



EESC • USP

*Escola de Engenharia de São Carlos
Universidade de São Paulo*



SEP0506 – Sistemas de Apoio à Decisão

Fuzzy TOPSIS Class

Prof. Luiz C. R. Carpinetti



Except where otherwise noted, this work is licensed under
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

Fuzzy TOPSIS Class

Proposto por:

- Ferreira, L.; Borenstein, D.; Righi, M.; Almeida A. T. A fuzzy hybrid integrated framework for portfolio optimization in private banking. *Expert Systems with Applications*, 92 (2018), 350-362

Fuzzy TOPSIS class

No método *Fuzzy-TOPSIS-Class*:

- As pontuações das alternativas e o peso dos critérios são avaliados usando termos linguísticos e representados matematicamente por números fuzzy triangulares.
- As alternativas são classificadas, ao invés de ordenadas;
- Além das avaliações das alternativas e pesos dos critérios, os perfis das classes também são dados de entrada para classificação.

Passos do Fuzzy TOPSIS class

1. Definir termos linguísticos e correspondentes números fuzzy para avaliação de alternativas e pesos dos critérios;
2. Definir os perfis das classes;

Fuzzy TOPSIS Class - Exemplo

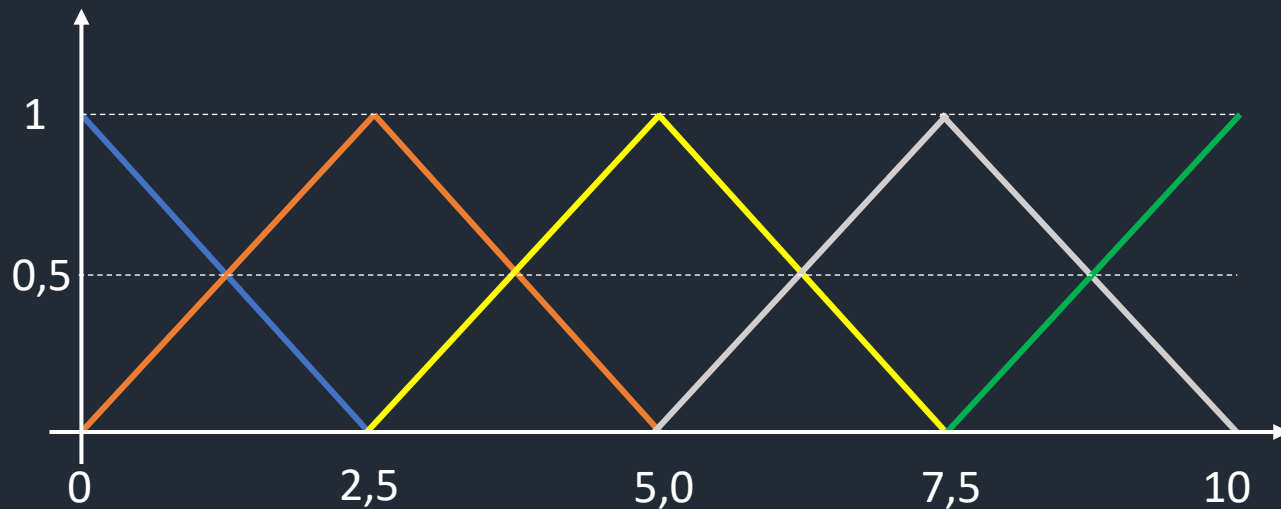
Gestão de fornecedores:

- Objetivo: avaliar fornecedores ativos e classifica-los quanto à capacidade de atender os seguintes critérios:
 - C_1 : Capacitação em gestão da qualidade;
 - C_2 : Capacidade de resolução de problemas;
 - C_3 : Entregas corretas;
 - C_4 : Saúde financeira.
- Classificação em 3 níveis:
 - Preferível;
 - Aceitável;
 - Inaceitável.

