

PRINCÍPIO DE INCERTEZA

1. Princípio de Indeterminação na Física Clássica de Ondas

Na seção I.6 mencionamos que muitos fenômenos tipicamente quânticos podem ser entendidos como efeitos da Física Ondulatória Clássica no regime de baixas intensidades, quando aspectos corpusculares tornam-se importantes. O “princípio de incerteza”⁸⁰ é um exemplo disto. Na Física Clássica de Ondas, pode-se definir uma onda contínua de comprimento de onda λ bem definido – ou, para facilitar, número de onda $k'=1/\lambda$ bem definido –, mas neste caso não se pode associar nenhuma posição x à onda (Fig. X.1a). Por outro lado, é possível descrever um pulso mais ou menos bem localizado superpondo-se ondas contínuas de números de onda próximos (Fig. X.2), formando um “pacote de onda” no espaço de posições x (Figs. X.1b). Nota-se que o pulso exibe ao mesmo tempo uma resolução⁸¹ espacial δx e uma largura de banda $\delta k'$ apreciáveis. Enfim, é possível tornar o pulso cada vez mais bem localizado em torno de um valor bem definido de x , superpondo-se ondas contínuas de uma faixa cada vez mais larga de valores de k' (Fig. X.1c).

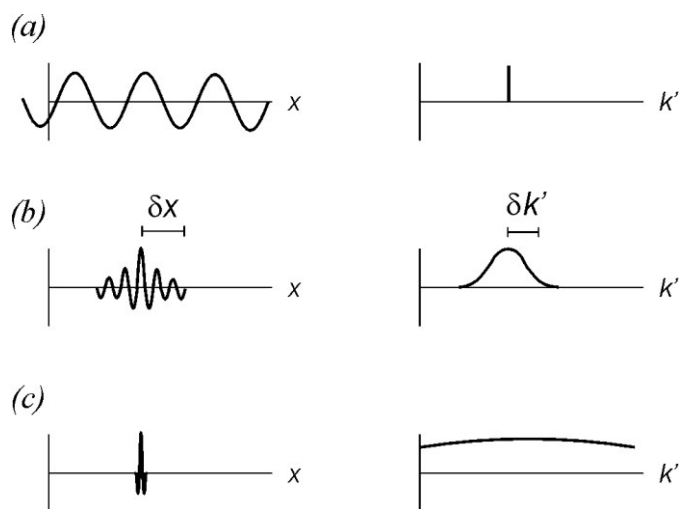
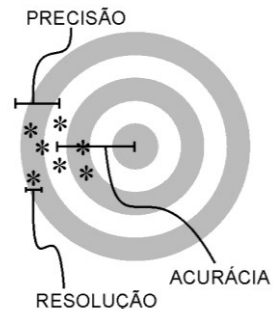


Figura X.1. A amplitude de qualquer onda pode ser descrita no espaço dos x ou no espaço dos k' . Nota-se porém que quanto maior δx , menor o $\delta k'$, e vice-versa.

⁸⁰ A distinção entre indeterminação e incerteza ficará clara na seção seguinte. *Indeterminação* refere-se a uma indefinição intrínseca do objeto, ao passo que *incerteza* refere-se a uma ignorância do observador com relação a uma propriedade bem definida do objeto.

⁸¹ Adotamos a distinção que é usualmente feita entre resolução, precisão e acurácia. A *precisão* é definida, para várias repetições da mesma medição, como a proximidade média dos vários resultados a um valor médio, sendo expresso formalmente como o inverso do desvio padrão. A *acurácia* é a proximidade do valor médio dos vários resultados a um valor tido como verdadeiro (hoje o termo *exatidão* é preferido em português). A *resolução* corresponde ao menor intervalo da grandeza sendo medida que pode ser discernido pelo aparelho de medição. Dois fatores limitam a resolução: a indeterminação intrínseca do sinal, e o espaçamento mínimo dos detectores (por exemplo, o espaçamento entre os cristais de prata em uma emulsão fotográfica). Ver por exemplo: STERN, J. (1976): “Measurement, Principles and instruments of”, in *The new Encyclopædia Britannica, Macropædia*, vol. 11, 15ª ed., Chicago, 728-33.



