



# Desempenho de Aeronaves

---

# Voo nivelado

---

## Definições

**Velocidade de cruzeiro:** Velocidade em voo reto e nivelado que recebe várias denominações conforme o regime de potência utilizado.

- **Velocidade de cruzeiro máximo:** Velocidade de cruzeiro obtida com o ajuste de potência máxima de cruzeiro;
- **Velocidade de cruzeiro de longo alcance:** Velocidade de cruzeiro, na qual o alcance específico é 99% do alcance específico máximo;
- **Velocidade de cruzeiro de alcance máximo:** Velocidade de cruzeiro na qual o alcance específico é máximo;
- **Velocidade de máxima autonomia:** Velocidade de cruzeiro na qual o consumo de combustível é mínimo.

**Consumo de combustível:** Fluxo de combustível (massa ou volume) medido sob vários critérios:

- **Consumo horário:** Medida de combustível em termos de massa por unidade de tempo;
- **Consumo específico:** Consumo de combustível em termos de massa consumida por distância percorrida;

**Alcance:** Distância que pode ser percorrida pela aeronave em determinadas condições de voo.

**Alcance específico:** Distância que a aeronave pode percorrer por unidade de massa de combustível, em determinadas condições de voo.

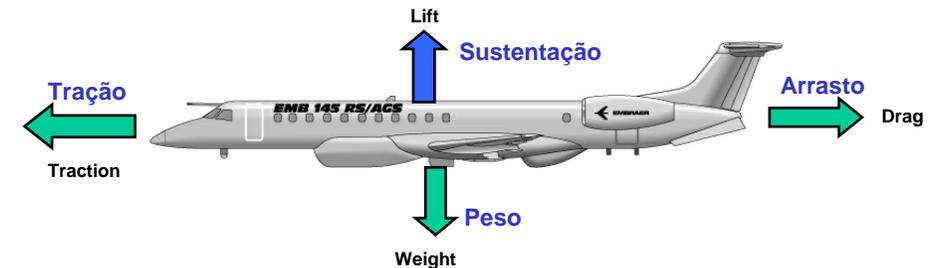
**Autonomia:** Medida da capacidade da aeronave manter-se em voo com uma determinada quantidade de combustível.

# Voo nivelado

Equações básicas para voo nivelado

$$\begin{aligned} \sum F_H = 0 \mapsto T - D = 0 \\ \sum F_V = 0 \mapsto L - W = 0 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \frac{T}{W} = \frac{1}{L/D} = \frac{1}{E} \mapsto T_R = \frac{W}{E}$$

Onde:  $T_R$  é o empuxo necessário.



Das equações acima, pode-se concluir que o menor empuxo necessário ocorre na condição de melhor eficiência aerodinâmica ( $E$ ).  $E_{\max}$  pode ser obtido da seguinte forma (similar ao visto para voo planado):

$$\frac{dE}{dC_L} = \frac{d}{dC_L} \left[ \frac{C_L}{C_{D_0} + KC_L^2} \right] = 0 \quad \frac{C_{D_0} + KC_L^2 - C_L(2KC_L)}{(C_{D_0} + KC_L^2)^2} = 0 \Rightarrow C_{D_0} - KC_L^2 \therefore C_{L_{E_{\max}}} = \sqrt{\frac{C_{D_0}}{K}}$$

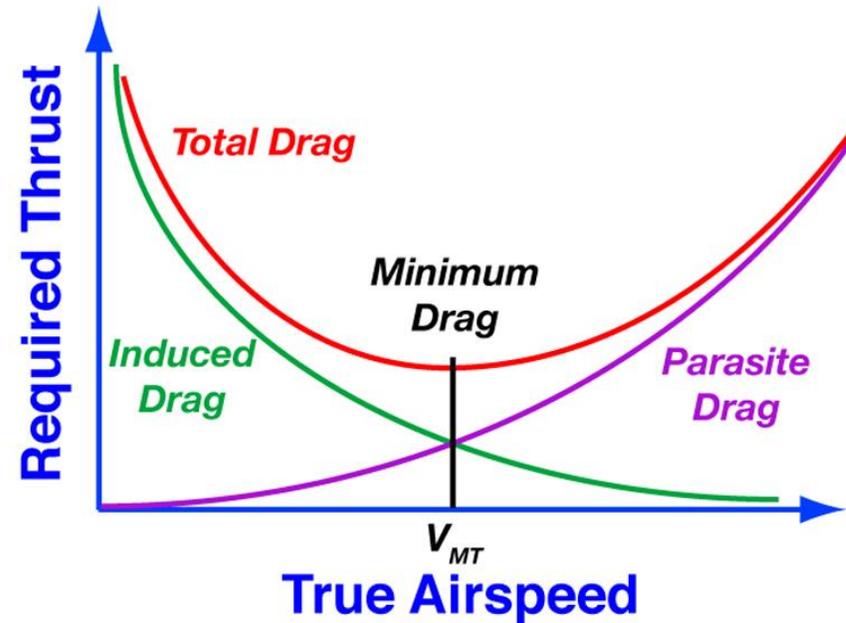
# Voo nivelado

Equações básicas para voo nivelado

Substituindo na polar de arrasto:

$$C_D = C_{D_0} + KC_{L_{Emax}} \Rightarrow C_{D_{Emax}} = 2C_{D_0}$$

$$Emax = \frac{1}{2\sqrt{C_{D_0}K}}$$



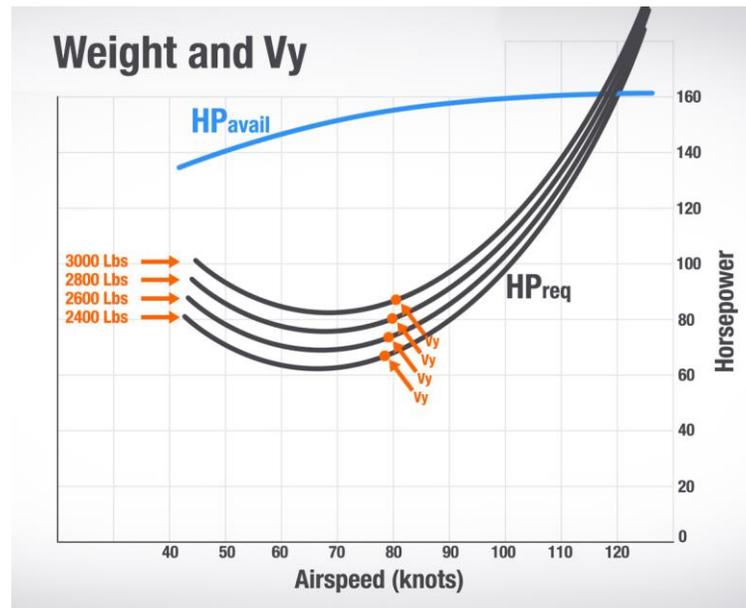
O empuxo mínimo necessário ocorre quando o arrasto induzido é igual ao arrasto parasita.

# Voo nivelado

No regime subsônico, voar com CL constante, equivale a voar com ângulo de ataque constante. O CL não pode ser medido diretamente em voo, mas pode ser estimado conhecendo o AoA, densidade do ar velocidade e peso.

Com o consumo de combustível, o peso da aeronave diminui, e o empuxo necessário também diminui. Segue que a velocidade correspondente ao mínimo empuxo necessário também diminui.

$$V_{E_{max}} = \sqrt{\frac{2W}{\sigma \rho_0 S}} \sqrt[4]{\frac{K}{C_{D_0}}}$$



O efeito da redução do peso tem pouco efeito para a curva de empuxo necessário na parte de alta velocidade.

# Voo nivelado

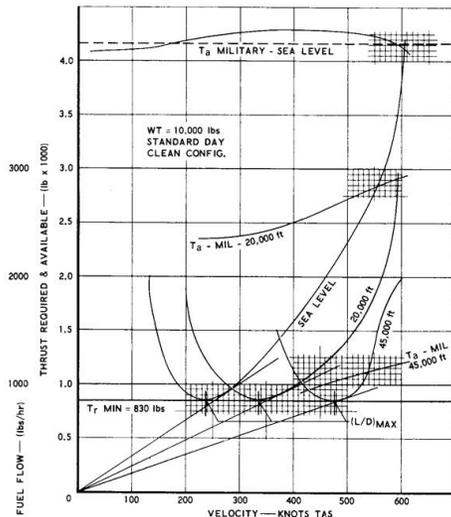
Combinado as equações de equilíbrio, sustentação e polar de arrasto, chega-se a:

$$T_R = \frac{1}{2} \sigma \rho_0 V^2 S C_{D_0} + \frac{2KW^2}{\frac{1}{2} \sigma \rho_0 V^2 S}$$

↑  
Arrasto parasita

↑  
Arrasto induzido

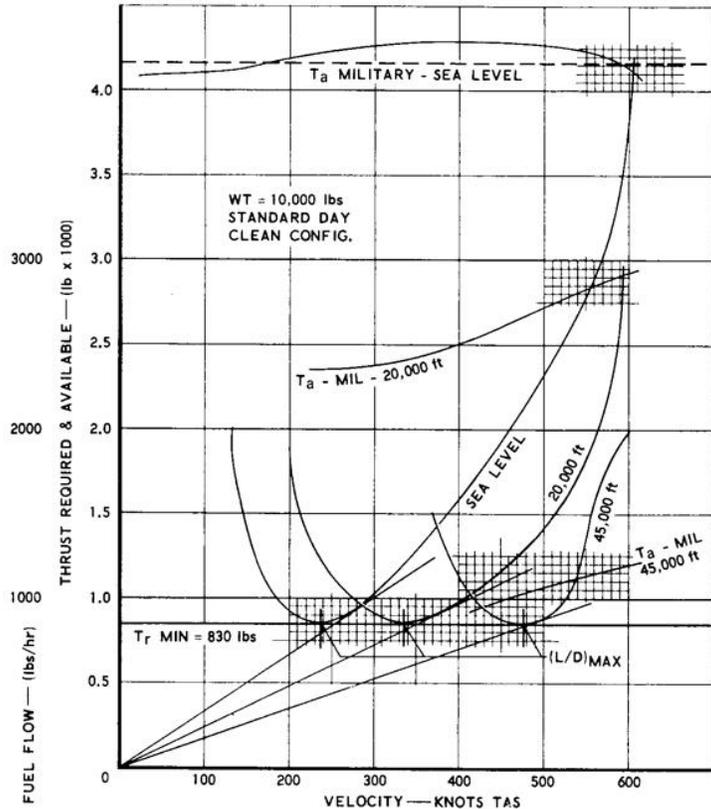
V aumenta, arrasto parasita aumenta, e o arrasto induzido diminui.



Para um dado peso,  $T_{Rmin}$  é independente da altitude, uma vez que a aeronave estará voando com  $E_{max}$ , mas a velocidade para esse mínimo é diferente..