Avaliação das alternativas no Fuzzy TOPSIS Class

Expressões linguísticas associadas a números fuzzy – Exemplo:

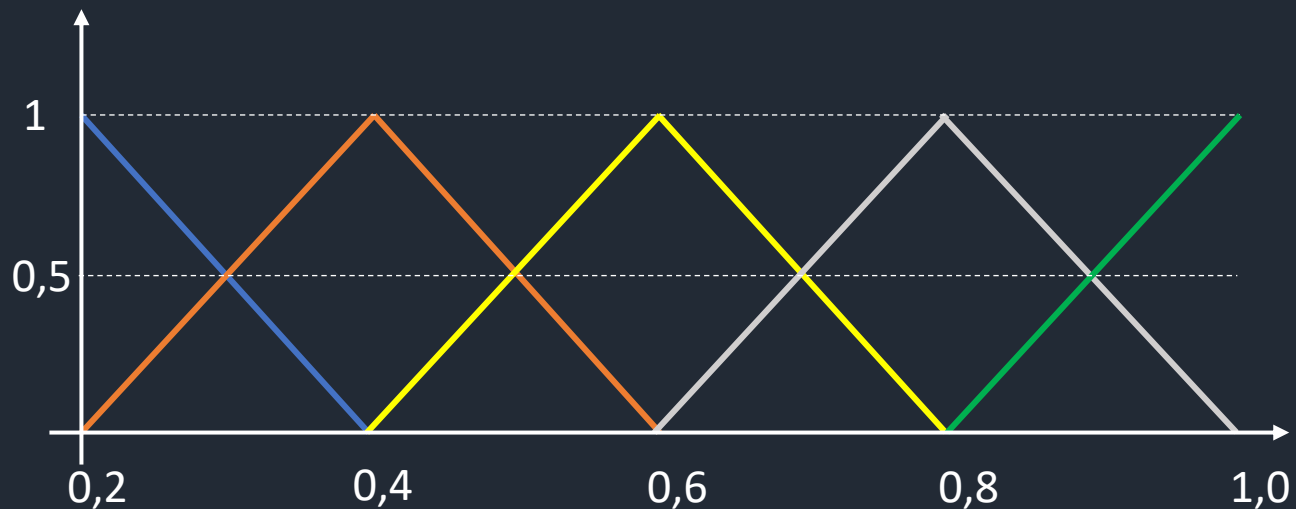
Termos Linguísticos	Números Fuzzy Triangular
Muito ruim (MR)	(0; 0; 2,5)
Ruim (R)	(0; 2,5; 5,0)
Médio (M)	(2,5; 5,0; 7,5)
Bom (B)	(5,0; 7,5; 10,0)
Muito bom (MB)	(7,5; 10; 10)



Avaliação dos pesos no Fuzzy TOPSIS Class

Expressões linguísticas associadas a números fuzzy – Exemplo:

Termos Linguísticos	Número Fuzzy Triangular
Nada importante (NI)	(0,2, 0,2, 0,4)
Pouco importante (PI)	(0,2, 0,4, 0,6)
Importância média (IM)	(0,4, 0,6, 0,8)
Importante (I)	(0,6, 0,8, 1,0)
Muito importante (MI)	(0,8, 0,8, 1,0)



Classes de avaliação e perfis

Expressões linguísticas e números fuzzy dos perfis das classes
Exemplo:

Classes e perfis				
Classe	C1	C2	C3	C4
Preferível	MB	B	B	MB
Aceitável	B	M	M	B
Inaceitável	R	R	MR	M



Termos Linguísticos
Muito ruim (MR)
Ruim (R)
Médio (M)
Bom (B)
Muito bom (MB)

Passos do Fuzzy TOPSIS class

3. Avaliar as alternativas e pesos dos critérios ;
4. Montar a matriz de decisão *fuzzy* \tilde{D} e o vetor *fuzzy* \tilde{W} para o peso dos critérios;
5. Normalizar matriz de decisão e ponderar.