Essas considerações sugerem que quanto menor for a resolução espacial δx , maior será a largura de banda $\delta k'$ do pacote de onda. De fato, mostra-se que essas indeterminações obedecem a relação $\delta x \cdot \delta k' \approx 1/(4\pi)$. Analogamente, para o instante t em que um pulso clássico passa por um ponto e para sua frequência ν , temos $\delta t \cdot \delta \nu \approx 1/(4\pi)$. Como quaisquer ruídos adicionais (ondas com fases aleatórias) só aumentam os produtos $\delta x \cdot \delta k'$ e $\delta t \cdot \delta \nu$, podemos escrever desigualdades:

$$\delta x \cdot \delta k' \geq 1/(4\pi), \quad \delta t \cdot \delta \nu \geq 1/(4\pi). \quad (\text{X.1})$$

2. O Princípio Quântico de Incerteza segundo as Diferentes Interpretações

A extensão dessas relações (X.1) para o regime quântico pode ser feita simplesmente usando as eqs.(I.1), $E = h\nu$ e $p = h/\lambda \equiv h \cdot k'$. As seguintes *relações de incerteza*, derivadas pela primeira vez por Heisenberg em março de 1927, colocam um limite inferior para o produto das indeterminações, onde $\hbar = h/2\pi$:

$$\delta x \cdot \delta p_x \geq \hbar/2, \quad (\text{X.2})$$

$$\delta t \cdot \delta E \geq \hbar/2. \quad (\text{X.3})$$

Pares de grandezas como posição x e (componente x do) momento p_x , ou como tempo t e energia E , são ditos *incompatíveis*.

O que significam estas relações? Concentremo-nos na relação envolvendo posição e momento, que para partículas com massa, como o elétron (para as quais $p = mV$), envolve as grandezas posição e velocidade. Cada interpretação tem sua visão sobre o princípio de incerteza, mas podemos destacar duas realistas que são antagônicas: a ondulatória e a corpuscular.

(1) *Interpretação Ondulatória Realista*. Atribuindo uma realidade apenas para o pacote de onda (sem postular a existência de partículas pontuais), δx mede metade da extensão do pulso (Fig. X.1b), indicando que a posição x do objeto quântico é indeterminada ou mal definida por uma quantidade $2 \cdot \delta x$. As eqs.(X.2 e 3) exprimem assim um princípio de *indeterminação*: se x for bem definido, p_x é mal definido, e vice-versa.

(2) *Interpretação Corpuscular*. Alguns proponentes da interpretação dos coletivos estatísticos, apresentada nas seções V.5 e VII.3, afirmam que é possível medir simultaneamente x e p_x , com boa resolução. O que ocorreria é que se prepararmos o mesmo estado quântico $|\psi\rangle$ várias vezes, e medirmos x e p_x para cada preparação, obteremos valores que variam de uma medição para outra. Ao colocar estes valores em um histograma de x e p_x , obter-se-ão os desvios padrões Δx e Δp_x (Fig. X.3). Assim, o princípio de incerteza seria exclusivamente uma tese *estatística*, ao contrário do que afirmam as interpretações ondulatória e da complementaridade, que também aplicam este princípio para casos individuais. A eq.(X.2) não

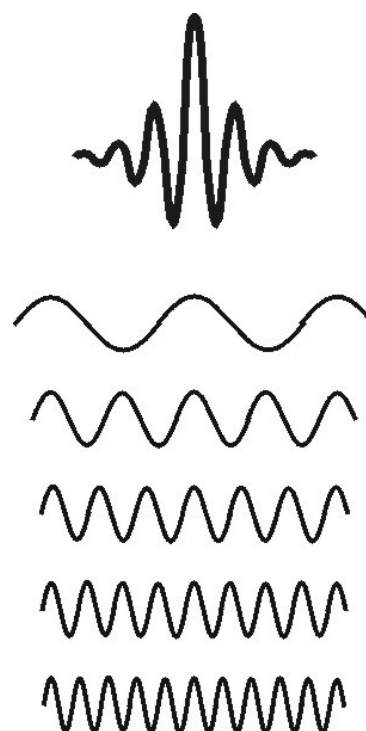


Figura X.2. Um pulso de onda pode ser gerado pela superposição de ondas contínuas de diferentes comprimentos-de-onda. O máximo central do pulso é o ponto em que todos os componentes têm um máximo.

seria válida, mas sim a versão estatística, expressa em termos dos desvios padrões de operadores \hat{X} e \hat{P}_x :

$$\Delta\hat{X} \cdot \Delta\hat{P}_x \geq \frac{\hbar}{2} . \quad (\text{X.4})$$

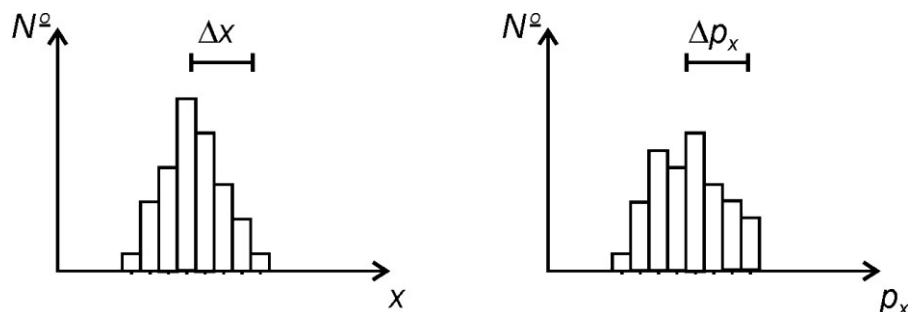


Figura X.3. Frequências relativas (n° de contagens) de uma coleção de medições simultâneas de x e p_x , cujos desvios padrão satisfazem o princípio de incerteza.

