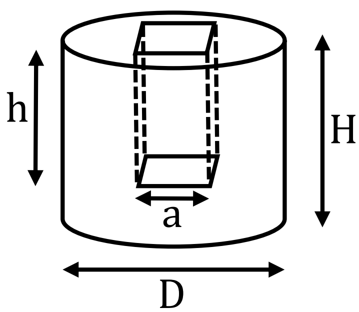
Correção da P1

1) Um aluno do laboratório de física quer determinar o volume de uma peça cilíndrica e, para isso, utilizou um paquímetro. Supondo um cilindro oco cuja altura do cilindro medida seja $H = (13{,}65 \pm 0{,}05)\ mm$, a altura da parte oca seja $h = (8{,}15 \pm 0{,}05)\ mm$, o diametro do cilindro $D = (10{,}45 \pm 0{,}05)\ mm$ e o lado do quadrado $a = (6{,}05 \pm 0{,}05)\ mm$.



a) Escreva a equação para o volume do cilindro oco.

Resposta: Podemos escrever a equação para o volume fazendo o volume do cilindro maior menos o volume do paralelepípedo, ou seja:

$$V_{peça} = V_{cilindro} - V_{paralelepípedo} = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 H - a^2 h = \frac{\pi}{4} D^2 H - a^2 h$$

b) Escreva a equação para o erro do volume do cilindro oco.

Resposta: O erro do volume será dado fazendo a propagação de erro das grandezas.

$$\Delta V = \frac{\pi}{4}[2\ D\ (\Delta D)\ H + D^2(\Delta H)] + [2\ a\ (\Delta a) h + a^2(\Delta h)]$$

c) Calcule o volume do cilindro com seu respectivo erro.

Resposta: Vamos substituir os valores dados no enunciado.

$$V_{peça} = \frac{\pi}{4}(10{,}45)^2(13{,}65) - (6{,}05)^2(8{,}15) = 1170{,}7256 - 298{,}3104$$
$$= 872{,}4152$$

E o erro será:

$$\Delta V = \frac{\pi}{4}[2(10{,}45)(0{,}05)(13{,}65) + (10{,}45)^2(0{,}05)]$$
$$+ [2(6{,}05)(0{,}05)(8{,}15) + (6{,}05)^2(0{,}05)] = 15{,}4915 + 6{,}7609$$
$$= 22{,}2524$$

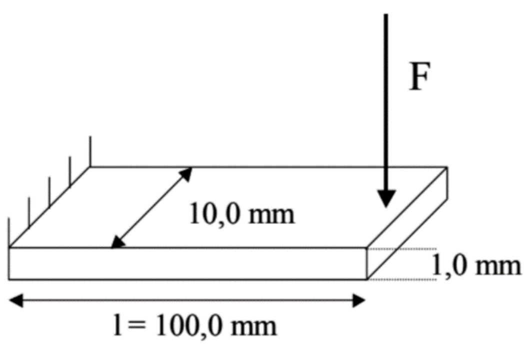
Dessa forma o volume do cilindro oco será:

$$V = (870 \pm 20)\ mm^3$$

2) A deformação (x) de uma régua de aço em função de uma força aplicada pode ser expresa segundo a lei de *Hooke* como:

$$F = kx\ onde\ k = \frac{E(d^3b)}{4l^3},$$

Onde d, b e l são respectivamente a espessura, a largura e o comprimento da régua e $\boldsymbol{E}$ é o módulo de Young ($E = 200\ GPa$).



a) Calcule o valor do coeficiente de elasticidade $\boldsymbol{k}$ para o caso de uma força aplicada em umas das extremidades da régua como mostrado na figura. <u>Não é necessário fazer os cálculos com erros.</u>

Resposta: Para calcular o k da mola devemos substituir os valores mostrados na figura, onde $d = 1{,}0\ mm$ é a espessura, $b = 10{,}0\ mm$ é a largura e $l = 100{,}0\ mm$ é o comprimento. Logo

$$k = \frac{Ed^3b}{4l^3} = \frac{(200.10^9)(10^{-3})^3(10^{-2})}{4(10^{-1})^3} = \frac{2}{4}.10^{11}.10^{-11}.10^3 = 0{,}5.1000$$
$$= 500\ N/m$$

b) Calcule a deflexão da mesma régua ao aplicar uma força $F = 1N$, como mostrado na figura.