Avaliação das Alternativas Exemplo Fuzzy TOPSIS Class

Forn.	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	MB	MB	MB	MB
S_2	B	B	B	B
S_3	M	M	M	M
S_4	R	R	R	R
S_5	MR	MR	MR	MR
S_6	MB	R	B	MB
S_7	MB	MR	B	MB
S_8	R	B	B	B
S_9	B	MR	R	MB

C_1 : Capacitação em GQ;
 C_2 : Resolução de problemas;
 C_3 : Entregas corretas;
 C_4 : Saúde financeira.

Termos Linguísticos
Muito ruim (MR)
Ruim (R)
Médio (M)
Bom (B)
Muito bom (MB)

Avaliação dos pesos dos critérios Fuzzy TOPSIS Class

C_1	C_2	C_3	C_4
I	IM	IM	I



C_1 : Capacitação em GQ;
 C_2 : Resolução de problemas;
 C_3 : Entregas corretas;
 C_4 : Saúde financeira.



Termos Linguísticos
Nada importante (NI)
Pouco importante (PI)
Importância média (IM)
Importante (I)
Muito importante (MI)

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class

Matriz de decisão *fuzzy* \tilde{D} para as pontuações das alternativas:

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	(7,5; 10; 10)	(7,5; 10; 10)	(7,5; 10; 10)	(7,5; 10; 10)
S_2	(5; 7,5; 10)	(5; 7,5; 10)	(5; 7,5; 10)	(5; 7,5; 10)
S_3	(2,5; 5,0; 7,5)	(2,5; 5,0; 7,5)	(2,5; 5,0; 7,5)	(2,5; 5,0; 7,5)
S_4	(0; 2,5; 5,0)	(0; 2,5; 5,0)	(0; 2,5; 5,0)	(0; 2,5; 5,0)
S_5	(0; 0; 2,5)	(0; 0; 2,5)	(0; 0; 2,5)	(0; 0; 2,5)
S_6	(7,5; 10; 10)	(0; 2,5; 5)	(5; 7,5; 10)	(7,5; 10; 10)
S_7	(7,5; 10; 10)	(0; 0; 2,5)	(5; 7,5; 10)	(7,5; 10; 10)
S_8	(0; 2,5; 5)	(5; 7,5; 10)	(5; 7,5; 10)	(5; 7,5; 10)
S_9	(5; 7,5; 10)	(0; 0; 2,5)	(0; 2,5; 5,0)	(7,5; 10; 10)

Passos do Fuzzy TOPSIS class

1. Montar um vetor *fuzzy* \tilde{W} para o peso dos critérios:

$$\begin{matrix} & \text{C1} & \text{C2} & \text{C3} & \text{C4} \\ \left[\begin{matrix} (0,6; 0,8; 1,0) & (0,4; 0,6; 0,8) & (0,4; 0,6; 0,8) & (0,6; 0,8; 1,0) \end{matrix} \right] \end{matrix}$$

Agregação de julgamentos

- Quando houver mais de um decisor, agregar os valores linguísticos:

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{1}{K} [\tilde{x}_{ij}^1 + \tilde{x}_{ij}^r + \dots + \tilde{x}_{ij}^k] \quad \tilde{w}_j = \frac{1}{K} [\tilde{w}_j^1 + \tilde{w}_j^2 + \dots + \tilde{w}_j^k]$$

\tilde{x}_{ij}^r : avaliação da alternativa A_i ($i=1,\dots,n$), em relação ao critério C_j ($j=1,\dots,m$), dado pelo tomador de decisão DM_r ($r=1,\dots,k$);

\tilde{w}_j^r : peso do critério, dado por cada DM_r .

Passos do Fuzzy TOPSIS Class

Normalizar a matriz \tilde{D} usando uma escala de transformação linear. A matriz normalizada \tilde{R} é dada pelas equações abaixo

$$\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n}$$

No nosso exemplo

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{l_{ij}}{u_j^+}, \frac{m_{ij}}{u_j^+}, \frac{u_{ij}}{u_j^+} \right), \quad u_j^+ = \max_i u_{ij} \text{ (critérios de benefício)}$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{l_j^-}{u_{ij}}, \frac{l_j^-}{m_{ij}}, \frac{l_j^-}{l_{ij}} \right), \quad l_j^- = \min_i l_{ij} \text{ (critérios de custo)}$$