(3) *Interpretação Instrumentalista.* Há concordância aqui com a interpretação corpuscular realista de que a relação de incerteza válida é a eq.(X.4), expressa em termos de operadores. Isso reflete a tese de que a Mecânica Quântica é uma teoria que se refere a coletivos estatísticos. Porém, nesta interpretação nada é afirmado sobre os *valores possuídos* pelos quanta individuais. Por outro lado, pode-se enunciar um versão instrumentalista ou “mínima” do princípio de incerteza, para medições individuais de observáveis incompatíveis A e B , da seguinte maneira que é aceita por todas as interpretações:

Se o observável A for medido e um valor bem definido for obtido, então não se pode prever com certeza o resultado de uma medição do observável incompatível B .

(4) *Interpretação Dualista Realista.* Segundo esta visão, o corpúsculo tem sempre posição x e velocidade \dot{x} bem definidas simultaneamente, mas só a posição pode ser medida (\dot{x} é uma variável oculta). Em uma medição do observável posição, o valor obtido é interpretado como a posição do corpúsculo. Por outro lado, em uma medição do observável momento, os valores obtidos não têm relação direta com a variável oculta \dot{x} (isso será visto mais à frente). Aceita-se a relação de incerteza estatística (eq. X.4), mas não a aplicável a casos individuais (eq. X.2).

(5) *Interpretação da Complementaridade.* Vimos que é impossível um fenômeno ser (100%) corpuscular e (100%) ondulatório ao mesmo tempo. De maneira análoga, é impossível medir simultaneamente x e p_x com resoluções menores do que δx e δp_x dados pela eq.(X.2). Veremos a seguir o argumento original de Heisenberg para justificar as relações de incerteza, por meio de um microscópio de raios gama, e a discussão sobre retrodição feita por Bohr e Heisenberg.

3. Origens do Princípio de Incerteza

Com o estabelecimento da “teoria da transformação”, no final de 1926, Dirac pôde perceber que “não se pode responder a qualquer pergunta da teoria quântica que se refira aos valores numéricos para ambos os q e os p ”.⁸²

Heisenberg e Pauli também chegaram a semelhante conclusão em outubro de 1926. Em carta daquele para Pauli: “Eu gostaria de acreditar que tuas ondas- p possuem tanta realidade física quanto as ondas- q ; apenas, naturalmente, não tanto significado prático. Mas tenho muita simpatia pela equivalência em princípio entre p e q . Assim, a equação $pq - qp = \hbar$ sempre corresponde na apresentação ondulatória ao fato de que é impossível falar de uma onda monocromática em um ponto fixo do tempo (ou em um intervalo muito curto de tempo). Mas se a linha for feita menos aguda, o intervalo de tempo menos curto, então na verdade isso tem sentido. Analogamente, não tem sentido falar na posição de uma partícula com velocidade fixa. Mas se uma posição e velocidade menos acuradas forem aceitas, então isso de fato tem sentido.”⁸³

Em fevereiro de 1927 Heisenberg, que estava agora em Copenhague, aproveitou uma viagem de Bohr para a Noruega para retornar ao problema, refletindo sobre como dar conta das trajetórias lineares de partículas em uma câmara de nuvem de Wilson, o que não era explicado nem pela mecânica matricial nem pela ondulatória (só introduzindo o conceito de redução de estado). Adotou então novamente uma postura “operacionista”, para a qual “se alguém quiser esclarecer o que significa ‘a posição de um objeto’, como por exemplo de um elétron, então ele tem que descrever um experimento no qual a ‘posição do elétron’ pode ser medida; caso contrário, este termo não tem sentido algum”.⁸⁴ Ao final de março terminou o seu artigo, após consultas a Pauli e Bohr, no qual apresentou suas “relações de incerteza”.

Partindo de uma função de onda $\Psi(x)$ com uma forma gaussiana, que exprime uma incerteza nas coordenadas da ordem de δx , Heisenberg aplicou a transformada de Fourier e obteve a função de onda $\bar{\Psi}(p)$ no espaço dos momentos, que resulta ser também uma gaussiana com incerteza δp . Obteve então a relação: $\delta x \cdot \delta p \sim \hbar$. Este resultado foi visto como “uma interpretação física direta da equação $pq - qp = -i\hbar$.” Mas o que significam na prática as indeterminações δx e δp , para Heisenberg? Esclareceremos esta questão examinando o microscópio de raios γ , na próxima seção.