# Voo nivelado

Observando a figura abaixo, observa-se que o teto absoluto de uma aeronave acontece quando o empuxo disponível é igual ao empuxo necessário ( $T_A=T_R$ ). Nessas condições, a densidade do ar é determinada como:



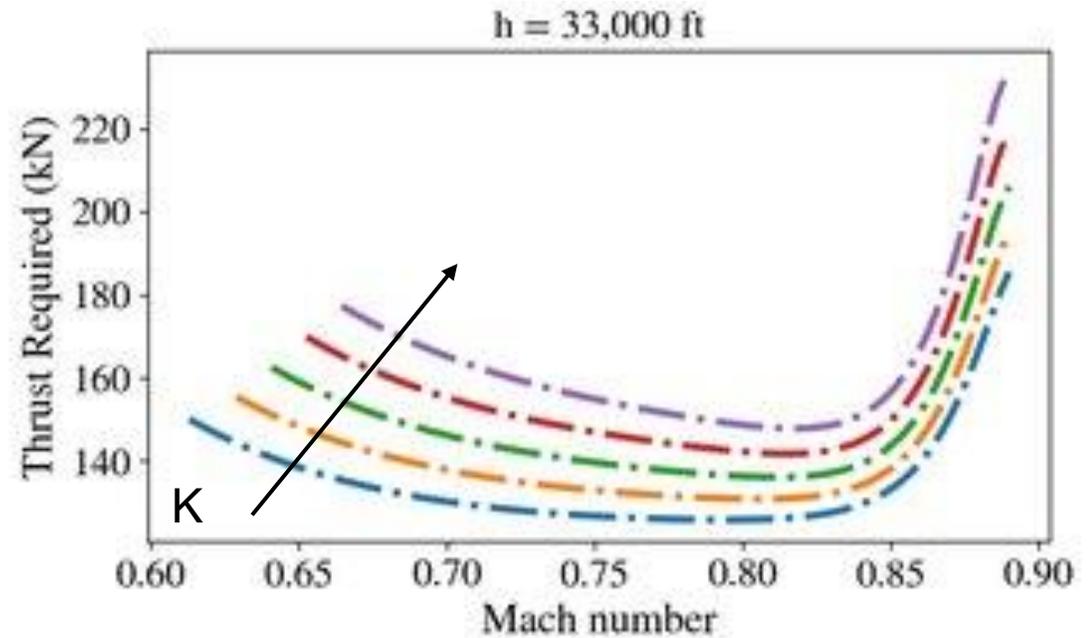
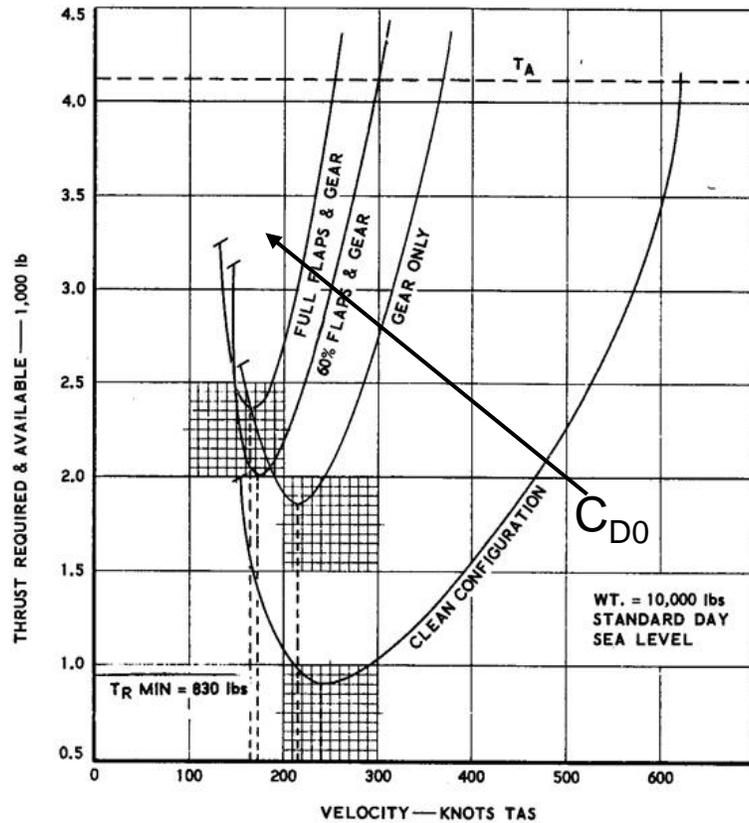
$$\sigma_{absoluto} = \left( \frac{1}{E_{max} \left( \frac{T_A}{W} \right)_0} \right)^{\frac{1}{0.7}}$$

Para  $H_p < 36089$  ft

$$\sigma_{absoluto} = \frac{1}{E_{max} \left( \frac{T_A}{W} \right)_0}$$

Para  $H_p \geq 36089$  ft

# Voo nivelado



# Voo nivelado

---

Na parte esquerda das curvas apresentadas no slide anterior (baixa velocidade), a aeronave pode ter potencia suficiente para vencer o arrasto, porém essa potencia pode não ser suficiente para manter o voo nivelado ( $C_L > C_{LMAX}$ ).

A velocidade de estol sem potencia é definida como:

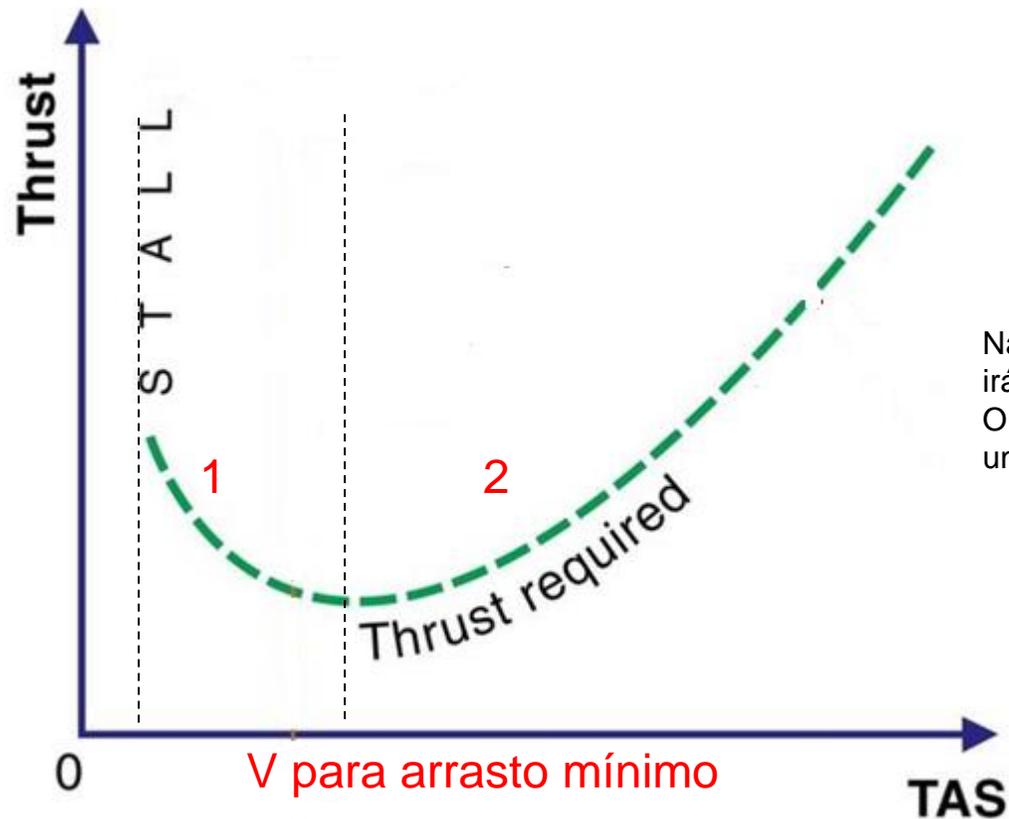
$$V_S = \sqrt{\frac{2W}{\sigma \rho_0 S C_{L_{max}}}}$$

Já a velocidade de estol com potência é obtida considerando  $\alpha$  e conhecendo o  $C_{LMAX}$ .

$$V_{SP0} = \sqrt{\frac{2(W - T \sin \alpha)}{\sigma \rho_0 S C_{L_{max}}}}$$

Sobrepondo o limite de estol nas curvas de empuxo necessário, define-se duas regiões. Uma região abaixo da velocidade de menor empuxo, e outra acima.

# Voo nivelado



Na região 1, uma diminuição da velocidade irá aumentar a potência necessária para manter o voo nivelado (Back Thrust). O uso de speed brakes, ou baixar o trem de pouso, resulta (obviamente) em uma diminuição (aumento da velocidade de estol) dessa região.

# Voo nivelado

---

Sendo a potência necessária o produto da força de arrasto pela velocidade, tem-se:

$$P_R = DV = \left( W \frac{C_D}{C_L} \right) \sqrt{\frac{2W}{\sigma \rho_0 S C_L}} = \sqrt{\frac{2W^3}{\sigma \rho_0 S}} \left( \frac{C_D}{C_L^{\frac{3}{2}}} \right)$$

A potencia necessária mínima ocorre para  $\left( \frac{C_L^{\frac{3}{2}}}{C_D} \right)$  máximo.

$$\frac{\partial}{\partial C_L} \left( \frac{C_L^{\frac{3}{2}}}{C_D} \right) = 0 \Rightarrow K C_L^2 = 3 C_{D_0} \quad \longrightarrow \quad C_{L_{minPower}} = \sqrt{3} C_{L_{Emax}} \quad C_{D_{minPower}} = 4 C_{D_0}$$

$$E_{minPower} = \sqrt{\frac{3}{4}} E_{max}$$

Voo na condição de mínima potencia, ocorre em uma velocidade menor que a de arrasto mínimo.

# Voo nivelado

---

Reescrevendo a equação de potencia necessária:

$$P_R = DV = \frac{1}{2}\sigma\rho_0V^3SC_{D_0} + \frac{2KW^2}{\sigma\rho_0VS}$$

A potencia necessária para sustentação nula aumenta com o cubo da velocidade. Fator importante para o limite superior de velocidade para aeronaves a pistão (eficiência da hélice também é um limitante para essas aeronaves).

Aeronaves a Jato  $T \approx \text{constante}$ ;

Aeronaves a pistão  $P \approx \text{constnte}$ .

# Voo nivelado

---

Envelope de voo

As velocidades máximas e mínimas de uma aeronave em voo de cruzeiro, para uma dada altitude, dado peso, temperatura e regime do motor, são obtidas pelas curvas de empuxo necessário e empuxo disponível.

$$T_A = T_R = \frac{1}{2}\sigma\rho_0V^2SC_D = \frac{1}{2}\sigma\rho_0V^2S(C_{D_0} + KC_L^2)$$

$$T_A = \frac{1}{2}\sigma\rho_0V^2S \left[ C_{D_0} + K \left( \frac{W}{\frac{1}{2}\sigma\rho_0V^2S} \right)^2 \right]$$

$$T_A = \frac{1}{2}\sigma\rho_0V^2SC_{D_0} + \frac{KW^2}{\frac{1}{2}\sigma\rho_0V^2S}$$

# Voo nivelado

---

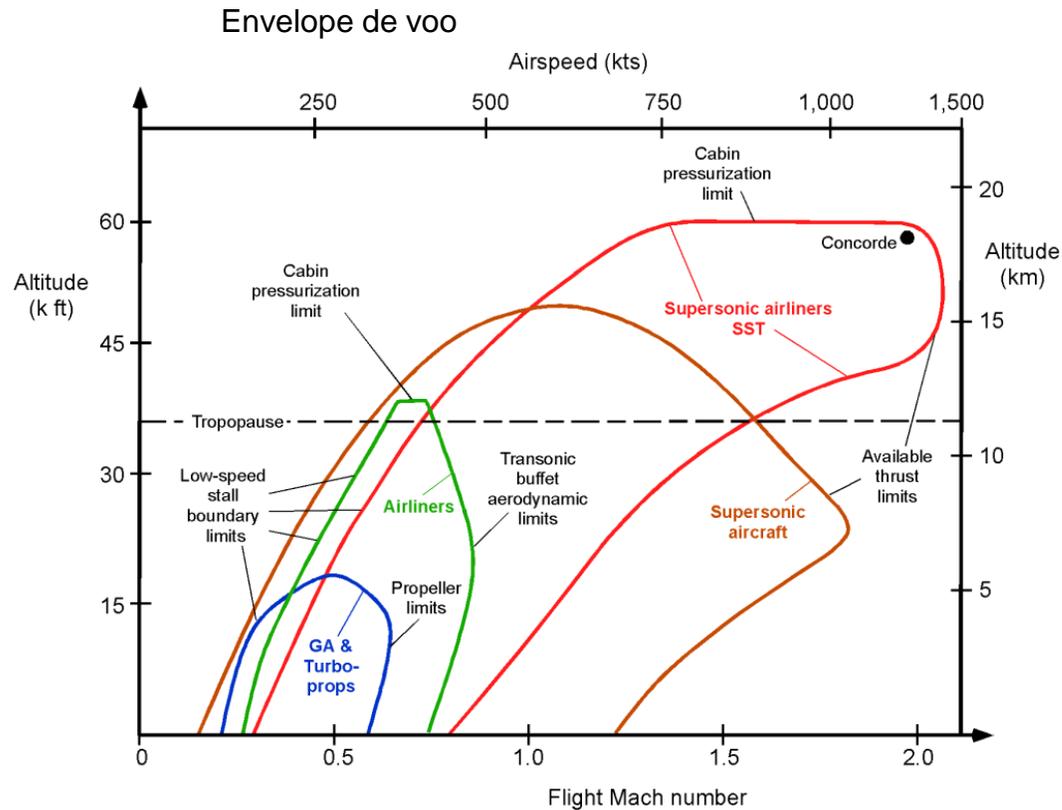
Envelope de voo

$$\frac{1}{2}\sigma\rho_0V^4SC_{D_0} - T_A V^2 + \frac{KW^2}{\frac{1}{2}\sigma\rho_0S} = 0$$

