

MAT0111 - Cálculo Diferencial e Integral I – 2023

RESPOSTAS DA LISTA 4

2. Determine os valores máximos e mínimos (caso existam) da função no intervalo dado.

- (a) Máximo Global em $x = -2$, com $f(-2) = 7$, Mínimo Global em $x = 3$, com $f(3) = -\frac{87}{4}$;
- (b) Máximo Global em $x = 1$, com $f(1) = 0$, Mínimo Global em $x = -2$, com $f(-2) = -27$;
- (c) Máximo Global em $x = 3$, com $f(3) = 27$, Mínimo Global em $x = 0$ e $x = 2$, com $f(0) = f(2) = 0$;
- (d) Máximo Global em $x = \frac{3\pi}{4}$ (135°), com $f(\frac{3\pi}{4}) = \sqrt{2}$, Mínimo Global em $x = 0$, com $f(0) = -1$;
- (e) Máximo Global em $x = 0$ e $x = 2$, com $f(0) = f(2) = 0$, Mínimo Global em $x = -1$, com $f(-1) = -\sqrt[3]{3}$;
- (f) Máximo Global em $x = \frac{4}{3}$, com $f(\frac{4}{3}) = \frac{-27}{32}$, não existe mínimo global. Aqui vale a pena notar que esse é o único item em que não existe mínimo global. Isso ocorre pois quando o intervalo é aberto, como nesse caso, nem sempre existirão máximos ou mínimos globais. Para intervalos fechados, como nos outros itens, o Teorema de Weierstrass garante a existência tanto de máximo quanto de mínimo globais.

4. Para quais valores de k a equação $2x^3 - 9x^2 + 12x = k$ tem três raízes reais distintas?

R: $4 < k < 5$

5. Determine as dimensões do retângulo de área máxima cujo perímetro é $2p$.

R: Ambos os lados têm comprimento $p/2$.

6. Qual é o retângulo de maior área que pode ser inscrito num círculo de raio r ?

R: Ambos os lados têm comprimento $\sqrt{2}r$.

8. Deseja-se construir uma caixa, de forma cilíndrica, de $1m^3$ de volume. Nas laterais e no fundo será utilizado material que custa R\$ 10 o metro quadrado e na tampa, material de R\$ 20 o metro quadrado. Determine as dimensões da caixa que minimizem o custo do material empregado.

R: $r = \frac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}$, $h = \frac{1}{\pi}(3\pi)^{2/3}$, onde r é o raio da base e h é a altura do cilindro.

9. Um fazendeiro tem 24 metros de cerca e quer cercar um campo retangular que tem fronteira com um rio (ou seja, só precisa cercar três lados). Quais são as dimensões do campo para que a área seja máxima?

R: $x = 6m$, $y = 12m$, onde y é o lado do retângulo paralelo ao rio (ou seja, o retângulo tem, além do rio, dois lados de comprimento x e um lado de comprimento y).

10. Um retângulo tem sua base no eixo x e seus vértices superiores sobre a parábola $y = 12 - x^2$. Desses retângulos, quais as dimensões do que tem maior área?

R: Os lados têm comprimento 4 (base indo de $x = -2$ a $x = 2$) e 8.

11. Determine a altura do cone circular reto, de volume máximo, inscrito na esfera de raio R dado.

R: $h = \frac{4}{3}R$