Antes, porém, devemos distinguir entre o “princípio” de incerteza e as “relações” de incerteza. O *princípio*, que se aplica a grandezas não compatíveis entre si (representados por operadores que não comutam, como posição e momento), exprime o fato de que uma maior previsibilidade nos resultados da medição de um dos observáveis implica uma diminuição na previsibilidade do outro. Uma *relação* de incerteza é qualquer relação matemática que exprima quantitativamente o princípio.

⁸² Dirac, dezembro 1926, citado por JAMMER, M. (1966): *The conceptual development of quantum mechanics*, McGraw-Hill, New York, p. 326. Ver também a citação de Jordan.

⁸³ Citado em HENDRY, J. (1984): *The creation of quantum mechanics and the Bohr-Pauli dialogue*, Reidel, Dordrecht, p. 111.

⁸⁴ HEISENBERG (1927), op.cit. (nota 46), p. 64.

4. O Microscópio de Raios γ

Para esclarecer o significado operacional da relação de indeterminação para posição e momento, Heisenberg apresentou um experimento mental, o microscópio de raios γ (gama), para mostrar que o produto das indeterminações de medições de posição e momento em uma situação experimental possui de fato o limite inferior de h . Consideremos sua discussão apresentada nas palestras de Chicago de 1930,⁸⁵ que incorpora algumas sugestões de Bohr, e que ilustramos na Fig. X.4.

O microscópio é utilizado para medir a posição x de um elétron, e supõe-se que ele está inicialmente com momento $p_x = 0$. A medição é feita iluminando-se o elétron com uma frente de ondas planas que incide paralelamente ao plano da lente. A luz (raio γ) é espalhada pelo elétron, atravessa a lente do microscópio e incide no plano de imagem na posição x' , onde um fóton é registrado. A partir da observação macroscópica de x' , infere-se x . No entanto, pela teoria de difração óptica clássica, mesmo que a luz espalhada venha de um ponto bem definido, a sua imagem será levemente borrada. Inversamente, se um ponto bem definido se formar em x' , no plano de imagem, pode-se inferir x apenas dentro do “poder de resolução” da lente, que é dado por $\delta x = \lambda/(2 \text{ sen } \varepsilon)$, onde λ é o comprimento de onda da luz espalhada e 2ε é o ângulo subtendido pela lente a partir do objeto. Neste caso, a indeterminação δx é a *resolução* da medição de x .

A resolução δx pode ser diminuída o quanto se quiser diminuindo-se o comprimento de onda, o que ocorreria no limite de raios γ . No entanto, o que ocorreria com o momento do elétron, que inicialmente era zero? Como o raio γ ricocheteia no elétron, este teria uma alteração em seu momento (dado pelo efeito Compton, regido pela conservação de momento linear). Porém, não sabemos qual é o valor dessa alteração, porque não sabemos exatamente qual é o momento do fóton espalhado. Sabemos que o fóton foi espalhado no ângulo 2ε , e supondo que a alteração na energia do fóton é desprezível, temos uma incerteza da ordem de $2(h/\lambda)\text{sen } \varepsilon$ no momento do fóton na direção x , que é então a *incerteza* (ou imprevisibilidade) δp_x do momento final do elétron. O produto $\delta x \cdot \delta p_x$ satisfaz a eq.(X.2).

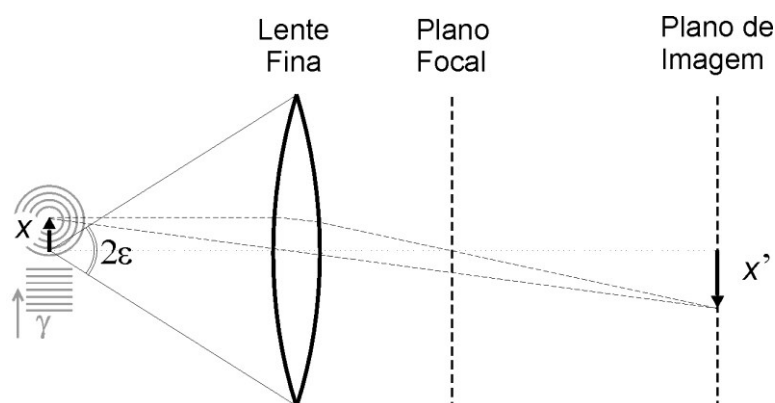


Figura X.4. Microscópio de raio γ de Heisenberg.

⁸⁵ Publicadas em: HEISENBERG, W. (1930), op. cit. (nota 58). Nossa apresentação segue JAMMER (1974), op.cit. (nota 8), pp. 64-65. Uma versão mais moderna, que vale a pena ser consultada, é apresentada por BRAGINSKY & KHALILI (1992), op. cit. (nota 17), pp. 8-10.

