Escola Politécnica da USP – Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos

PMR5215 – Otimização Aplicada ao Projeto de Sistemas Mecânicos

**Prova - 20/06/2022**

**1a questão (2,5 pontos)** Considere o problema de otimização linear abaixo:

$$\begin{matrix}Min&5x\_{1}+12x\_{2}+9x\_{3}+3x\_{4}\\tal que&x\_{1}+x\_{2}+3x\_{3}-x\_{4}\geq 2\\&x\_{1}+3x\_{2}-x\_{3}+x\_{4}\geq 1\\&x\_{1}\geq 0,x\_{2}\geq 0, x\_{3}\geq 0, x\_{4}\geq 0, x\_{5}\geq 0\end{matrix}$$

1. Escreva a forma dual do problema.
2. Desenhe o domínio viável e o gradiente da função objetivo do problema dual.
3. Determine graficamente o ponto ótimo do problema dual.
4. Encontre a solução do problema original.

**2a questão (2,5 pontos)** Considere o problema de otimização abaixo que tem por objetivo minimizar a flexibilidade dinâmica de uma barra sujeita a uma força como mostrado na figura. A barra apresenta uma mola k na sua extremidade.



*u(L)*

*x*

*,E, A(x), L*

*k*

*F*

Derive a equação de optimalidade do problema de otimização, bem como a equação de equilíbrio da barra. Para isso:

1. Escreva função Lagrangeana (*L*) do problema;
2. Variacione a função Lagrangeana e imponha a condição de estacionaridade (*L* =0);
3. Isole os termos referentes aos variacionais das funções variáveis de projeto pertinentes e determine as equações pedidas.

**3a questão (2,5 pontos)** Considere o problema de otimização:

$$\begin{matrix}min&x\_{1}x\_{2}\\tal que&x\_{1}-x\_{2}⩽1\\&\end{matrix}$$

a) Escreva a expressão da função objetivo *f(x1, x2)*, das duas restrições *g1(x1, x2)*, *g2(x1, x2),* e da função Lagrangeana *L(x1, x2, λ1, λ2)*.

b) Encontre os valores dos multiplicadores *λ1* e *λ2* para os pontos: (0, 0), (5, -5), (3, 2), (½, -½)

c) Para que pontos do item anterior as condições KKT são satisfeitas?

d) Quais dos pontos do item anterior são efetivamente mínimos locais do problema? Justifique.

**4a questão (2,5 pontos)** Considere um sistema mecânico modelado pelo sistema linear abaixo:

**** onde *A1=*1

Os deslocamentos u1 e u2 são positivos. Determine o **valor numérico** da sensibilidade da função *f*=3u1+2u2 *+2A12* em relação à *A1* usando:

1. método analítico;
2. método de diferenças finitas (*A1*=0,01);