Terceira Lista de Física Moderna: 29/Maio/2023

1. Na época de Bohr ($\approx$ 1913) já se conhecia a constante de Planck (1900), da relação $E = h\nu$, onde E é a energia de um modo normal de frequência ν. Mostre que h tem dimensao de momento angular. Seu valor é 6.62607×10^{-34} Joule-segundo (não diga Joule por segundo e sim Joule segundo). Expresse em erg-s e também em elétron-volt-segundo.

2. Quando Bohr desenvolveu sua teoria atômica procurou-se dar respaldo a mesma achando-se situações em que ela concordava com resultados experimentais. Consideraremos três dessas aqui, para um átomo com massa nuclear M finita e número atômico Z. Para isso,

   (a) deduza a expressão da energia E_n dos níveis quantizados, que sabemos reproduz as linhas principais do espectro de átomos monoeletrônicos;

   (b) mostre que para um número quântico n muito grande, a frequência da transição $n \to n-1$ coincide com a frequência clássica de revolução do elétron no n-ésimo estado. Isso mostra que a teoria obedece o princípio de correspondência.

   (c) Calcule a razão $E_n(He^+)/E_n(H)$, entre as energias dos níveis eletrônicos do hélio uma vez inonizado (He^+) para aquelas do hidrogênio (H).

3. Em relação às órbitas permitidas no modelo de Bohr, ao invés de começar pela hipótese da quantização do momento angular, vamos fazer da seguinte forma:

   (a) façamos a hipótese que numa transição eletrônica um fóton é emitido, assim, $|E_n - E_m| = h\nu$. Mas, de Balmer-Rydberg-Ritz, sabemos que $\nu = h\, R_y\, c\, (1/m^2 - 1/n^2)$, sendo $R_y = 13.6$ eV a constante de Rydberg até este momento conhecida apenas experimentalmente. Assim, podemos adimitir que $E_n = -hRc/n^2$.

   (b) Determine, então, os raios permitidos para as órbitas eletrônicas e as respectivas velocidades.

   (c) Qual a expressão para o raio do estado fundamental (raio de Bohr)? Qual o seu valor numérico, aqui determinado do conhecimento dos valores das constates e, R, c e h.

   (d) Qual a expressão do momento angular de cada órbita eletrônica?

4. Quais os níveis de energia, E_n^{He}, do átomo de hélio uma vez ionizado? E do átomo de lítio, E_n^{Li}, duas vezes ionizado? Expresse os resultados em termos dos níveis E_n^H do hidrogênio.

5. O átomo de hélio uma vez ionizado, He^+, assemelha-se ao hidrogênio em níveis de energia. Mostre que para cada linha espectral do H existe uma do He^+ com frequência *quase* igual. A massa do He é $6,65 \times 10^{-27}$ Kg. Não deixe de incluir efeitos de massa reduzida.

6. Desconsiderando a repulsão eletrostática entre os elétrons do hélio, mostre que a energia do seu estado fundamental vale -109 eV. O valor experimental é -78,6 eV, o que mostra a grande importância dessa repulsão! Que procedimentos simples podemos adotar para aproximar o valor de -109 eV ao experimental?

7. Um múon tem a mesma carga de um elétron, mas sua massa é 200 vezes a do elétron: 105,7 MeV/c^2. Ele pode ser capturado por um próton e formar um átomo muônico. Determine a energia do estado fundamental e o raio da correspondente órbita.

8. Um par elétron-pósitron pode formar um sistema semelhante ao hidrogênio. Calcule os comprimentos de onda das duas linhas mais energéticas (denominadas Lyman α e β). Elas servem como uma assinatura da formação desse sistema, denominado *positrônio*.

Opcionais

9. Sommerfeld e Wilson enunciaram que "para p e q coordenadas canonicamente conjugadas e funções periódicas do tempo deve valer que $\oint pdq = nh$, sendo n inteiro". Aplique essa equação para uma partícula em órbita circular e mostre que isso leva à hipótese de quantização de Bohr para o momento angular. Identifique a coordenada generalizada q como um ângulo; p será o momento angular L.

10. Use a condição de quantização de Sommerfeld-Wilson para obter os níveis de energia (quantizados) de um oscilador harmônico. Escreva que $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi)$ e obtenha que $E_n = n\hbar\omega$. Por que não observamos essa quantização num oscilador macroscópico?
    Pode tentar fazer também para o pêndulo simples (comprimento l e massa m). Suponha pequenas oscilações. Utilize um ângulo θ e $L = ml^2 d\theta/dt$ como variáveis canonicamente conjugadas (isto é, para q e p). Pode usar a equação horária de $\theta(t)$, ou fazer pela área no espaço de fase $\{\theta, L\}$ (neste caso, escreva a energia em termos de θ e L).