Um problema com essa explicação dada por Heisenberg é que ela supõe que, após a interação com o fóton, o elétron tem posição e momento simultaneamente bem definidos, só que desconhecidos.⁸⁶ Esta é uma hipótese própria da Física Clássica, o que tornaria a explicação “semiclássica”. Porém, ele efetua um passo curioso, pois após mostrar que há uma impossibilidade de se poder *medir* com exatidão as duas grandezas conjugadas, ele conclui que um objeto nunca *possui*, simultaneamente, valores exatos para as duas grandezas. Esta conclusão, que passa de uma tese epistemológica (relativa ao conhecimento: “não posso conhecer”) para uma tese ontológica (relativa ao ser, à essência das coisas: “não é”), só é possível se for adotado um postulado positivista (operacionista), segundo o qual só aquilo que é observado tem realidade.⁸⁷

5. Microscópio de von Weizsäcker

Em 1931, em Leipzig, na Alemanha, o precoce Karl von Weizsäcker, de 19 anos, trabalhava em sua tese de doutorado com Heisenberg. Este pediu ao jovem um estudo rigoroso, dentro da eletrodinâmica quântica de Heisenberg & Pauli, sobre a determinação da posição de um elétron por meio do microscópio de raio γ . Antes de introduzir o formalismo, von Weizsäcker⁸⁸ abordou de maneira simplificada o experimento mental do microscópio, que vimos na seção anterior.

Segundo a Óptica Clássica, para um objeto pontual (Fig. X.4), se uma tela fosforescente ou uma chapa fotográfica for colocada no *plano de imagem* do microscópio, ocorre uma magnificação da posição do elétron, e determina-se com boa resolução esta posição. Porém, se a tela fosse colocada no *plano focal* definido pela lente, observar-se-ia um borrão razoavelmente espalhado.

Consideremos agora um outro caso, no qual uma onda plana incide na lente (equivalente ao caso no qual o objeto está no infinito) (Fig. X.5). Se a tela estiver no plano focal, sabemos que tal frente de onda irá se focalizar em um ponto bem definido da tela. A posição deste ponto indicará a direção de incidência da onda plana, ou seja, medirá a direção de seu momento. Neste segundo caso, se a tela fosse colocada no plano de imagem, observar-se-ia um borrão espalhado na tela.

No caso quântico, cada fóton espalhado forma um ponto bem definido em qualquer tela no qual ele incidir. Consideremos, para simplificar, que o objeto está inicialmente em repouso. Se a tela estiver no plano de imagem (Fig. X.4), a posição inicial do elétron será medida com boa resolução. O estado do elétron será reduzido a um autoestado de posição, que simplificada e pode ser considerado uma onda esférica.

Por outro lado, se a tela estiver no plano focal (Fig. X.5), o que é medido é o momento. O estado da luz espalhada será pois reduzido a um autoestado de momento, ou seja, a uma onda plana. Como o raio γ inicial também tinha momento bem definido, a diferença entre o momento

⁸⁶ Este argumento foi apresentado na década de 1950 por alguns autores; ver JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 73, 165.

⁸⁷ Discutimos o positivismo e realismo nos *Conceitos de física quântica*, vol. 1, Cap. XIV. Neste livro, considere que Bohr seria um positivista, mas o termo mais adequado seria “antirrealista”, pois sua forma de antirrealismo se enquadra melhor em um “construtivismo” semelhante a Kant. Sobre este ponto, ver KAUARK-LEITE, P. (2013), “Redefinindo a curvatura do arco: aspectos transcendentais da racionalidade quântica”, *Analytica 17*, 59-78. Para uma exposição mais atualizada sobre realismo e antirrealismo, ver PESSOA JR., O. (2022), *Filosofia da física clássica*, notas de aula, Caps. III e IV.

⁸⁸ VON WEIZSÄCKER, K.F. (1931), “Ortsbestimmung eines Elektrons durch ein Mikroskop”, *Zeitschrift für Physik 70*, 114-130. Ver também a análise em BÜCHEL, W. (1965): *Philosophische Probleme der Physik*, Herder, Freiburg.

inicial e final da luz fornece uma medição do momento transferido ao elétron (que supusemos estar inicialmente em repouso), e determina que o estado final do objeto seja também uma onda plana.