Resposta: Usando a lei de Hooke podemos calcualr a deflexão:

$$F = kx \rightarrow x = \frac{F}{k} = \frac{1}{500} = 0{,}002\ m\ \ ou\ 2\ mm$$

c) Como é possível aumentar a resistência da régua do mesmo material (aço) em 10 vezes?

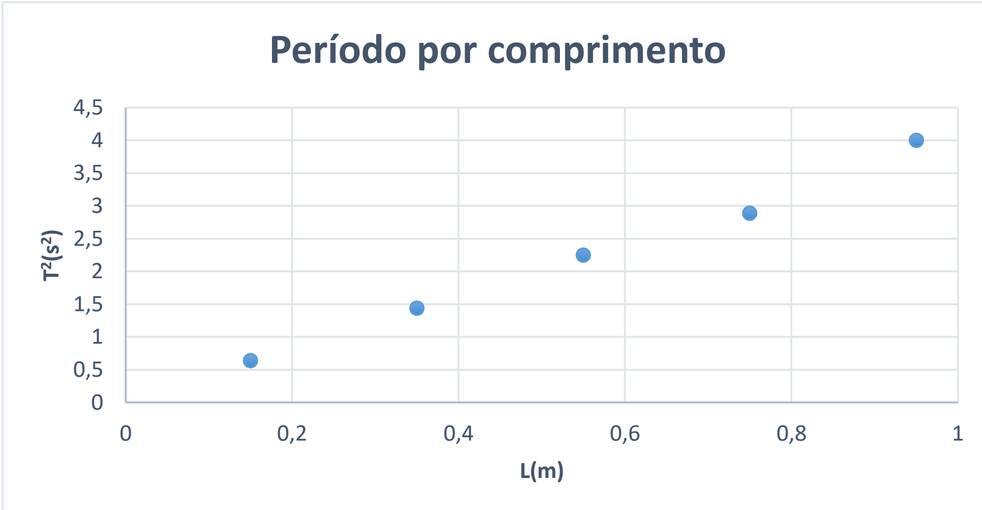
Resposta: Para aumentar a resistência devemos aumentar o valor da constante de mola k em 10 vezes, e olhando a fórmula dada no enunciado podemos fazer isso de 3 maneiras diferentes:

- Aumentar b em 10 vezes
- Aumentar d em $\sqrt[3]{10}$
- Diminuir l em $\sqrt[3]{10}$

3) No experimento de pêndulo em função do comprimento L, o período T está relacionado com o comprimento do pêndulo através da seguinte relação: $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. Na qual g é a aceleração da gravidade. Foram obtidos os seguintes resultados experimentais.

$\boldsymbol{T(s)}$	0,8	1,2	1,5	1,7	2,0
$\boldsymbol{L\ (cm)}$	15	35	55	75	95
$\boldsymbol{T^2}$	0,64	1,44	2,25	2,89	4

a) Faça em um papel milimetrado o gráfico de: T^2 vs L,



b) Determine os coeficientes: angular e linear e os respectivos erros pelo Método dos Mínimos Quadrados. Complete a tabela abaixo para o auxílio nos cálculos.

i	x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	x_i^2	$(x_i - \bar{x})y_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	y_{ci}	$(y_{ci} - y_i)^2$
1	0,15	0,64	-0,40	0,0225	-0,256	0,16	0,61	0,0009
2	0,35	1,44	-0,20	0,1225	-0,288	0,04	1,427	0,000169
3	0,55	2,25	0	0,3025	0	0	2,244	0,000036
4	0,75	2,89	0,20	0,5625	0,578	0,04	3,061	0,029241
5	0,95	4,00	0,40	0,9025	1,6	0,16	3,878	0,0,0
$\sum_{i=1}$	2,75	11,22		1,9125	1,634	0,40	11,22	0,04523

Resposta: Usando as fórmulas dadas para calcular o coeficiente angular e linear.

