 3) \oplus (2 \otimes 1) = 4 \oplus 2 \oplus 2,$$



Função de onda de isospin dos barions :



Isospin dos antiquarks

Vimos que $q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ $\quad q \to q' = Uq,$

U é uma matriz de SU(2)

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

$$aa^* + bb^* = 1$$

(det U = 1)

Conjugação de carga leva partícula em antipartícula : $\psi' = \hat{C}\psi = i\gamma^2\psi^*$

Tomamos o complexo conjugado da equação acima e escrevemos : $q^* = \bar{q}$

$$\begin{pmatrix} \bar{u}' \\ \bar{d}' \end{pmatrix} = U^* \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^* & b^* \\ -b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d} \end{pmatrix}$$

Queremos que os antiquarks se transformem como os quarks:

$$\bar{q} \to \bar{q}' = U\bar{q}$$

Para isso temos que definir : $\overline{\mathrm{q}} \equiv \begin{pmatrix} -\overline{\mathrm{d}} \\ \overline{\mathrm{u}} \end{pmatrix}$

Verificação: esse dubleto está relacionado com o $\bar{q}$ original através de:

$$\overline{\mathrm{q}} \equiv \begin{pmatrix} -\overline{\mathrm{d}} \\ \overline{\mathrm{u}} \end{pmatrix} = S\begin{pmatrix} \overline{\mathrm{u}} \\ \overline{\mathrm{d}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \overline{\mathrm{u}} \\ \overline{\mathrm{d}} \end{pmatrix}$$

invertendo : $\begin{pmatrix} \overline{\mathrm{u}} \\ \overline{\mathrm{d}} \end{pmatrix} = S^{-1}\overline{\mathrm{q}}$ *

Fazendo uma transformação de SU(2) dos dois lados : $\begin{pmatrix} \overline{\mathrm{u}}' \\ \overline{\mathrm{d}}' \end{pmatrix} = S^{-1}\overline{\mathrm{q}}'$ *

Do slide anterior:

$$\begin{pmatrix} \overline{\mathrm{u}}' \\ \overline{\mathrm{d}}' \end{pmatrix} = U^*\begin{pmatrix} \overline{\mathrm{u}} \\ \overline{\mathrm{d}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^* & b^* \\ -b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \overline{\mathrm{u}} \\ \overline{\mathrm{d}} \end{pmatrix}.$$

Substituindo * e * :

$$S^{-1}\overline{\mathrm{q}}' = U^*S^{-1}\overline{\mathrm{q}}$$

Multiplico à esquerda por S :

$$\overline{\mathrm{q}}' = S\,U^*S^{-1}\overline{\mathrm{q}} \longrightarrow \boxed{\overline{\mathrm{q}} \to \overline{\mathrm{q}}' = U\overline{\mathrm{q}}}$$

Mas:

$$S\,U^*S^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a^* & b^* \\ -b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix} = U$$

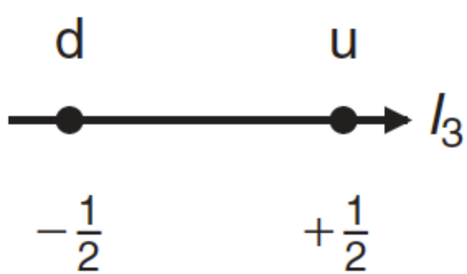
Estados de mesons

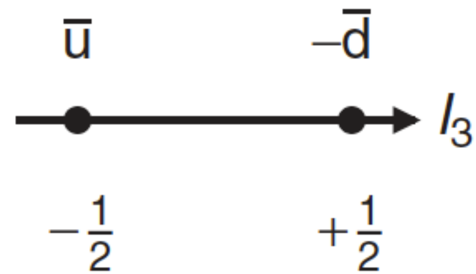
$$q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

$$\bar{q} \equiv \begin{pmatrix} -\bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix}$$