O importante no argumento de von Weizsäcker é que conforme a posição na qual a tela for colocada, medir-se-ão não só observáveis diferentes e incompatíveis, como também o estado final do objeto será diferente. Ora, mas em princípio nada impede que a escolha de onde inserir a tela seja feita depois de o fóton ser espalhado e atravessar a lente do microscópio! Esse *experimento de escolha demorada* (ver seção III.3) mostra assim o papel que o sujeito pode ter em determinar o estado final do objeto, mesmo que este esteja a uma distância considerável do observador. Jammer⁸⁹ considerou tal experimento mental uma antecipação da análise de Einstein, Podolsky & Rosen, sem que von Weizsäcker estivesse preocupado em mostrar a incompletude da Mecânica Quântica.

Este experimento fez com que von Weizsäcker passasse a atribuir um papel importante para a *vontade* do sujeito humano na Mecânica Quântica. O observador tem a capacidade de escolher, no instante em que ele insere a tela em um dos planos, se o estado final do elétron será uma onda plana ou esférica, mesmo que este elétron esteja a uma grande distância. Poderia este efeito ser usado para enviar sinais mais rápidos do que a luz?

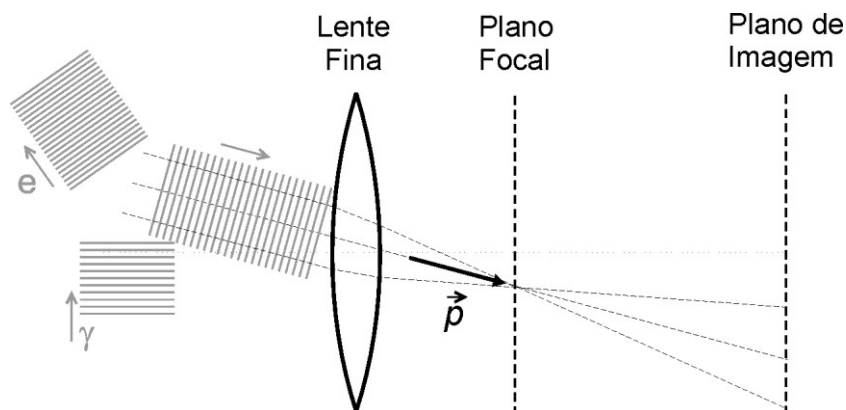


Figura X.5. Medição de momento usando o microscópio de raio γ , segundo von Weizsäcker. A correspondente medição de posição está na Fig. X.4.

6. Conceção do Distúrbio Interacional

Outro ponto importante na explicação do princípio de incerteza dada por Heisenberg é o que se pode chamar de concepção do *distúrbio interacional*: no domínio da Física Quântica, o observador sempre provoca um distúrbio no objeto durante o ato de medição. Nas palavras de Heisenberg: “a interação entre observador e objeto causa alterações incontroláveis e grandes no sistema sendo observado, por causa das alterações descontínuas características dos processos atômicos”.⁹⁰

⁸⁹ JAMMER (1974), op. cit. (nota 8), pp. 178-80.

⁹⁰ HEISENBERG (1930), op.cit. (nota 58), p. 3. Afirmação semelhante fora feita por BOHR, N. (1928), “The quantum postulate and the recent development of atomic theory”, *Nature* 121, 580-90; reimpresso em N. BOHR: *Atomic theory and the description of nature*, Cambridge U. Press, 1934, pp. 52-91, e em WHEELER & ZUREK (1983), op.cit. (nota 15), pp. 87-126. Tradução para o português: “O postulado quântico e o recente desenvolvimento da teoria atômica”, in PESSOA JR., O. (org.) (2000): *Fundamentos da física 1 – Simpósio David Bohm*, Ed. Livraria da Física, São Paulo, pp. 135-59. Ver p. 54.

É importante distinguir entre⁹¹: (i) a indeterminação intrínseca a um estado quântico puro (expressa por uma relação envolvendo indeterminações, eq. X.2, ou desvios padrão de observáveis, eq. X.4); e (ii) as incertezas introduzidas pela interação com o aparelho de medição, ou seja, o distúrbio interacional. Diversos autores têm apontado que, em geral, as derivações de (i) são na verdade dependentes de (ii), o que não deveria acontecer.⁹²

SCULLY et al. (1991) geraram uma discussão na literatura que acabou lançando novas luzes sobre o distúrbio interacional. Uma consequência desta discussão é o reconhecimento de que o distúrbio interacional pode se dar não só de maneira “clássica” (que inclui os exemplos das nas seções IV.1 e X.4), mas também de uma maneira tipicamente quântica, chamada por alguns de “distúrbio não-local”.⁹³

7. Observáveis de Não-Demolição

Medições de posição são consideradas “repetíveis” (medições do 1º tipo), pois se *imediatamente após* uma determinação de posição uma outra medição for efetuada, obter-se-á o mesmo resultado.