Valor de x médio: $\bar{x} = 0{,}55$

Valor de y médio: $\bar{y} = 2{,}244$

Coeficiente angular: $a = \frac{\sum(x_i-\bar{x})y_i}{\sum(x_i-\bar{x})^2} = \frac{1{,}634}{0{,}4} = 4{,}085$

Coeficiente linear: $b = \bar{y} - a\bar{x} = 2{,}244 - 4{,}085(0{,}55) = -0{,}00275$

Variação de y: $\Delta y = \sqrt{\frac{\sum(y_{ci}-y_i)^2}{N-2}} = \sqrt{\frac{0{,}04523}{3}} = 0{,}1228$

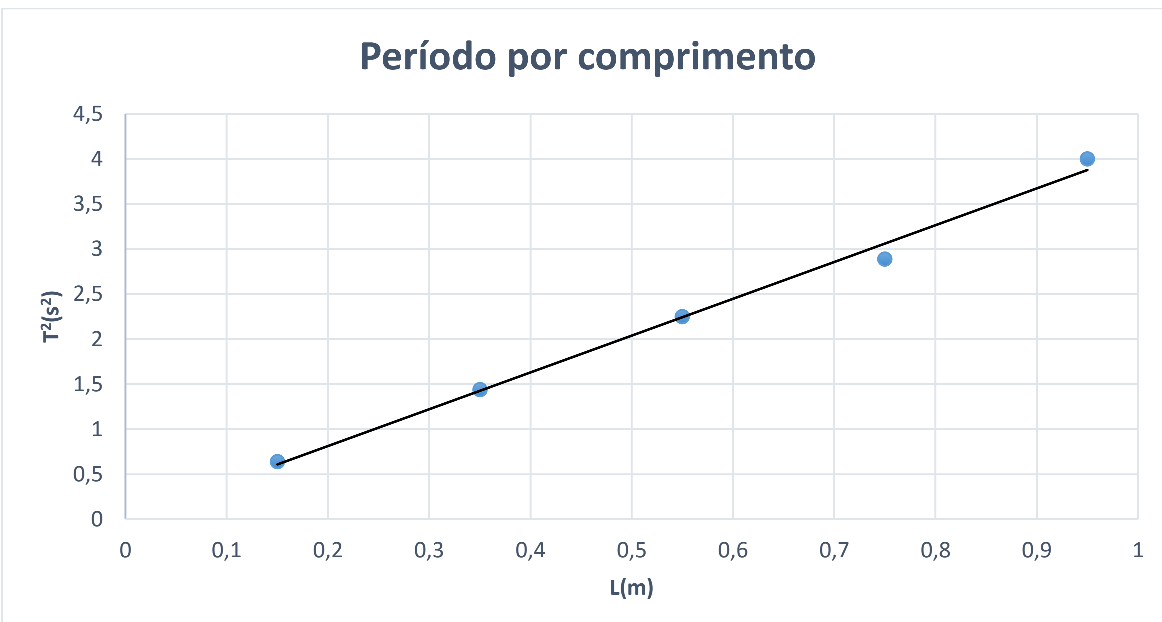
Erro do coeficiente angular: $\Delta a = \frac{\Delta y}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}} = \frac{0{,}1228}{\sqrt{0{,}4}} = 0{,}19$

Erro do coeficiente linear: $\Delta b = \sqrt{\frac{\sum(x_i)^2}{N(\sum(x_i-\bar{x})^2)}}\Delta y = \sqrt{\frac{1{,}9125}{5\ (0{,}4)}}0{,}1228 = 0{,}12$

Logo temos que:

$$a = 4{,}1 \pm 0{,}2$$
$$b = 0{,}0 \pm 0{,}1$$

c) Trace no gráfico somente a reta obtida pelo Método dos Mínimos Quadrados.



d) Determine a aceleração da gravidade $\boldsymbol{g}$, bem como seu respectivo erro $\boldsymbol{\Delta g}$.

Resposta: A equação para do período é dada por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L$$

onde podemos ver a gravidade pode ser determinada a partir do coeficiente angular fazendo:

$$a = \frac{4\pi^2}{g} \rightarrow g = \frac{4\pi^2}{a} = 9{,}6289$$

E o erro da gravidade sendo

$$\Delta g = \frac{4\pi^2 \Delta a}{a^2} = 0{,}469$$

Logo

$$g = (9{,}6 \pm 0{,}5)\ m/s^2$$