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class

MATRIZ DE JULGAMENTOS NORMALIZADA

	C1			C2			C3			C4		
	l	m	u	l	m	u	l	m	u	l	m	u
S1	0,75	1	1	0,75	1	1	0,75	1,00	1,00	0,75	1	1
S2	0,5	0,75	1	0,5	0,75	1	0,50	0,75	1,00	0,5	0,75	1
S3	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,50	0,75	0,25	0,5	0,75
S4	0	0,25	0,5	0	0,25	0,5	0,00	0,25	0,50	0	0,25	0,5
S5	0	0	0,25	0	0	0,25	0,00	0,00	0,25	0	0	0,25
S6	0,75	1	1	0	0,25	0,5	0,50	0,75	1,00	0,75	1	1
S7	0,75	1	1	0	0	0,25	0,50	0,75	1,00	0,75	1	1
S8	0	0,25	0,5	0,5	0,75	1	0,50	0,75	1,00	0,5	0,75	1
S9	0,5	0,75	1	0	0	0,25	0,00	0,25	0,50	0,75	1	1

Passos do Fuzzy TOPSIS Class

Matriz normalizada e ponderada \tilde{V}

$$\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n}$$

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} * \tilde{w}_j$$

\tilde{r}_{ij} : elementos da matriz normalizada;

\tilde{w}_j : pesos dos critérios;

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class

MATRIZ DE JULGAMENTOS NORMALIZADA E PONDERADA

	C1			C2			C3			C4		
	l	m	u	l	m	u	l	m	u	l	m	u
S1	0,45	0,8	1	0,3	0,6	0,8	0,30	0,60	0,80	0,45	0,8	1
S2	0,3	0,6	1	0,2	0,45	0,8	0,20	0,45	0,80	0,3	0,6	1
S3	0,15	0,4	0,75	0,1	0,3	0,6	0,10	0,30	0,60	0,15	0,4	0,75
S4	0	0,2	0,5	0	0,15	0,4	0,00	0,15	0,40	0	0,2	0,5
S5	0	0	0,25	0	0	0,2	0,00	0,00	0,20	0	0	0,25
S6	0,45	0,8	1	0	0,15	0,4	0,20	0,45	0,80	0,45	0,8	1
S7	0,45	0,8	1	0	0	0,2	0,20	0,45	0,80	0,45	0,8	1
S8	0	0,2	0,5	0,2	0,45	0,8	0,20	0,45	0,80	0,3	0,6	1
S9	0,3	0,6	1	0	0	0,2	0,00	0,15	0,40	0,45	0,8	1

Passos do Fuzzy TOPSIS Class

6. Definir a solução ideal positiva *fuzzy* (FPIS, A^+) e a solução ideal negativa (FNIS, A^-) para cada Classe:

- Para a classe p :

$$A_p^+ = \{\tilde{v}_{p1}^+, \tilde{v}_{pj}^+, \dots, \tilde{v}_{pm}^+\}, \quad \tilde{v}_j^+ = \tilde{q}_{pj}$$

Onde \tilde{q}_{pj} é o perfil da classe p (normalizada e ponderada) para o critério C_j .

$$A_p^- = \{\tilde{v}_{p1}^-, \tilde{v}_{pj}^-, \dots, \tilde{v}_{pm}^-\}, \quad \tilde{v}_j^- = \tilde{q}'_{pj}$$

Onde \tilde{q}'_{pj} é o perfil da classe mais distante de p (normalizada e ponderada) para o critério C_j

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class - $A_{preferível}^+$

Para a classe preferível, seu perfil é:

Classe	C1	C2	C3	C4
Preferível	MB (7,5; 10; 10)	B (5,0; 7,5; 10)	B (5,0; 7,5; 10)	MB (7,5; 10; 10)

O perfil da classe Preferível normalizado é:

Classe	C1	C2	C3	C4
Preferível	(0,75; 1; 1)	(0,5; 0,75; 1)	(0,5; 0,75; 1)	(0,75; 1; 1)

$$C_{ij} = \left(\frac{l_{ij}}{u_j^+}, \frac{m_{ij}}{u_j^+}, \frac{u_{ij}}{u_j^+} \right),$$

$$u_j^+ = \max_i u_{ij} \text{ (da matriz de dados)}$$

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class- $A_{preferível}^+$

Classe	C1	C2	C3	C4
Preferível	(0,75; 1; 1)	(0,5; 0,75; 1)	(0,5; 0,75; 1)	(0,75; 1; 1)

← Perfil normalizado

X

$$0,75 * 0,6 \quad \left[\begin{array}{cccc} (0,6; 0,8; 1,0) & (0,4; 0,6; 0,8) & (0,4; 0,6; 0,8) & (0,6; 0,8; 1,0) \end{array} \right]$$

← Vetor de pesos

C1	C2	C3	C4
(0,45; 0,8; 1)	(0,2; 0,45; 0,8)	(0,2; 0,45; 0,8)	(0,45; 0,8; 1)

A Solução ideal positiva para a classe preferível é:

$$A_{preferível}^+ = \left[\begin{array}{cccc} \text{C1} & \text{C2} & \text{C3} & \text{C4} \\ (0,45; 0,8; 1) & (0,2; 0,45; 0,8) & (0,2; 0,45; 0,8) & (0,45; 0,8; 1) \end{array} \right]$$

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class - $A_{preferível}^-$

A classe mais distante da classe preferível é:



Classe	C1	C2	C3	C4
Preferível	MB	B	B	MB
Aceitável	B	M	M	B
Inaceitável	R	R	MR	M

Classe	C1	C2	C3	C4
Inaceitável	(0; 2,5; 5,0)	(0; 2,5; 5,0)	(0; 0; 2,5)	(2,5; 5,0; 7,5)

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class- $A_{preferível}^-$

C1	C2	C3	C4
(0; 0,25; 0,5)	(0; 0,25; 0,5)	(0; 0; 0,25)	(0,25; 0,5; 0,75)

← Perfil da classe mais distante, normalizado

$$\begin{matrix}
 & & 0,25 * 0,8 & & \\
 & & \times & & \\
 \left[\begin{matrix} (0,6; 0,8; 1,0) & (0,4; 0,6; 0,8) & (0,4; 0,6; 0,8) & (0,6; 0,8; 1,0) \end{matrix} \right]
 \end{matrix}$$

← Vetor de pesos

C1	C2	C3	C4
(0; 0,2; 0,5)	(0; 0,15; 0,4)	(0; 0; 0,2)	(0,15; 0,4; 0,75)

← Normalizado e ponderado



$$A_{preferível}^- = \begin{matrix} & \text{C1} & \text{C2} & \text{C3} & \text{C4} \\ \left[\begin{matrix} (0; 0,2; 0,5) & (0; 0,15; 0,4) & (0; 0; 0,2) & (0,15; 0,4; 0,75) \end{matrix} \right] \end{matrix}$$

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class - $A_{aceitável}^+$

Classe aceitável:

Classe	C1	C2	C3	C4
Aceitável	(5; 7,5; 10)	(2,5; 5; 7,5)	(2,5; 5; 7,5)	(5,0; 7,5; 10)

Normalizada



C1	C2	C3	C4
(0,5; 0,75; 1)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,25; 0,5; 0,75)	(0,5; 0,75; 1)

0,5*0,6

Vetor de pesos



(0,6; 0,8; 1,0) (0,4; 0,6; 0,8) (0,4; 0,6; 0,8) (0,6; 0,8; 1,0)

Normalizada e ponderada



$A_{aceitável}^+$ =

(0,3; 0,6; 1) (0,1; 0,3; 0,6) (0,1; 0,3; 0,6) (0,3; 0,6; 1)

C1

C2

C3

C4

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class - $A_{aceitável}^-$

Mais distante da classe aceitável:



Classe	C1	C2	C3	C4
Inaceitável	(0; 2,5; 5,0)	(0; 2,5; 5,0)	(0; 0; 2,5)	(2,5; 5,0; 7,5)

