

Lista 3 - Cálculo Numérico

MAP-0151

Problema 1. Para o conjunto de pontos a baixo determine a reta que os melhor aproxima

(a) $A = \{(-1, 1), (0, 2), (1, 1)\}$

(b) $B = \{(0, 0), (1, 1), (2, 3), (3, 8)\}$

(c) $C = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 5)\}$

(d) $D = \{(0, 1), (1, 2), (2, 4), (3, 8)\}$

Problema 2. Considere a tabela abaixo

x	0	1	2	5	9
y	2	3	10	127	731

(a) Encontre a melhor aproximação linear para a tabela.

(b) Observando os dados da tabela, qual o erro ao se aproximar a tabela por um polinômio de grau 3? E por um polinômio de grau 33?

Problema 3. Um experimento foi conduzido para se encontrar a constante elástica k de uma mola seguindo a Lei de Hooke

$$F(l) = k(l - E)$$

onde $F(l)$ é a força requerida para esticar uma mola de comprimento inicial $E = 5.3m$ até um comprimento final l .

(a) Considerando as medições abaixo, determine a aproximação de k garantida pelo Método dos Mínimos Quadrados.

$F(l)$	2	4	6
l	7	9.4	12.3

(b) Medições adicionais foram feitas, obtendo-se

$F(l)$	3	5	8	10
l	8.3	11.3	14.4	15.9

Qual das aproximações de k melhor descreve os dados obtidos?

Problema 4. Considere a tabela abaixo

x	$-\pi$	$-\pi/2$	0	π	$\pi/2$
y	1	3	5	3	1

Encontre a melhor aproximação da tabela por combinações lineares das funções

- (a) $\{1, \sin x\}$
- (b) $\{1, \cos x\}$
- (c) $\{1, x, \cos x, \sin x, \tan x\}$

Problema 5. Encontre a melhor aproximação da função tabelada a baixo por uma função da forma

$$g(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \sin x$$

x	$-\pi$	$\pi/2$	0	$\pi/2$	π
$f(x)$	-1	2	0	-2	1

Problema 6. Um objeto foi lançado do alto de um prédio, sendo registradas a altura do objeto a cada segundo da queda.

Altura(m)	192	180	150	115	72
Tempo(s)	1	2	3	4	5

Pelo método dos Mínimos Quadrados, estime a aceleração da gravidade g , a altura do prédio h_0 e a velocidade do lançamento v_0 .

Dica: utilize a fórmula para a altura de um objeto em queda livre

$$h(t) = h_0 + v_0 t + \frac{g}{2} t^2$$

Problema 7. A densidade relativa do ar ρ foi medida em diversas alturas

$h(km)$	0	1.525	3.050	4.575	6.10	7.625
ρ	1	0.8617	0.7385	0.6292	0.5328	0.4481

Sabendo que a densidade relativa depende quadraticamente da altura, determine a densidade relativa do ar à uma altitude de $h = 10.5km$ pelo Método dos Mínimos Quadrados.

Problema 8. A tabela

r	2.70	2	1.61	1.20	1.02
θ	48°	67°	83°	108°	126°

foi gerada a partir das posições de um cometa, utilizando coordenadas polares convenientes. Sabendo que a órbita do cometa segue a Lei de Kepler

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \theta}$$

estime p e e pelo Método dos Mínimos Quadrados.

Dica: utilize $s = \frac{1}{r}$ para linealizar o problema.

Problema 9. A intensidade de radiação de uma substância foi medida anualmente, obtendo-se as medições

Tempo (ano)		0	1	2	3	4	5
γ (intensidade)		1	0.99	0.979	0.972	0.967	0.956

Sabendo que o decaimento radioativo decai exponencialmente com relação ao tempo, seguindo $\gamma(t) = ae^{bt}$, encontre o tempo de meia-vida da substância.

Dica: reduza o problema ao caso linear utilizando $\ln \gamma(t)$