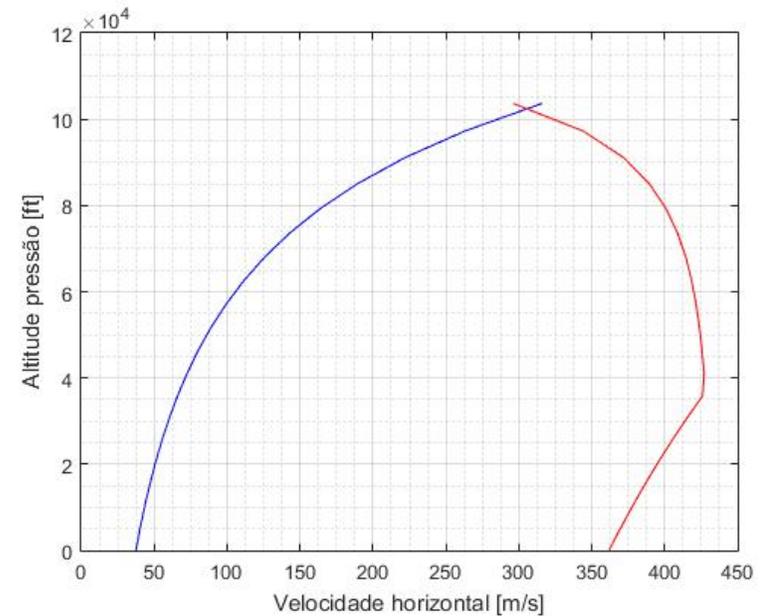
$$V^2 = \frac{T_A \pm \sqrt{T_A^2 - 4C_{D_0}KW^2}}{\sigma\rho_0SC_{D_0}} \therefore V = \sqrt{\frac{\frac{T_A}{S}}{\sigma\rho_0C_{D_0}} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4KC_{D_0}}{\frac{T_A}{W}}} \right]}$$

A velocidade mínima é calculada com o sinal negativo e a máxima com o positivo. Tanto a velocidade mínima absoluta e a máxima, são obtidas com potência máxima.

# Voo nivelado



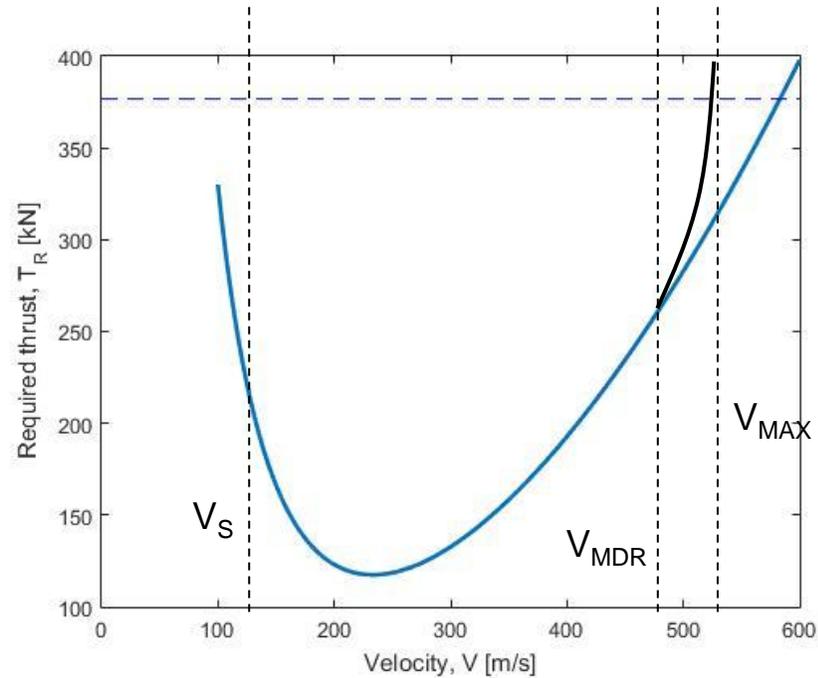
Abaixo o envelope de voo da aeronave do exercício de subida!



A velocidade máxima pode ser limitada por efeitos de compressibilidade

# Voo nivelado

Envelope de voo

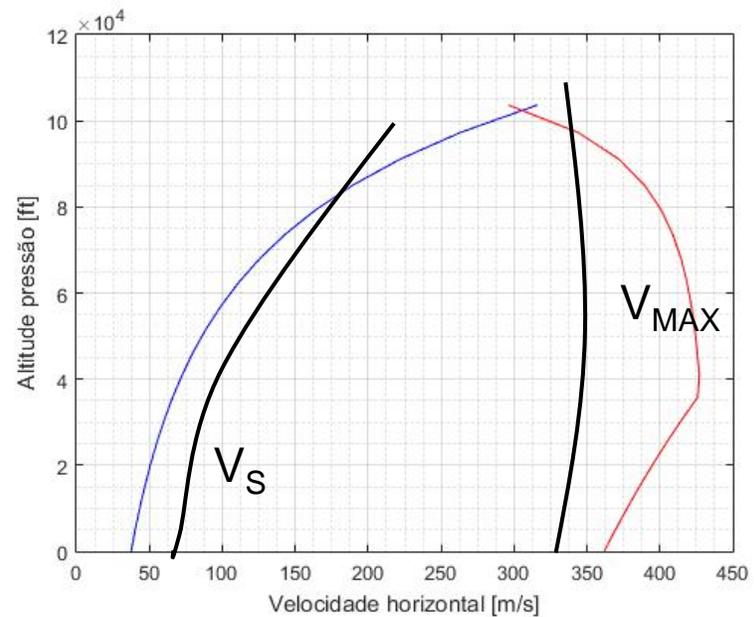


Conhecendo como  $C_{D0}$  e  $K$  variam com DR (Drag Raise), através de um processo iterativo, é possível determinar a velocidade máxima para uma dada altitude.

# Voo nivelado

Envelope de voo

Considerando a velocidade de estol e os efeitos de compressibilidade, o gráfico de  $H_p$  vs  $V$  fica:



# Voo nivelado

---

Para o caso de aeronaves com motor a pistão, a potência disponível é função do SHP (Shaft Horse Power) e da eficiência da hélice.

$$SHP = f(h)$$

$$\eta_P = f(rpm, V, M)$$

$$\frac{P_A}{W} = \eta_P \frac{SHP}{W}$$

$$V_{MaxPower} = \sqrt{\frac{2W}{\sigma \rho_0 S}} \sqrt[4]{\frac{K}{3C_{D0}}} = \sqrt[4]{\frac{1}{3}} V_{E_{max}}$$

Portanto:

$$\left(\frac{P_R}{W}\right)_{min} = \frac{V_{MaxPower}}{\sqrt{\frac{3}{4}} E_{max}} \quad P_{RMIN} \text{ aumenta com a altitude pressão.}$$

# Voo nivelado

---

Teto absoluto para aeronaves a pistão:

$$P_A = P_R \Rightarrow P_{A_{Max}} = \frac{WV_{MaxPower}}{E_{MaxPower}}$$

Para o caso de uma aeronave sem turbo:

$$\sigma_{CeilingAbsolute} = \begin{cases} \left[ \frac{WV_{MaxPower}}{\eta_P P_{A0Max} E_{MaxPower} \sqrt{\sigma_{CeilingAbsolute}}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_{CeilingAbsolute}}} \right]^{0.765} & H_P \leq 36089 ft \\ \left[ \frac{WV_{MaxPower}}{\eta_P P_{A0Max} E_{MaxPower} \sqrt{\sigma_{CeilingAbsolute}}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_{CeilingAbsolute}}} \right] & H_P > 36089 ft \end{cases}$$

# Voo nivelado

---

Alcance

Sabendo que  $V=dx/dt$  e assumindo que a diminuição de peso é diretamente proporcional ao tempo:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -SFC_T T$$

O alcance específico é obtido combinando as duas equações anteriores com  $T_R=W/E$ :

$$-\frac{\partial x}{\partial W} = \frac{V}{SFC_T T} = \frac{VE}{SFC_T TW}$$

Definindo  $\Delta\xi = \frac{\Delta W_f}{W} = \frac{W_1 - W_2}{W_1}$  como sendo a razão de combustível gasto em uma parte da missão, pelo peso total da aeronave no início dessa parte da missão ( $W_1$ ).

A razão de massa (MR) pode ser definida como:  $MR = \frac{W_1}{W_2} = \frac{W_1}{W_1 - \Delta W_f} = \frac{1}{1 - \xi}$

# Voo nivelado

---

Alcance

Assumindo que o TSFC permanece constante durante um segmento do cruzeiro:

$$x = \frac{1}{SFC_T} \int_1^2 \frac{V}{D} dW$$

Antes de resolver a equação anterior, podemos fazer uma das 3 considerações abaixo:

1. Cruzeiro com velocidade e altitude constante
2. Cruzeiro com velocidade e  $C_L$  constante
3. Cruzeiro com altitude e  $C_L$  constante

A primeira consideração, é a mais confortável para os pilotos e órgãos de tráfico aéreo.!

# Voo nivelado

---

Alcance

Para a condição 1, temos:

$$x = -\frac{V}{SFC_T} \int_1^2 \frac{E}{W} dW = \frac{2E_{max}V}{SFC_T} \operatorname{atan} \left[ \frac{\xi E_1}{2E_{Max}(1 - KC_{L_1}E_1\xi)} \right]$$

$E_1=L/D$  no inicio da etapa;  $C_{L_1}$  é o  $C_L$  no inicio da etapa.

Com a velocidade constante e com a diminuição do peso, o arrasto induzido irá diminuir, o que leva a um ajuste na potencia do motor.

# Voo nivelado

---

Alcance

Para a condição 2, temos:

$$x = -\frac{EV}{SFC_T} \int_1^2 \frac{dW}{W} = \frac{EV}{SFC_T} \ln \left( \frac{1}{1-\xi} \right)$$

Essa equação é conhecida como equação de Breguet.

Com a redução do peso durante o voo, a razão de densidade deve diminuir, portanto a altitude deve aumentar

$$\sigma = \frac{2 \frac{W}{S}}{\rho_0 V^2 C_L}$$

O ângulo de subida é pequeno, portanto não viola a hipótese de voo nivelado.

# Voo nivelado

---

Alcance

Para a condição 3, temos:

$$x = -\frac{E}{SFC_T} \int_1^2 \frac{V}{W} dW = \frac{2EV_1}{SFC_T} (1 - \sqrt{1 - \xi})$$

Onde  $V_1$  é a velocidade no início da fase de cruzeiro.

$$V_1 = \sqrt{\frac{2W_1}{\rho_0 \sigma C_L}}$$

Com o consumo de combustível, o peso da aeronave irá diminuir, e para manter  $C_L$  constante a velocidade também deve diminuir.

O peso ao final de um segmento será (OBS: Vale para as 3 condições!):

$$W_2 = W_1(1 - \xi)$$

A velocidade no final do segmento, será:

$$V_2 = V_1 \sqrt{1 - \xi}$$

A velocidade diminui durante o voo, porém o controle de tráfego aéreo determina voar  $V = V \pm 10kt$

# Voo nivelado

---

## Alcance

Para uma dada altitude e peso da aeronave, existe uma velocidade que irá maximizar o alcance e minimizar o consumo de combustível por distância percorrida. Essa condição se chama Melhor Alcance (Best Range).