Normalizada



C1	C2	C3	C4
(0; 0,25; 0,5)	(0; 0,25; 0,5)	(0; 0; 0,25)	(0,25; 0,5; 0,75)

0,25*0,8

Vetor de pesos



$\left[(0,6; 0,8; 1,0) \quad (0,4; 0,6; 0,8) \quad (0,4; 0,6; 0,8) \quad (0,6; 0,8; 1,0) \right]$

Normalizada e ponderada



$A_{aceitável}^- =$

$\left[\begin{array}{cccc} \text{C1} & \text{C2} & \text{C3} & \text{C4} \\ (0; 0,2; 0,5) & (0; 0,15; 0,4) & (0; 0; 0,2) & (0,15; 0,4; 0,75) \end{array} \right]$

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class - $A_{inaceitável}^+$

Classe inaceitável:

Classe	C1	C2	C3	C4
Inaceitável	(0; 2,5; 5,0)	(0; 2,5; 5,0)	(0; 0; 2,5)	(2,5; 5,0; 7,5)

Normalizada



C1	C2	C3	C4
(0; 0,25; 0,5)	(0; 0,25; 0,5)	(0; 0; 0,25)	(0,25; 0,5; 0,75)

0,25*0,8

Vetor de pesos



$\left[(0,6; 0,8; 1,0) \quad (0,4; 0,6; 0,8) \quad (0,4; 0,6; 0,8) \quad (0,6; 0,8; 1,0) \right]$

Normalizada e ponderada



$$A_{inaceitável}^+ = \left[\begin{array}{cccc} \text{C1} & \text{C2} & \text{C3} & \text{C4} \\ (0; 0,2; 0,5) & (0; 0,15; 0,4) & (0; 0; 0,2) & (0,15; 0,4; 0,75) \end{array} \right]$$

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class - $A_{inaceitável}^-$

Mais distante da classe inaceitável:



Classe	C1	C2	C3	C4
Preferível	(7,5; 10; 10)	(5,0; 7,5; 10)	(5,0; 7,5; 10)	(7,5; 10; 10)

Normalizada



C1	C2	C3	C4
(0,75; 1; 1)	(0,5; 0,75; 1)	(0,5; 0,75; 1)	(0,75; 1; 1)

0,75*0,6

Vetor de pesos



(0,6; 0,8; 1,0) (0,4; 0,6; 0,8) (0,4; 0,6; 0,8) (0,6; 0,8; 1,0)

Normalizada e ponderada



$$A_{inaceitável}^- = \begin{matrix} & \text{C1} & \text{C2} & \text{C3} & \text{C4} \\ \begin{matrix} (0,45; 0,8; 1) & (0,2; 0,45; 0,8) & (0,2; 0,45; 0,8) & (0,45; 0,8; 1) \end{matrix} \end{matrix}$$

Exemplo - A^+ e A^- para as diferentes classes

SOLUÇÃO IDEAL POSITIVA (A^+) E NEGATIVA (A^-) Classe Preferível

A^+	0,45	0,8	1	0,2	0,45	0,8	0,2	0,45	0,8	0,45	0,8	1
A^-	0	0,2	0,5	0	0,15	0,4	0	0	0,2	0,15	0,4	0,75

SOLUÇÃO IDEAL POSITIVA (A^+) E NEGATIVA (A^-) Classe Aceitável

A^+	0,3	0,6	1	0,1	0,3	0,6	0,1	0,3	0,6	0,3	0,6	1
A^-	0	0,2	0,5	0	0,15	0,4	0	0	0,2	0,15	0,4	0,75


SOLUÇÃO IDEAL POSITIVA (A^+) E NEGATIVA (A^-) Classe Inaceitável

A^+	0	0,2	0,5	0	0,15	0,4	0	0	0,2	0,15	0,4	0,75
A^-	0,45	0,8	1	0,2	0,45	0,8	0,2	0,45	0,8	0,45	0,8	1

Passos do Fuzzy TOPSIS class

7. **Para cada uma das classes**, calcular a distância D_i^+ entre os valores de FPIS e as pontuações das alternativas da matriz ponderada.