No entanto, se *um intervalo de tempo finito* transcorrer entre as medições de posição, o resultado da medição subsequente estará sujeito a uma flutuação imprevisível. Para entender isso, considere o seguinte argumento semiclassical.⁹⁴ Após a primeira medição de posição, $x(0)$, a subsequente posição $x(t)$ de uma partícula livre de massa m depende do seu momento p_x , através da relação $x(t) = x(0) + (p_x/m)t$. Ora, uma medição com alta resolução de $x(0)$ introduz uma grande indeterminação no momento p_x , o que resulta em uma indeterminação razoável em $x(t)$. Este fato pode ser expresso através da relação de comutação na representação de Heisenberg: $[\hat{X}(t), \hat{X}(t + \tau)] = i\hbar\tau / m$.

Por outro lado, para uma partícula livre, o momento é uma constante do movimento. Assim, uma medição com alta resolução de $p_x(0)$, apesar de introduzir uma indeterminação razoável em x , não irá provocar um distúrbio em $p_x(t)$: $[\hat{P}(t), \hat{P}(t + \tau)] = 0$. Neste caso, diz-se que o momento é um observável quântico de *não-demolição*, ao contrário da posição. Vemos assim que na Mecânica Quântica existe uma assimetria entre as grandezas posição e momento.

Uma consequência do princípio de incerteza envolvendo posição e momento é às vezes chamada *energia de localização*. Adotemos momentaneamente uma interpretação corpuscular.⁹⁵ Se uma partícula for confinada a uma região espacial muito pequena (Δx pequeno), a incerteza no momento Δp_x será grande, o que corresponde a uma flutuação grande de energia. Assim, para impedir que a partícula escape do confinamento, quanto menor a região de confinamento, maior os potenciais que precisam ser aplicados. Esta propriedade está intimamente ligada à “energia de

⁹¹ BRAGINSKY & KHALILI (1992), op.cit. (nota 17), p. 10.

⁹² Ver por exemplo: BROWN, H.R. & REDHEAD, M.L.G. (1981), “A critique of the disturbance theory of indeterminacy in quantum mechanics”, *Foundations of Physics* 11, 1-20.

⁹³ A discussão se iniciou com: SCULLY, M.O.; ENGLERT, B.G. & WALTHER, H. (1991), “Quantum optical tests of complementarity”, *Nature* 351, 111-6. O reconhecimento de que o que está envolvido aqui é um distúrbio “não-local” se encontra em: WISEMAN, H. & HARRISON, F. (1995), “Uncertainty over complementarity?”, *Nature* 377, 584. O experimento é discutido em *Conceitos de física quântica*, vol. 2, seção XXI.3.

⁹⁴ BRAGINSKY, V.B.; VORONTOV, Y.I. & THORNE, K.S. (1980): “Quantum nondemolition measurements”, *Science* 209, 547-57. Reimpresso em WHEELER & ZUREK (1983), op.cit. (nota 15), pp. 749-68. Ver pp. 751-5.

⁹⁵ A energia de localização é bastante destacada na proposta didática de se ensinar a Física Quântica do chamado grupo de Berlim. As deficiências desta proposta estão relacionadas à excessiva ênfase numa interpretação corpuscular. FISCHLER, H. & LICHTFELDT, M. (1992): “Modern physics and students’ conceptions”, *International Journal of Science Education* 14, 181-90.

ponto zero”, ou seja, mesmo que nos aproximemos da temperatura de zero graus absoluto, haverá uma energia remanescente associada à partícula. Outra propriedade que pode ser relacionada à energia de localização é a estabilidade da matéria.

8. Retrodição

Suponha que a posição y_1 de uma partícula livre de massa m seja medida com boa resolução no instante t_1 , resultando em um pacote de onda com grande indeterminação no momento p_{y1} . Tal medição pode ser efetuada simplesmente selecionando uma partícula que passa por uma fenda localizada em y_1 num instante conhecido (Fig. X.5)

Posteriormente, num instante t_2 , mede-se novamente a posição y_2 da partícula (Fig. X.6). Ora, levando em consideração que a partícula está livre de forças entre as duas medições, é plausível supor que ela descreve um movimento retilíneo uniforme entre os instantes t_1 e t_2 , com momento dado por:

$$p_y = m \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}. \quad (\text{X.5})$$

Este é o valor que se *infere* para o momento p_{y1} logo após o instante t_1 , quando a partícula estava localizada na posição y_1 . Teríamos assim uma determinação simultânea exata de posição e momento logo após o instante t_1 , o que violaria o enunciado da eq.(X.2)!