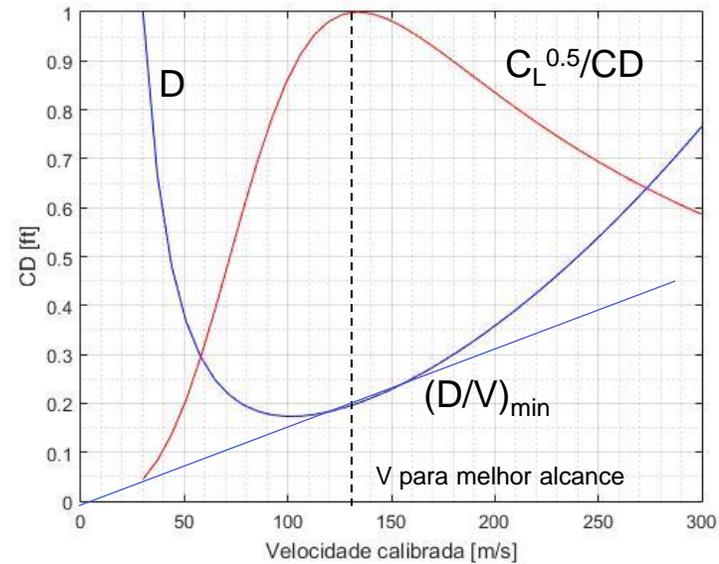
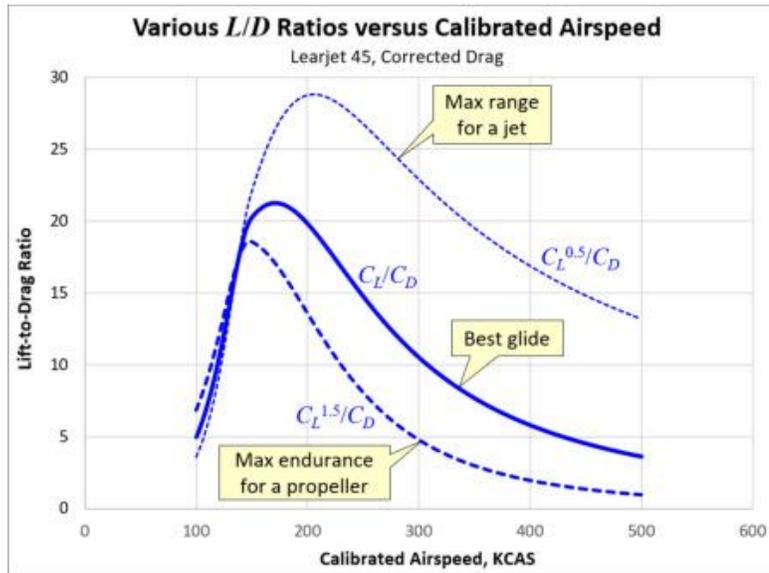
$$\frac{\partial}{\partial V} \left( -\frac{\partial x}{\partial W} \right)_{BR} = \frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{V}{SFC_T D} \right)_{BR} = 0$$

Assume-se que  $SFC_T$  não é função da velocidade.

Temos também:  $\frac{\partial D}{\partial V} = \frac{D}{V}$

# Voo nivelado

Alcance



Segue que a condição de melhor alcance é atingida quando a inclinação da curva do arrasto se torna igual a inclinação da relação  $D/V$ .

# Voo nivelado

---

Alcance

$$V_{BR} = \sqrt{\frac{2W}{\sigma\rho_0}} \sqrt[4]{\frac{3K}{C_{D_0}}} \simeq 1.316V_{E_{max}}$$

$$C_{L_{BR}} = \sqrt{\frac{3K}{C_{D_0}}} \simeq 0.557C_{L_{E_{max}}}$$

$$E_{BR} = \frac{\sqrt{\frac{3}{4}}}{2\sqrt{C_{D_0}}} K \simeq 0.866E_{max}$$

# Voo nivelado

---

Alcance

Como a condição para melhor alcance acontece para  $(D/V)$  for mínimo, e essa condição acontece para  $C_L^{0.5}/CD$  máximo.

Inserindo essa condição (de melhor alcance), nas equações para alcance, temos:

$$x_{V,HP,BR} = \frac{2E_{max}V_{BR}}{SFC_T} \operatorname{atan} \left( \frac{\xi E_{BR}}{2E_{max}(1 - KC_{LBR}E_{BR}\xi)} \right)$$

$$x_{V,CL,BR} = \frac{E_{BR}V_{BR}}{SFC_T} \ln \left( \frac{1}{1 - \xi} \right)$$

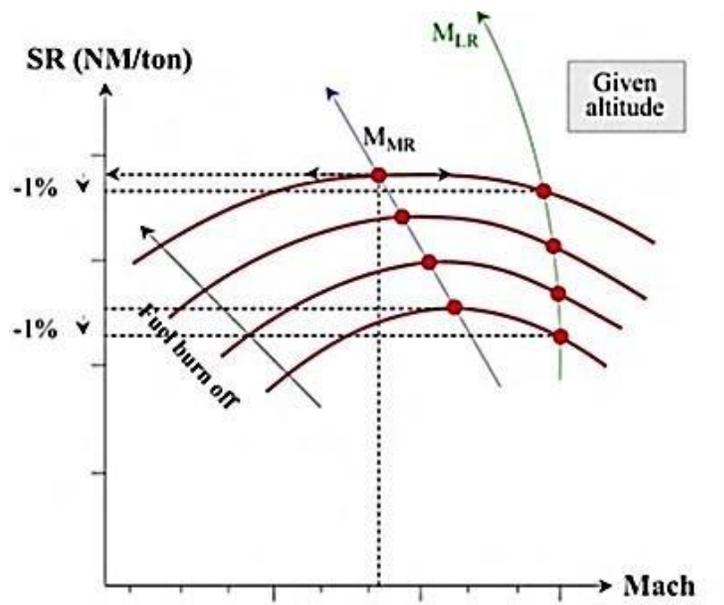
$$x_{HP,CL,BR} = \frac{2E_{BR}V_{BR}}{SFC_T} (1 - \sqrt{1 - \xi})$$

# Voo nivelado

Alcance

A equação de Breguet ( $V=\text{cte.}$ ,  $C_L=\text{cte.}$ ) resultará no melhor alcance possível. A mudança de altitude durante o cruzeiro é obtido por:

$$\sigma_2 = \sigma_1(1 - \xi)$$



$$SR = -\frac{ds}{dw} = \frac{V}{T_R c_j} = \frac{V}{\dot{W}_f}$$

$c_j$  é o consumo específico de combustível

$$\frac{ds}{dW} = \text{fator de alcance}$$

# Voo nivelado

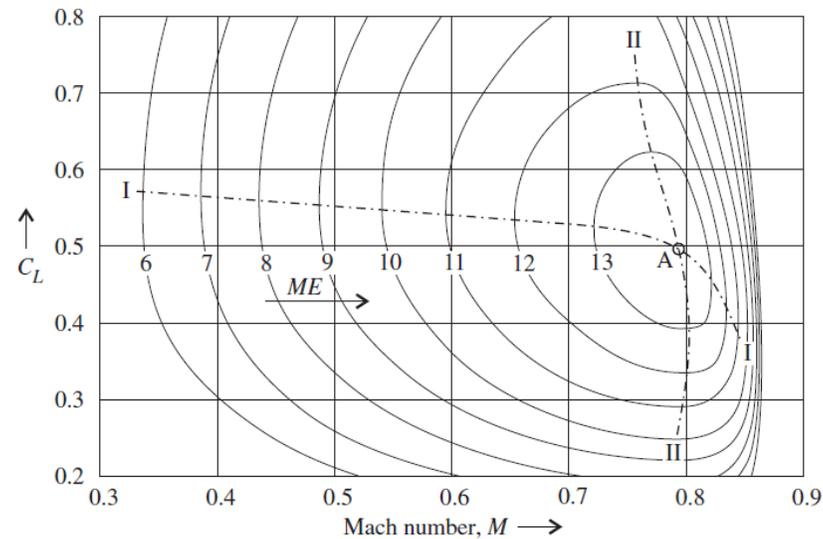
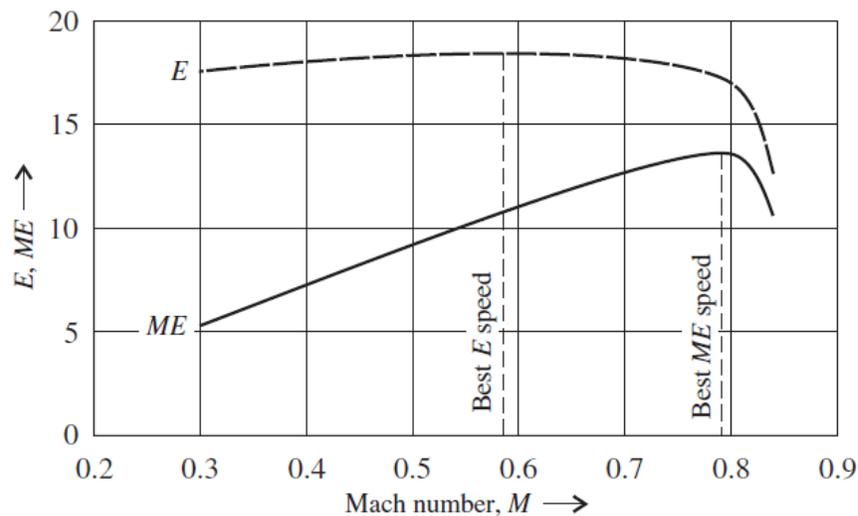
## Alcance

Para uma dada altitude, o alcance pode ser maximizado na condições de melhor alcance ( $EBR \approx 0.86E_{max}$ ), segue que para uma aeronave maximizar o alcance, basta maximizar a velocidade vezes a eficiência aerodinâmica ( $VE$ ), considerando que o  $SFC_T$  não seja função da altitude.

Quando não ocorre efeitos de compressibilidade, essa condição é atingida quando  $E = E_{BR}$ .

O produto  $VE$  aumenta com a altitude, sendo que a altitude ótima será quando  $VE$  for máximo. Com o aumento da altitude, os efeitos de compressibilidade se tornam mais evidentes ( $C_{D0}$  e  $K$  mudam).

As equações do slide anterior não levaram em conta os efeitos de compressibilidade!

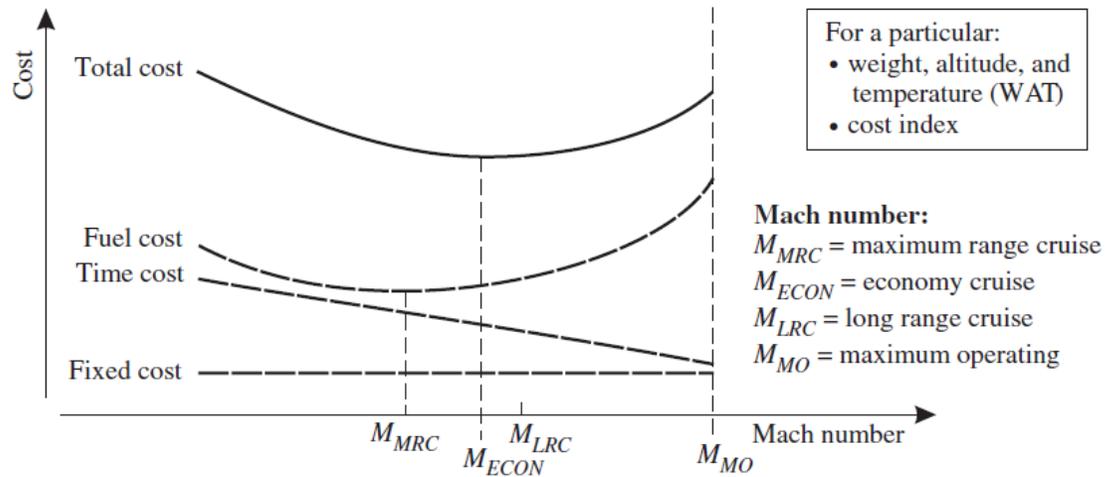


Linha I é o lugar do melhor produto ME para um dado número de Mach. Já a linha II é o lugar do melhor produto ME para um dado  $C_L$ .

