

MAE0219 – Lista de Exercícios 7

Departamento de Estatística

1o semestre de 2023

Exercício 1. Um pesquisador estuda as propriedades de um teste laboratorial no diagnóstico de uma certa doença não contagiosa em sua cidade. Os resultados da pesquisa mostram que o teste apresenta resultado positivo em 90% dos casos nos quais o paciente realmente está com a doença, e em 5% dos casos nos quais o paciente não está acometido por ela. Com base nos dados da Secretaria de Saúde da cidade onde o pesquisador é filiado, sabe-se que esta doença afflige 41,2% dos moradores.

- (a) Selecionando aleatoriamente um morador desta cidade e aplicando o teste nele, calcule a probabilidade de o teste dar um resultado positivo.

Resposta. 0,4002

- (b) Se dez moradores desta cidade forem selecionados ao acaso e testados, qual é a probabilidade de que o teste dê um resultado positivo para pelo menos três deles?

Resposta. 0,8330325

- (c) Em média, quantos resultados positivos esperamos encontrar dentre os dez moradores selecionados? Qual é o desvio padrão do número de resultados positivos?

Resposta. 4,002 e 1,3549

Exercício 2. Se X é uma variável aleatória binomial com valor esperado 6 e variância 2,4; determine $P(X = 5)$.

Resposta. 0,2007

Exercício 3. Houve uma denúncia por parte dos operários de uma indústria de que, toda vez que ocorria um acidente em uma seção da indústria, ocorriam outros em outras seções mais ou menos no mesmo horário. Em outras palavras, os acidentes não estavam ocorrendo ao acaso. Para verificar esta hipótese, foi feita uma contagem do número de acidentes por hora durante certo número de dias (24 horas por dia). Os resultados da pesquisa estão abaixo.

No. de acidentes por hora	No. de horas
0	100
1	152
2	60
3	30
4	13
5	9
6	7
7	5
8	4

(a) Calcule o número médio de acidentes por hora nesta amostra.

Resposta. 1,494737

(b) Se o número de acidentes por hora seguisse uma distribuição de Poisson, com média igual à que você calculou, qual seria o número esperado de horas com 0 acidentes, com 1 acidente, com 2 acidentes, etc?

Resposta. 85 127 95 47 18 5 1 0 0

(c) Os dados revelam que a suspeita dos operários é verdadeira?

Resposta. Os dados sugerem que a suspeita dos operários é verdadeira, mas pode haver outras explicações para a discrepância entre a distribuição observada e uma de Poisson. (Por exemplo, essa análise assume que o número de operários trabalhando era o mesmo em todas as 380 horas analisadas. Se havia horas com muitos operários trabalhando e horas com poucos horários trabalhando, não poderíamos esperar que os dados seguissem a distribuição de Poisson. Ademais, se esses foram os dados que deram origem à suspeita, não podem ser usados novamente para confirmar a suspeita, e haveria que analisar dados referentes a um outro período de tempo, ou usar algum outro método para compensar o chamado viés de seleção. Sem essa compensação, sempre poderíamos condenar o ganhador da megassena por fraude, devido à baixíssima probabilidade ganhar o prêmio.)

Exercício 4. A cada dia, o preço de determinado título de crédito privado aumenta com probabilidade 0,9 e diminui com probabilidade 0,1. Calcule a probabilidade de que o preço suba por 10 dias consecutivos, mas não suba por 20 dias consecutivos.

Resposta. 0,227101

Exercício 5. Três em cada quatro alunos de uma universidade fizeram cursinho antes de prestar vestibular. Se 16 alunos são selecionados ao acaso, calcule

- (a) a probabilidade de que exatamente 6 não tenham feito cursinho;

Resposta. 0,1101

- (b) a probabilidade de que pelo menos 12 tenham feito cursinho;

Resposta. 0,6302

- (c) a probabilidade de que no máximo 13 tenham feito cursinho;

Resposta. 0,802889

- (d) a probabilidade de que entre 9 e 14 (inclusive) tenham feito cursinho.

Resposta. 0,909

- (e) Para um grupo de 80 alunos selecionados ao acaso, qual é o número esperado de alunos que fizeram cursinho? E o desvio padrão?

Resposta. 3,87

Exercício 6. Suponha que um conjunto de 90 itens contenha 6 itens defeituosos e 84 que funcionem normalmente. Se X é o número de itens defeituosos em uma amostra de 10 itens escolhidos aleatoriamente do conjunto, determine $P(X = 0)$ e $P(X > 2)$.

Resposta. 0,482642 e 0,016934

Exercício 7. Suponhamos que 25% dos homens trabalhadores e 30% das mulheres trabalhadoras de uma população não tenham registro em carteira de trabalho. Suponhamos também que a população de trabalhadores seja constituída por 53% de homens e 47% de mulheres.

- (a) Qual é a proporção de trabalhadores sem registro em carteira na população?

Resposta. 27,4%

- (b) Se 30 trabalhadores forem selecionados ao acaso dessa população, qual é a probabilidade de que pelo menos 8 não tenham registro em carteira?

Resposta. 0,6045

- (c) Em média, quantos trabalhadores sem registro em carteira esperamos encontrar dentre os 30 selecionados? E qual é o desvio padrão do número de trabalhadores sem registro em carteira?

Resposta. 8,1 e 2,44