$$D_i^+ = \sum_{j=1}^n d_v(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{pj}^+)$$


$$d_v(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{pj}^+) = \sqrt{\frac{1}{3} [(l_{ij} - l_{v_{pj}^+})^2 + (m_{ij} - m_{v_{pj}^+})^2 + (u_{ij} - u_{v_{pj}^+})^2]}$$

Passos do Fuzzy TOPSIS class

7. Analogamente, **para cada uma das classes**, calcular a distância D_i^- .

$$D_i^- = \sum_{j=1}^n d_v(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{pj}^-)$$


$$d_v(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{pj}^-) = \sqrt{\frac{1}{3} [(l_{ij} - l_{v_{pj}^-})^2 + (m_{ij} - m_{v_{pj}^-})^2 + (u_{ij} - u_{v_{pj}^-})^2]}$$

Exemplo – distância D_i^+ para a classe preferível

$$A_{preferível}^+ = \left[(0,45; 0,8; 1) \quad (0,2; 0,45; 0,8) \quad (0,2; 0,45; 0,8) \quad (0,45; 0,8; 1) \right]$$

$$d_v(\tilde{v}_{12}, \tilde{v}_{p1}^+) = \sqrt{\frac{1}{3} [(0,3 - 0,2)^2 + (0,6 - 0,45)^2 + (0,8 - 0,8)^2]}$$

	C1			C2			C3			C4		
	l	m	u	l	m	u	l	m	u	l	m	u
S1	0,45	0,8	1	0,3	0,6	0,8	0,30	0,60	0,80	0,45	0,8	1
S2	0,3	0,6	1	0,2	0,45	0,8	0,20	0,45	0,80	0,3	0,6	1
S3	0,15	0,4	0,75	0,1	0,3	0,6	0,10	0,30	0,60	0,15	0,4	0,75
S4	0	0,2	0,5	0	0,15	0,4	0,00	0,15	0,40	0	0,2	0,5
S5	0	0	0,25	0	0	0,2	0,00	0,00	0,20	0	0	0,25
S6	0,45	0,8	1	0	0,15	0,4	0,20	0,45	0,80	0,45	0,8	1
S7	0,45	0,8	1	0	0	0,2	0,20	0,45	0,80	0,45	0,8	1
S8	0	0,2	0,5	0,2	0,45	0,8	0,20	0,45	0,80	0,3	0,6	1
S9	0,3	0,6	1	0	0	0,2	0,00	0,15	0,40	0,45	0,8	1

Exemplo – distância D_i^- para a classe preferível

$$A_{preferível}^- = \left[(0; 0,2; 0,5) \quad (0; 0,15; 0,4) \quad (0; 0; 0,2) \quad (0,15; 0,4; 0,75) \right]$$

$$d_v(\tilde{v}_{12}, \tilde{v}_{p1}^-) = \sqrt{\frac{1}{3} [(0,3 - 0)^2 + (0,6 - 0,15)^2 + (0,8 - 0,4)^2]}$$

	C1			C2			C3			C4		
	l	m	u	l	m	u	l	m	u	l	m	u
S1	0,45	0,8	1	0,3	0,6	0,8	0,30	0,60	0,80	0,45	0,8	1
S2	0,3	0,6	1	0,2	0,45	0,8	0,20	0,45	0,80	0,3	0,6	1
S3	0,15	0,4	0,75	0,1	0,3	0,6	0,10	0,30	0,60	0,15	0,4	0,75
S4	0	0,2	0,5	0	0,15	0,4	0,00	0,15	0,40	0	0,2	0,5
S5	0	0	0,25	0	0	0,2	0,00	0,00	0,20	0	0	0,25
S6	0,45	0,8	1	0	0,15	0,4	0,20	0,45	0,80	0,45	0,8	1
S7	0,45	0,8	1	0	0	0,2	0,20	0,45	0,80	0,45	0,8	1
S8	0	0,2	0,5	0,2	0,45	0,8	0,20	0,45	0,80	0,3	0,6	1
S9	0,3	0,6	1	0	0	0,2	0,00	0,15	0,40	0,45	0,8	1