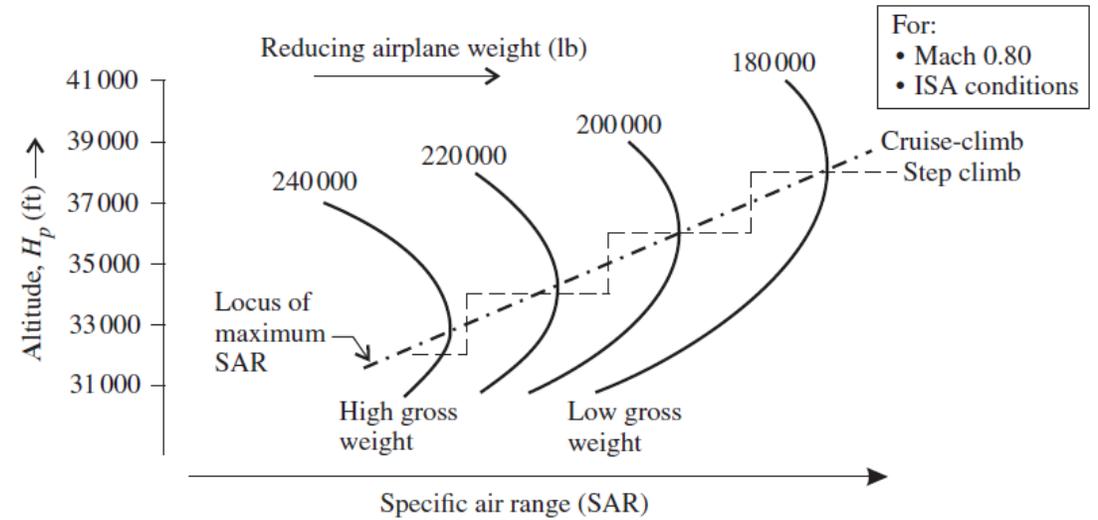
# Voo nivelado

## Alcance

Comparação entre as velocidades de cruzeiro.



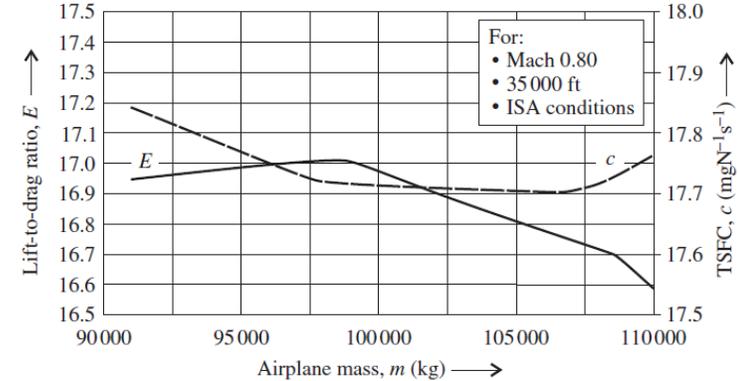
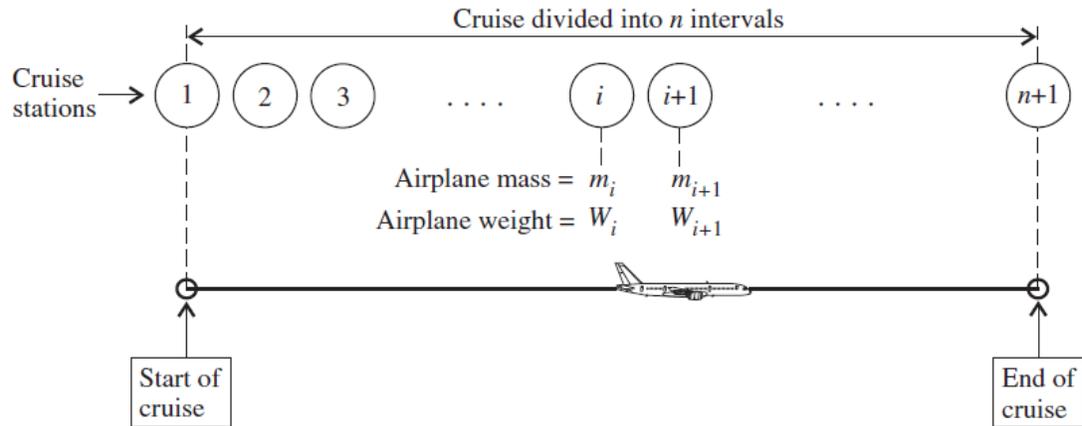
Altitude ótima de cruzeiro



# Voo nivelado

Alcance

Calculo do alcance numérico:



Uma das vantagens, é que é possível considerar a variação de certos parâmetros considerados constantes durante o desenvolvimento das equações (São constantes somente no segmento considerado).

# Voo nivelado

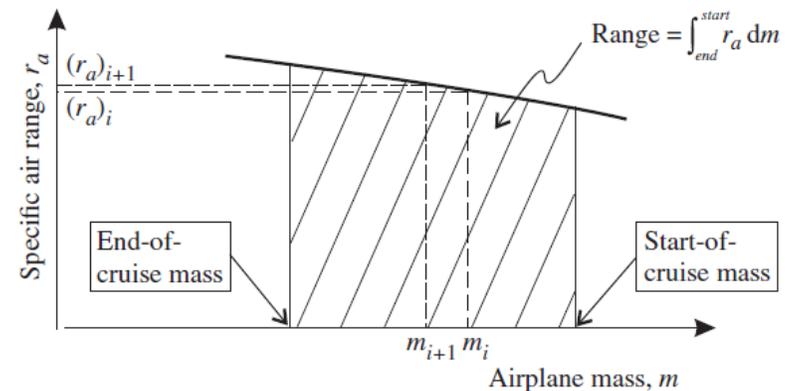
Alcance

Calculo do alcance numérico:

$$SR = \frac{V}{Q} = \frac{Ma}{Q} = \frac{Ma_0\sqrt{\theta}}{Q} = \frac{a_0(ME)}{\left(\frac{c}{\sqrt{\theta}}\right)mg} = \frac{H_f\eta_0 E}{mg}$$

$$SR' = \frac{V}{Q'} = \frac{Ma}{Q'} = \frac{Ma_0\sqrt{\theta}}{Q'} = \frac{a_0(ME)}{\left(\frac{c'}{\sqrt{\theta}}\right)W} = \frac{H_f\eta_0 E}{Wg}$$

Q é a vazão de combustível;  
E é a eficiência aerodinâmica;  
 $H_f$  é o calor específico do combustível;  
 $\eta_0$  é a eficiência do motor;  
c é o TSFC;



# Voo nivelado

Alcance

Calculo do alcance numérico:

$$R = \sum_{i=1}^n \left( \frac{r_{a_{i+1}} + r_{a_i}}{2} \right) (m_i - m_{i+1})$$

$$R' = \sum_{i=1}^n \left( \frac{r'_{a_{i+1}} + r'_{a_i}}{2} \right) (W_i - W_{i+1})$$

Exemplo: Jato executivo, iniciando o cruzeiro com 240000 lbs, FL 350, ISA e M=0.8.

Station	W (1000 lb)	W/δ (1000 lb)	C <sub>L</sub>	C <sub>D</sub>	D/δ (1000 lb)	Q' (lb/h)	r' <sub>a</sub> (nm/lb)	Interval	Distance (nm)	Time (h)
1	240.0	1020	0.551	0.0331	61.2	9010	0.0512			
2	237.5	1009	0.546	0.0326	60.3	8878	0.0519	1-2	129	0.280
3	235.0	999	0.540	0.0322	59.6	8763	0.0526	2-3	131	0.283
4	232.5	988	0.534	0.0318	58.8	8653	0.0533	3-4	132	0.287
5	230.0	977	0.528	0.0314	58.1	8543	0.0540	4-5	134	0.291
6	227.5	967	0.523	0.0310	57.3	8433	0.0547	5-6	136	0.295
<b>Totals:</b>									<b>662</b>	<b>1.436</b>

# Voo nivelado

## Efeito do vento no Alcance

Para o planejamento dos voos, é fundamental conhecer o efeito do vento no alcance de uma aeronave, e assim determinar a distância percorrida em relação ao solo. De maneira similar ao alcance específico, pode-se determinar o alcance específico no solo ( $SR_G$ ).

$$SR_G = -\frac{ds}{dm_f} = \frac{V_G}{Q}$$

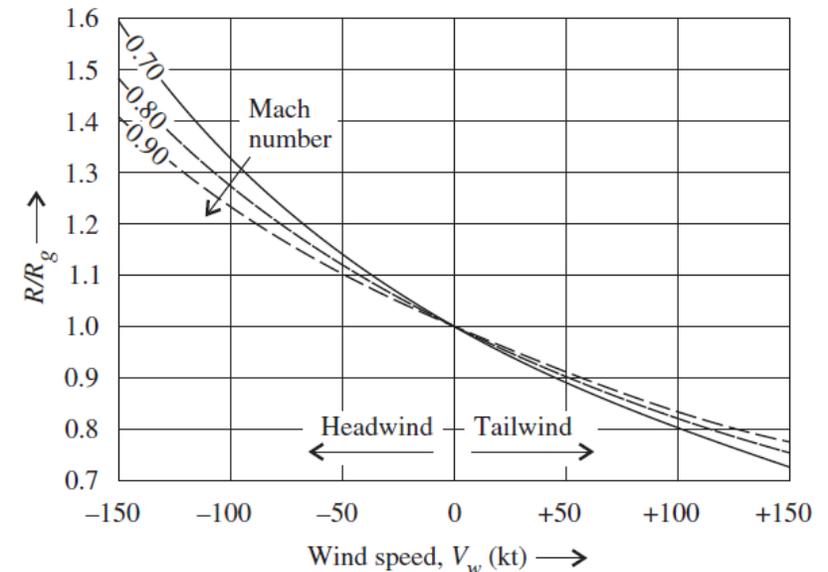
$$V_G = V + V_{wind} \cos(v)$$

$v$  é a direção do vento

$$SR'_G = -\frac{ds}{dW_f} = \frac{V_G}{Q'}$$

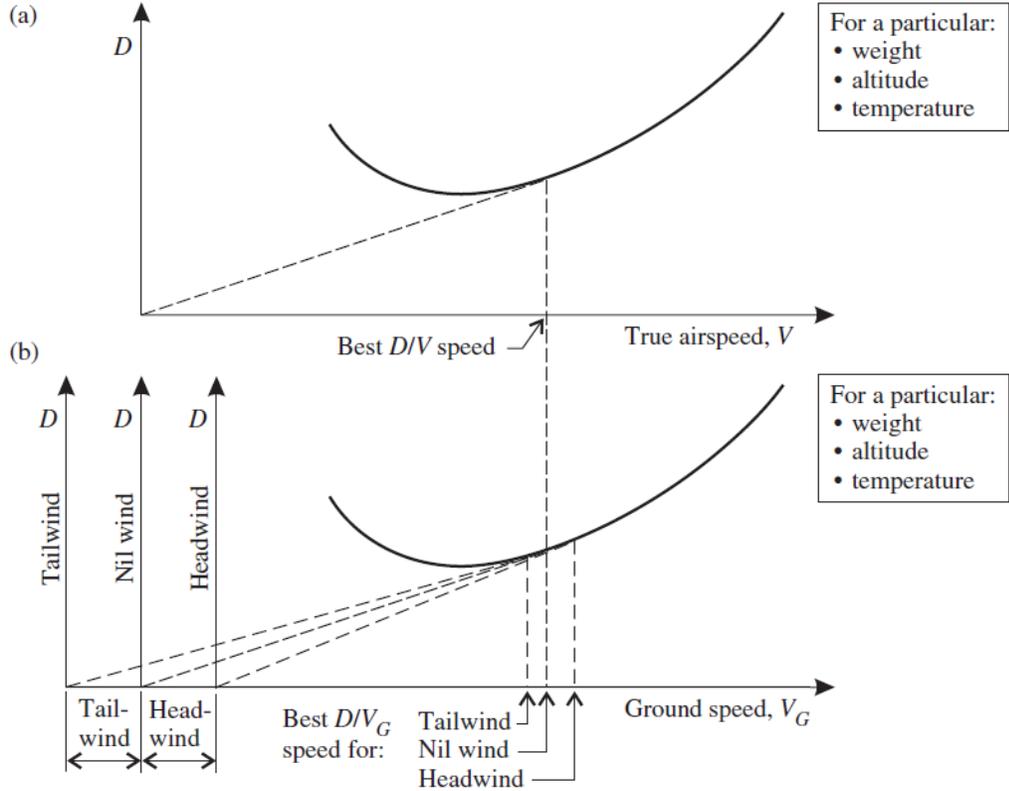
$$SR_G = SR \left( 1 + \frac{V_{wind} \cos(v)}{V} \right)$$

$$SR'_G = SR' \left( 1 + \frac{V_{wind} \cos(v)}{V} \right)$$



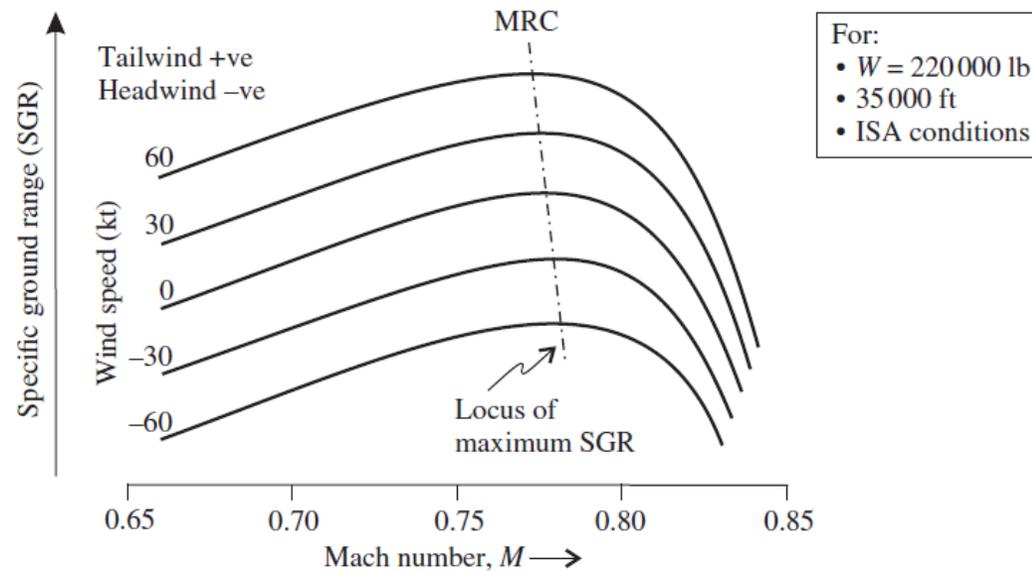
# Voo nivelado

Efeito do vento na velocidade de melhor alcance



# Voo nivelado

Efeito do vento na curva de alcance específico



# Voo nivelado

---

Alcance para aeronaves a pistão:

Assumindo que a redução do peso da aeronave, devido ao consumo de combustível, é diretamente proporcional a potência, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= V \\ \frac{\partial W}{\partial t} &= -SFC_P P \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad -\frac{\partial x}{\partial W} = \frac{V}{SFC_P P}$$

$$P_R = T_R V = \eta_P P$$

Portanto, o alcance específico para uma aeronave com motor a pistão é dado por:

$$-\frac{\partial x}{\partial W} = \frac{V \eta_P}{SFC_P P_R} = \frac{\eta_P}{SFC_P T_R} = \frac{\eta_P E}{SFC_P W}$$

OBS: independente da velocidade!  
Assume-se  $\eta_P \neq f(V)$  e  $SFC_P \neq f(V, H_P)$

# Voo nivelado

---

Alcance para aeronaves a pistão:

Novamente pode-se considerar três opções:

1. Cruzeiro com altitude e velocidade constantes
2. Cruzeiro com velocidade e  $C_L$  constantes
3. Cruzeiro com altitude e  $C_L$  constantes

Como pela equação do alcance instantâneo (última equação do slide anterior), o valor máximo é quando  $E=E_{MAX}$ , essas 3 condições são reduzidas para 2:

1. Cruzeiro com velocidade e  $C_L$  constantes
2. Cruzeiro com altitude e  $C_L$  constantes

Adicionalmente, essas duas condições resultam na mesma equação quando integradas, portanto:

$$x_{BRP} = \frac{-\eta_P E_{max}}{SFC_P} \int_{W_1}^{W_2} \frac{dW}{W} = \frac{-\eta_P E_{max}}{SFC_P} \ln \left( \frac{W_1}{W_2} \right) = \frac{-\eta_P E_{max}}{SFC_P} \ln \left( \frac{1}{1-\xi} \right)$$

# Voo nivelado

---

Alcance para aeronaves a pistão:

A velocidade para melhor alcance fica:  $V_{BR} = V_{E_{max}}$

Segue que para uma aeronave com motor a pistão, não há uma melhora no alcance quando se voa mais alto, porém, voando mais alto, a velocidade para o melhor alcance aumenta (menor tempo).

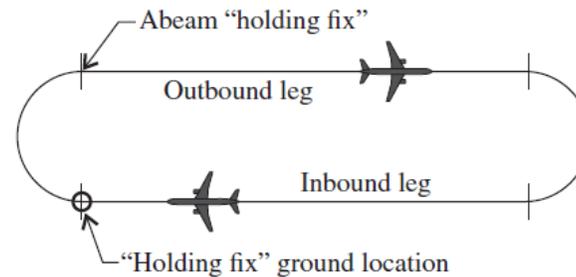
OBS: Não foram considerados efeitos de compressibilidade que reduzem  $\eta_p$ .

# Voo nivelado

---

Regime de maior autonomia (Maximum Endurance)

Em certas missões, o maior tempo que a aeronave pode permanecer no ar é fundamental para se cumprir a missão.



# Voo nivelado

---

Regime de maior autonomia (Maximum Endurance)

Para aeronaves a jato, temos:

$$-\frac{\partial t}{\partial W} = \frac{1}{SFC_T D} = \frac{E}{SFC_T W}$$

Voando com  $E_{max}$  irá maximizar a autonomia!

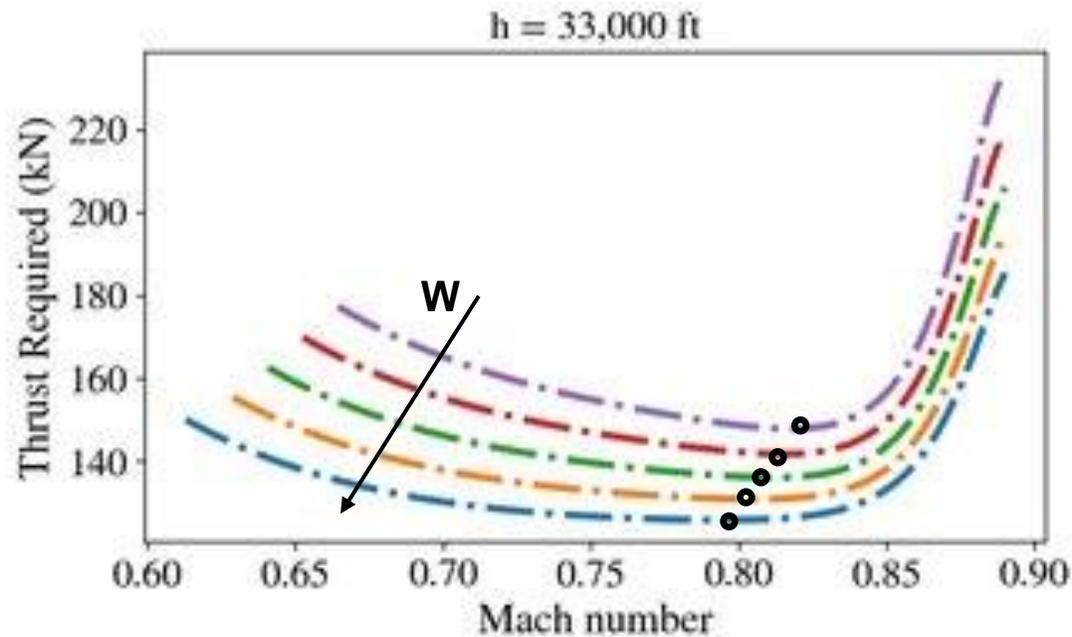
Portanto:  $E_{t_{max}} = E_{max}$  e  $V_{t_{max}} = V_{E_{max}}$

Integrando a equação anterior:

$$t_{max} = \frac{E_{max}}{SFC_T} \ln(MR) = \frac{E_{max}}{SFC_T} \ln\left(\frac{1}{1-\zeta}\right)$$

# Voo nivelado

Regime de maior autonomia (Maximum Endurance)



Na figura ao lado, pode-se verificar que com a diminuição do peso, a velocidade para a maior autonomia diminui.

$t_{max}$  não será alterado pelo vento (tempo no ar é o objetivo), altitude (embora com o aumento de altitude a velocidade para menor arrasto aumenta).

Se o tempo para a autonomia máxima for comparada com o tempo para melhor alcance, tem-se:

$$\frac{t_{max}}{t_{BR}} = \frac{E_{max}}{E_{BR}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4}}} \simeq 1.155$$

15% a mais no tempo que a aeronave permanecerá no ar.

# Voo nivelado

---

Regime de maior autonomia (Maximum Endurance)

Repetindo o mesmo procedimento para o alcance:  $\frac{x_{max}}{x_{BR}} = \frac{E_{max}V_{E_{max}}}{E_{BR}V_{BR}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4}}\sqrt{3}} \simeq 0.877$  A aeronave irá voar uma distância de 87.7% da de melhor alcance.

A equação para a autonomia considerando altitude e velocidade constante fica:  $t_{max} = \frac{2E_{max}}{SFC_T} \operatorname{atan} \left( \frac{0.5\xi}{1 - 0.5\xi} \right)$

# Voo nivelado

---

Regime de maior autonomia (Maximum Endurance)

Para aeronaves a pistão:

$$-\frac{\partial t}{\partial W} = \frac{1}{SFC_P P} = \frac{\eta_P}{SFC_P P_R} = \frac{\eta_P E}{SFC_P V W}$$

Com  $\eta_P$  e  $SFC_P$  constantes:

$$t = -\frac{\eta_P}{SFC_P} \int_{W_1}^{W_2} \frac{E}{V W} dW = -\frac{\eta_P}{SFC_P} \int_{W_1}^{W_2} \frac{1}{P_R} dW$$

Lembrando que  $P_{min}$  ocorre quando  $(C_L^{3/2} C_D)$  é máximo, e esse máximo ocorre quando a componente de arrasto induzido ( $K C_L^2$ ) é igual a  $3 C_{D0}$ , portanto:

$$t_{max} = -\frac{\eta_P E_{maxP}}{SFC_P V_{maxP}} \ln \left( \frac{1}{1 - \xi} \right) \quad V_{t_{max}} = V_{maxP} \quad E_{t_{max}} = E_{maxP} \quad C_{L_{t_{max}}} = C_{L_{maxP}} \quad C_{D_{t_{max}}} = C_{D_{maxP}}$$

# Voo nivelado

---

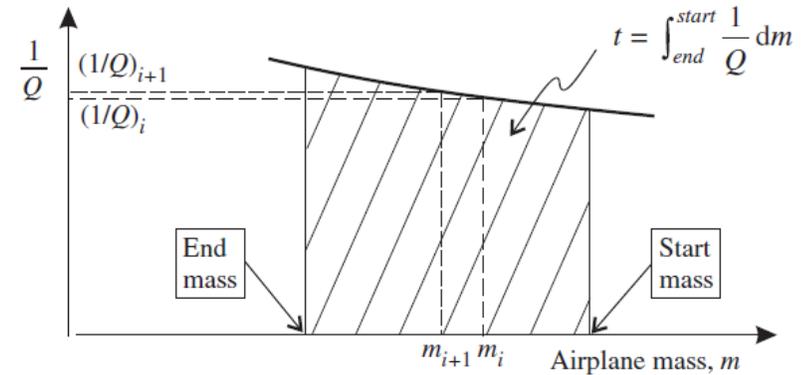
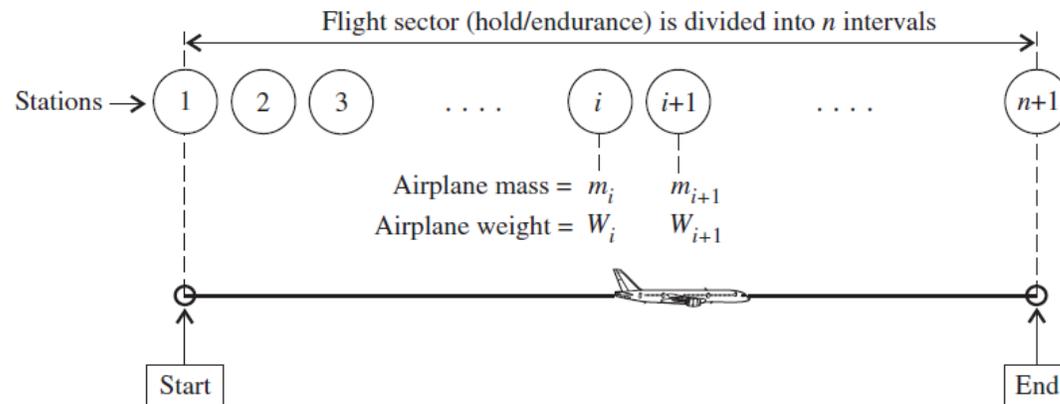
Regime de maior autonomia (Maximum Endurance)

Como  $V_{\max P}$  aumenta com a altitude, a autonomia, para aeronaves com motor a pistão, será maximizada para altitudes menores. Por outro lado, a potência necessária para essas condições, corresponde a uma velocidade abaixo da velocidade de menor arrasto, portanto, para aeronaves a pistão, a condição de “back thrust” é a que resulta na máxima autonomia.