Representação fundamental

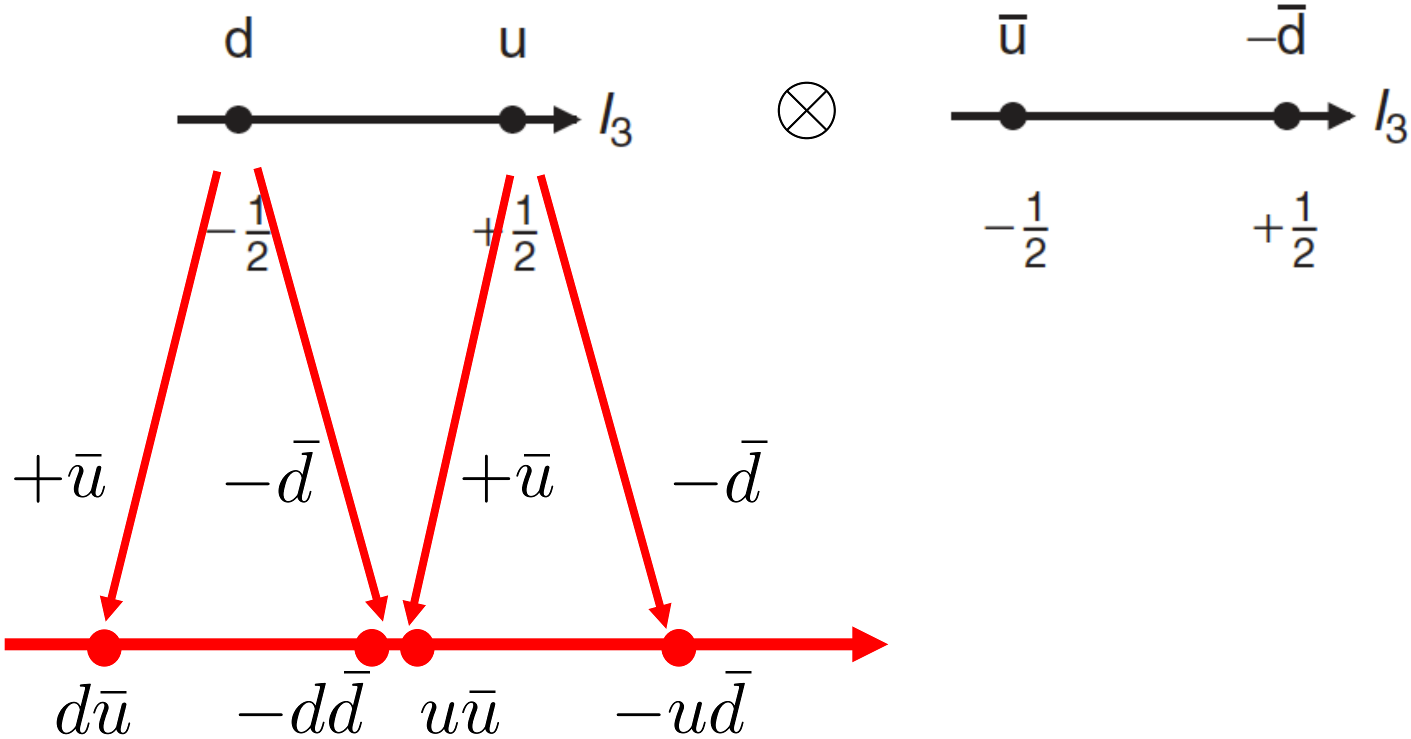
Representação conjugada





Operadores escada :

$$T_+\bar{u} = -\bar{d}, \quad T_+\bar{d} = 0, \quad T_-\bar{u} = 0 \quad T_-\bar{d} = -\bar{u}.$$



Como descobrir as combinações nos estados intermediários?

Partindo das extremidades e usando operadores escada !

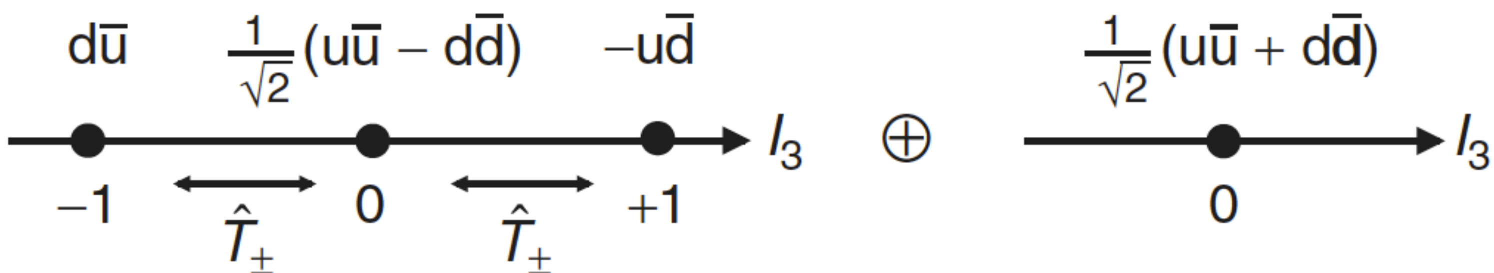
Vamos levantar $\phi(1,-1) = \mathrm{d\bar{u}},$

Encontramos o tripleto :

$$\left\{\begin{array}{l} \phi(1,-1) = \mathrm{d\bar{u}}, \\ \phi(1,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{u\bar{u}} - \mathrm{d\bar{d}}), \\ \phi(1,+1) = -\mathrm{u\bar{d}}. \end{array}\right.$$

O singleto é ortogonal a $\phi(1,0)$

$$\phi(0,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\bar{u} + d\bar{d}\right)$$



$$2 \otimes \bar{2} = 3 \oplus 1$$