Distância D_i^+ e D_i^- para a classe Preferível

	D+	D-
S1	0,208	1,751
S2	0,289	1,371
S3	0,956	0,654
S4	1,663	0,348
S5	2,265	0,709
S6	0,311	1,291
S7	0,448	1,436
S8	0,665	0,963
S9	0,903	1,020

Distância D_i^+ e D_i^- para a classe Aceitável

	D+	D-
S1	0,765	1,751
S2	0,311	1,371
S3	0,408	0,654
S4	1,127	0,348
S5	1,751	0,709
S6	0,600	1,291
S7	0,739	1,436
S8	0,719	0,963
S9	0,594	1,020

Distância D_i^+ e D_i^- para a classe Inaceitável

	D+	D-
S1	1,751	0,208
S2	1,371	0,289
S3	0,654	0,956
S4	0,348	1,663
S5	0,709	2,265
S6	1,291	0,311
S7	1,436	0,448
S8	0,963	0,665
S9	1,020	0,903

Passos do Fuzzy TOPSIS Class

8. Calcular o Índice de Proximidade CC_i para cada alternativa **para cada classe**.


$$CC_i = \frac{D_i^-}{(D_i^+ + D_i^-)}$$


Exemplo Fuzzy TOPSIS Class


	Preferível		Aceitável		Inaceitável	
	D+	D-	D+	D-	D+	D-
S1	0,208	1,751	0,765	1,751	1,751	0,208
S2	0,289	1,371	0,311	1,371	1,371	0,289
S3	0,956	0,654	0,408	0,654	0,654	0,956
S4	1,663	0,348	1,127	0,348	0,348	1,663
S5	2,265	0,709	1,751	0,709	0,709	2,265
S6	0,311	1,291	0,600	1,291	1,291	0,311
S7	0,448	1,436	0,739	1,436	1,436	0,448
S8	0,665	0,963	0,719	0,963	0,963	0,665
S9	0,903	1,020	0,594	1,020	1,020	0,903

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class


	Preferível		Aceitável		Inaceitável	
	D+	D-	D+	D-	D+	D-
S1	0,208	1,751	0,765	1,751	1,751	0,208


$$CC_1^{Inac} = \frac{0,208}{(0,208 + 1,751)} = 0,106$$


$$CC_1^{Acei} = \frac{1,751}{(0,765 + 1,751)} = 0,696$$


$$CC_1^{Pref} = \frac{1,751}{(0,208 + 1,751)} = 0,894$$

Maior CC
determina
classificação



Exemplo Fuzzy TOPSIS Class

Fornecedor	CC Preferível	CC Aceitável	CC Inaceitável
S1	0,894	0,696	0,106
S2	0,826	0,815	0,174
S3	0,406	0,616	0,594
S4	0,173	0,236	0,827
S5	0,238	0,288	0,762
S6	0,806	0,683	0,194
S7	0,762	0,660	0,238
S8	0,592	0,573	0,408
S9	0,530	0,632	0,470



Preferível	Aceitável	Inaceitável
S1, S2, S6, S7, S8	S3, S9	S4, S5

Exemplo Fuzzy TOPSIS Class

Forn.	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	MB	MB	MB	MB
S_2	B	B	B	B
S_3	M	M	M	M
S_4	R	R	R	R
S_5	MR	MR	MR	MR
S_6	MB	R	B	MB
S_7	MB	MR	B	MB
S_8	R	B	B	B
S_9	B	MR	R	MB

Classes e perfis				
Classe	C1	C2	C3	C4
Preferível	MB	B	B	MB
Aceitável	B	M	M	B
Inaceitável	R	R	MR	M

Referência

Ferreira, L.; Borenstein, D.; Righi, M.; Almeida A. T. A fuzzy hybrid integrated framework for portfolio optimization in private banking. *Expert Systems with Applications*, 92 (2018), 350-362