# Voo nivelado

Regime de maior autonomia (Maximum Endurance)

Calculo numérico:



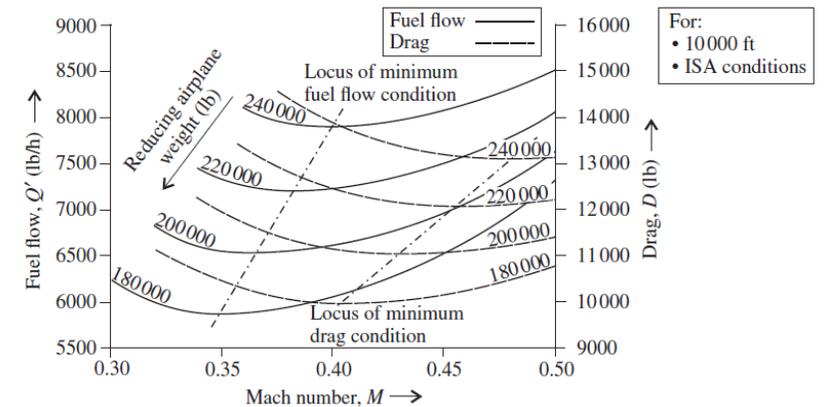
# Voo nivelado

Regime de maior autonomia (Maximum Endurance)

$$t = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_{i+1}} \right) \left( \frac{m_i - m_{i+1}}{2} \right) \quad t = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{Q'_i} + \frac{1}{Q'_{i+1}} \right) \left( \frac{W_i - W_{i+1}}{2} \right)$$

Exemplo: Jato, com peso inicial de 200000 lbs, 10000 ft, ISA M=0.32

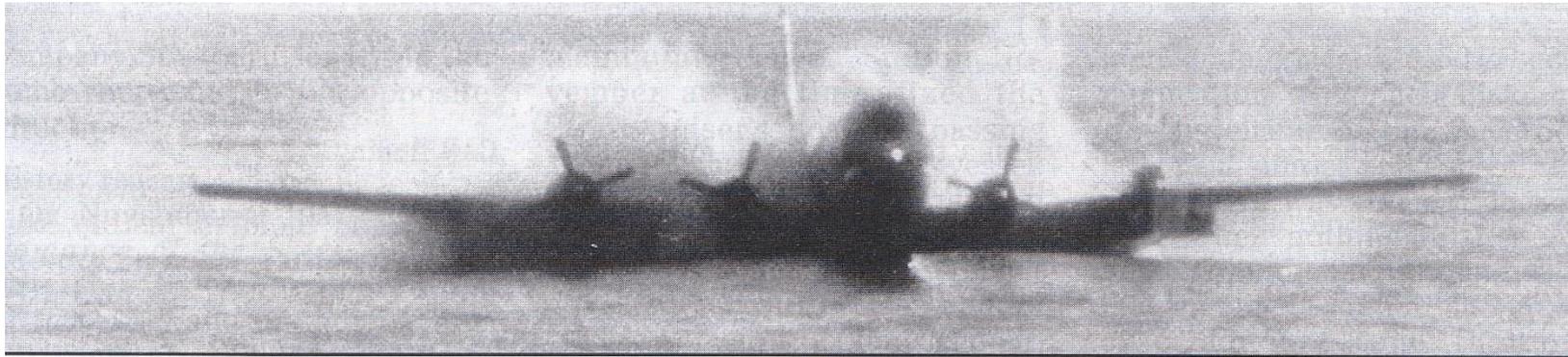
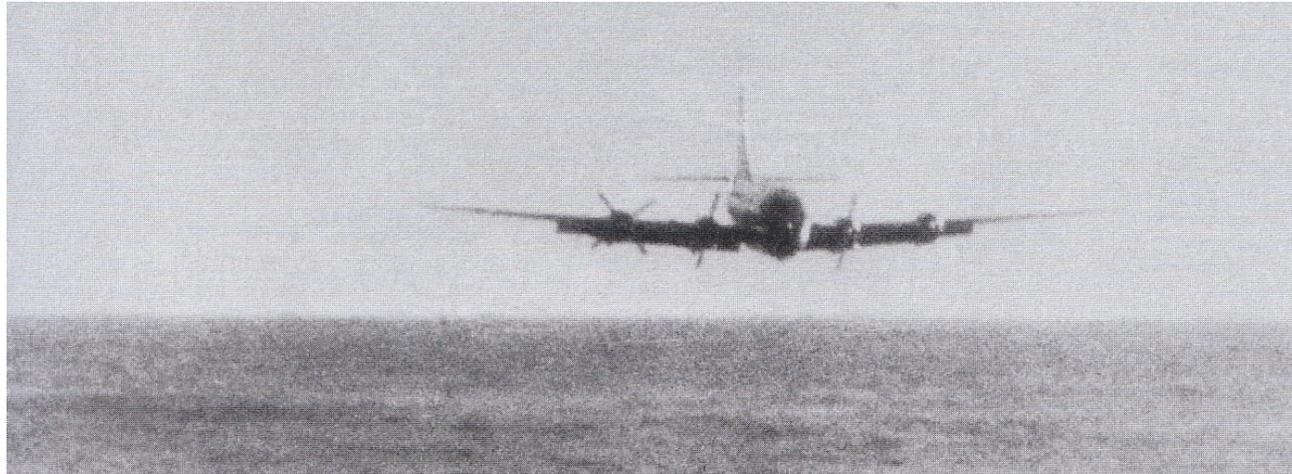
Station	W (1000 lb)	W/δ (1000 lb)	C <sub>L</sub>	C <sub>D</sub>	D/δ (1000 lb)	Q' (lb/h)	Interval	Time (h)
1	200.0	290.8	0.697	0.0397	16.6	6553		
2	198.5	288.6	0.692	0.0394	16.4	6507	1-2	0.230
3	197.0	286.5	0.686	0.0391	16.3	6461	2-3	0.231
4	195.5	284.3	0.681	0.0387	16.2	6415	3-4	0.233
5	194.0	282.1	0.676	0.0384	16.0	6369	4-5	0.235
<b>Total:</b>								<b>0.929</b>



# Voo nivelado

---

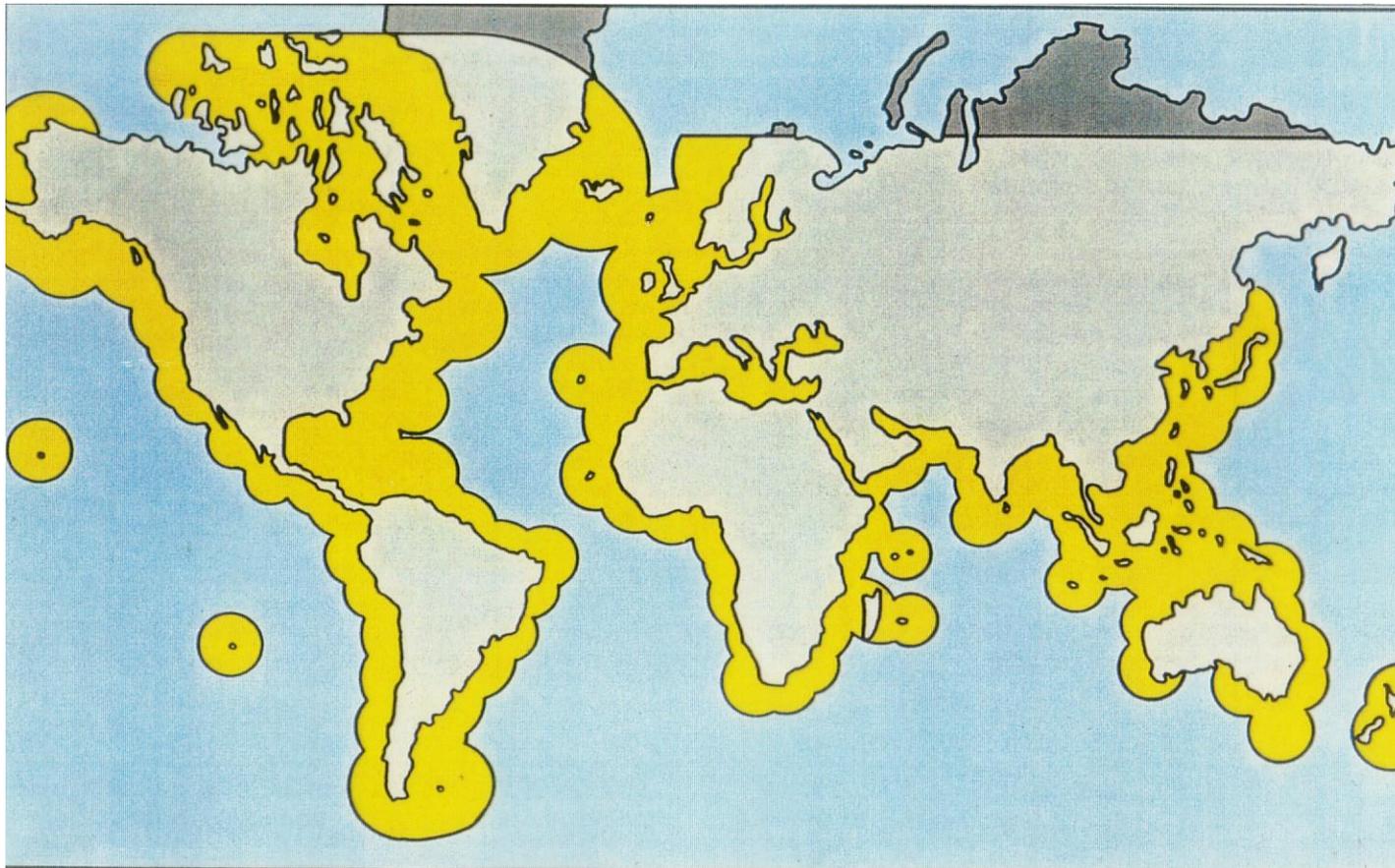
ETOPS



# Voo nivelado

---

ETOPS

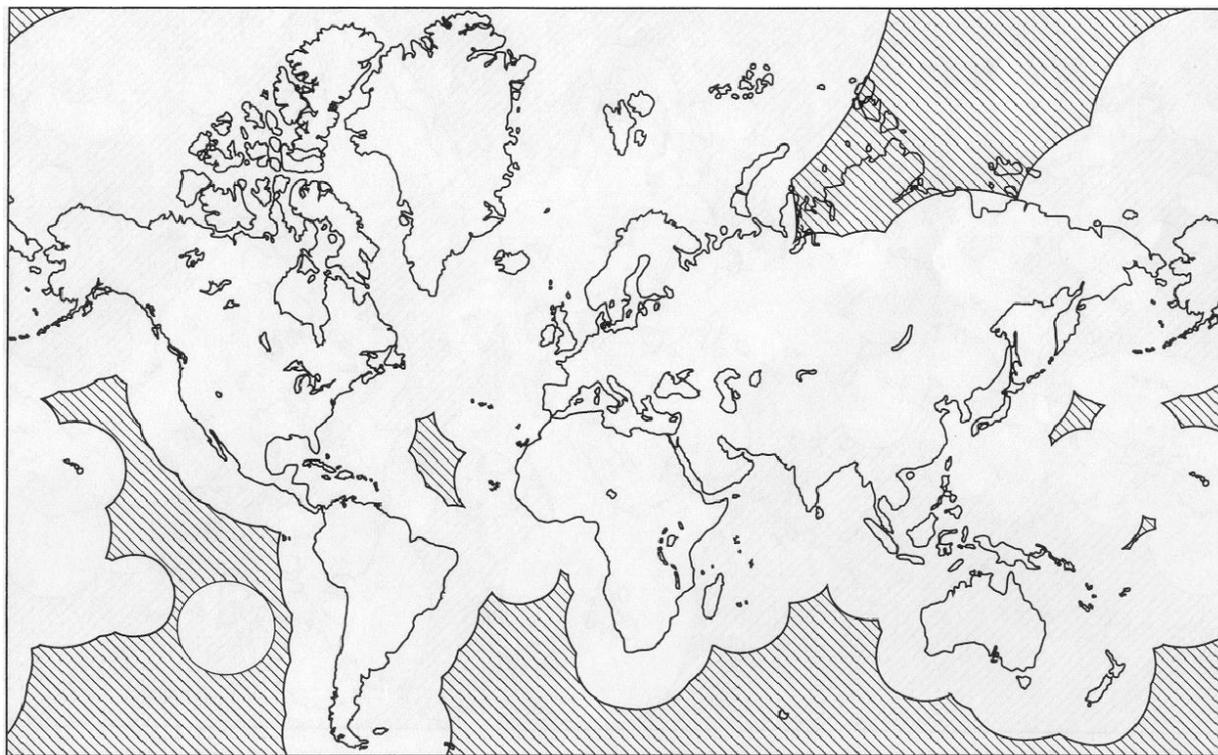


Limitação de voo monomotor na regra de uma hora.

# Voo nivelado

---

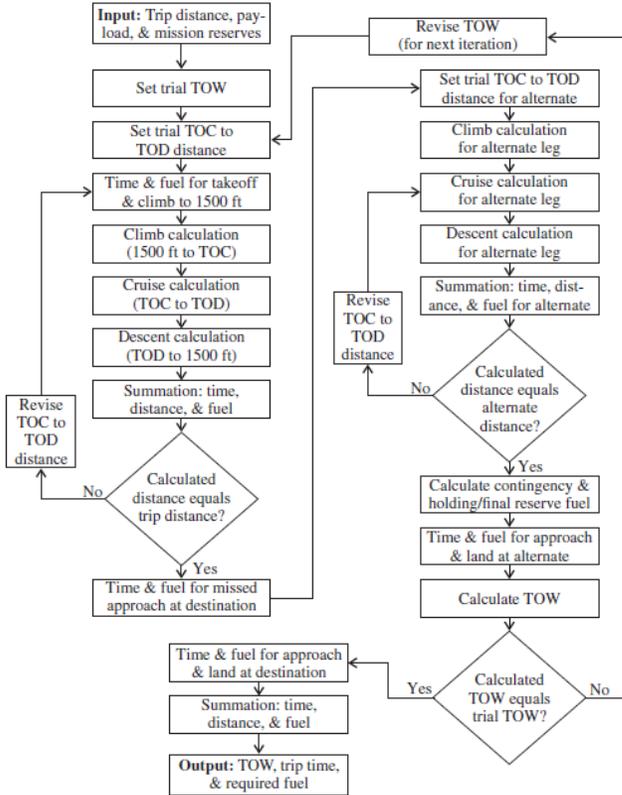
ETOPS



Limitação de voo monomotor na  
regra de 1h20.

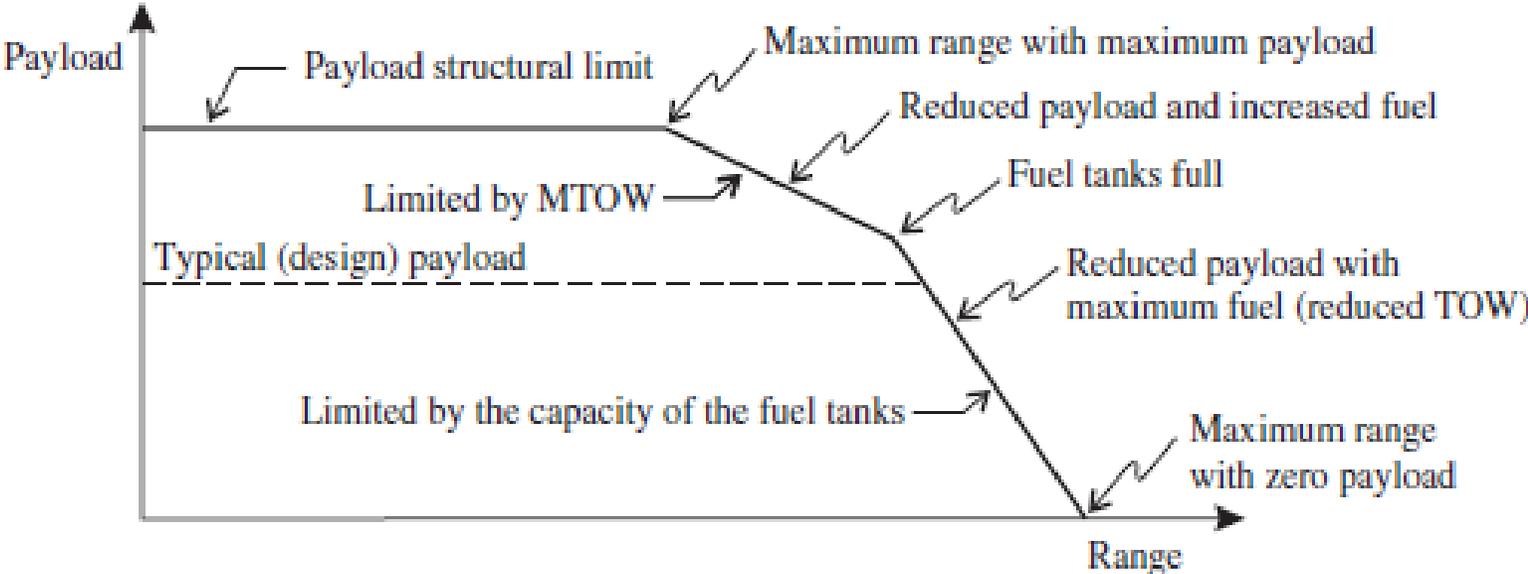
# Voo nivelado

Estimativa de combustível.



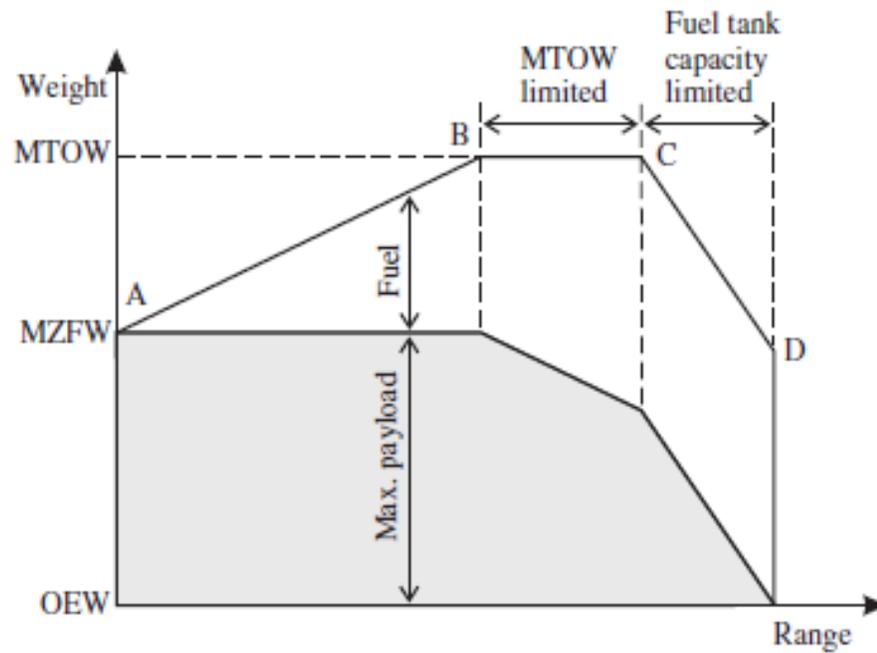
# Voo nivelado

Payload vs. Range.



# Voo nivelado

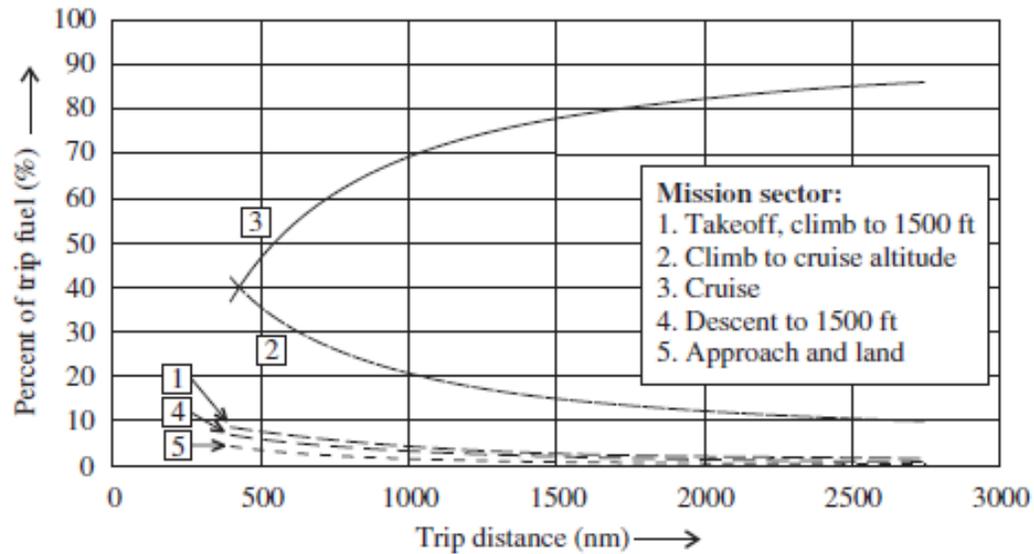
Payload vs. Range.



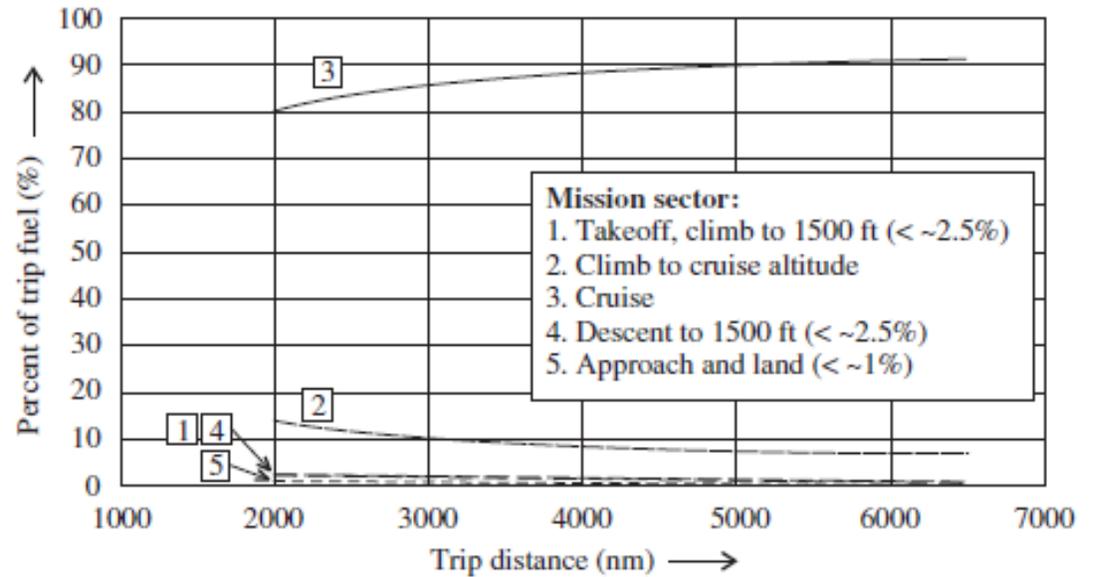
# Voo nivelado

Combustível gasto por etapa.

## Regional



## Longo alcance



# Voo nivelado

---

Exercício: Considere a seguinte aeronave:

```
AR=8.90;  
e=0.85;  
CD0 = 0.025;  
CL_max = 1.7;  
g = 9.81;  
TOW = 450300; % N  
Peso do combustível=130000; %N  
Empuxo @ MSL = 92300; % N  
S = 92.5;  
TSFC = 0.85/3600;
```

Calcule a distância percorrida pela aeronave em um cruzeiro no FL 410 @ ISA-15, considerando LRC, supondo que o combustível para reserva são aproximadamente 12% do total, a aeronave gasta 10% para subir até esse nível de voo e 2% para descer para o destino.

Para essa mesma aeronave, qual o gasto de combustível para 20 min de espera a 10000 ft @ ISA+20 com peso inicial de correspondente a 90% do combustível consumido.