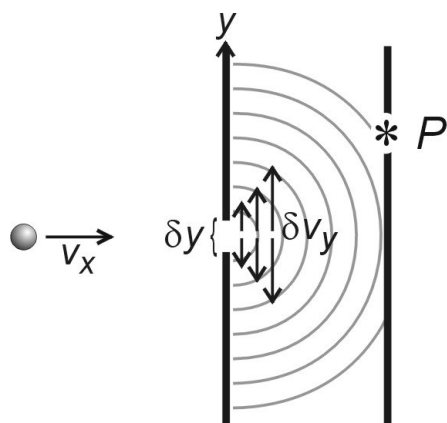


Figura X.5. A difração é um efeito ondulatório que pode ser explicado pelo princípio de incerteza em uma fenda única. Como a incerteza na posição y é pequena, a incerteza na velocidade v_y (ou momento $p_y = mv_y$) é grande, dando conta da dispersão de resultados nas detecções na tela detetora.

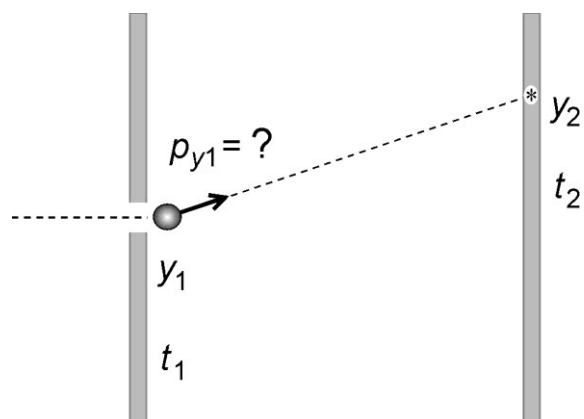


Figura X.6. Medindo y_1 e y_2 , e aceitando-se a retrodição, pode-se inferir o valor de p_{y1} no passado.

O que está acontecendo? Antes de mais nada, notemos que fizemos uma inferência em relação a uma situação *passada*, procedimento com o qual já nos deparamos nas seções III.1,

VIII.3, e que chamamos de *retrodição*. Quem cunhou este termo foi Niels Bohr,⁹⁶ que salientou que a retrodição é uma “abstração, a partir da qual nenhuma informação sem ambiguidades concernente ao comportamento prévio ou futuro do indivíduo pode ser obtida.”

Heisenberg também discutiu este problema nas suas palestras de Chicago,⁹⁷ notando que “a relação de incerteza não se refere ao passado [...] Este conhecimento do passado é de caráter meramente especulativo [...] É uma questão de crença pessoal se a tal cálculo referente à história passada do elétron pode ser atribuída qualquer realidade física ou não”. Em suma, se aceitarmos a retrodição, podemos concluir que o princípio de incerteza não se aplica para o passado. Quais as consequências desta constatação para cada interpretação? (A discussão seguinte é muito próxima daquela da seção VIII.3).

(1) *Interpretação Ondulatória*. Esta visão não aceita a retrodição. Após a primeira medição de momento, o estado do sistema $|\psi\rangle$ corresponde a uma superposição de autoestados de posição. A medição subsequente de posição, porém, não altera estados no passado. Após medir-se y_2 , o uso da eq. (X.5) não fornece o valor real de y_1 no passado, mas apenas um valor que classicamente seria consistente com a medição de y_2 .

(2) *Interpretação Corpuscular*. A interpretação dos coletivos estatísticos aceita a retrodição, e aceita que os valores de y_1 e p_{y1} atribuídos à partícula no passado tenham realidade simultânea. Assumindo um princípio realista de que a realidade passada e futura têm a mesma natureza, ou seja, que o observador não atualiza o passado (no sentido de Wheeler, seção III.3), autores como Ballentine concluem que partículas também têm valores simultaneamente bem definidos para y e p_y no presente, e os terão no futuro, mesmo que nós sejamos incapazes (por causa das limitações no processo de preparação e de medição) de prever quais são estes valores (seção X.2).

(3) *Interpretação Dualista Realista*. Esta visão aceita uma espécie de retrodição, mas as partículas não seguem sempre trajetórias retilíneas uniformes como suposto na eq.(X.5), mas seguem trajetórias complicadas que estudaremos mais adiante.

(4) *Interpretação da Complementaridade*. Apesar de Bohr ter salientado em 1928 que a retrodição é uma “abstração”, ele passou a adotá-la implicitamente após 1935 para definir “fenômenos” corpuscular e ondulatório. Num fenômeno corpuscular, é possível retrodizer qual foi a trajetória do quantum detectado. A ideia de Wheeler (seção III.4) de “atualização do passado no presente” levaria à conclusão de que partículas podem ter posição e momento bem definidos apenas no passado.

A “interpretação das histórias consistentes”, um elegante dualismo antirrealista inaugurado por Robert Griffiths e bastante explorado nos últimos anos, adota explicitamente a retrodição. No experimento que estamos examinando, ele diria que a frase “logo após t_1 a partícula tem posição y_1 ” é verdadeira, e que a frase “logo após t_1 a partícula tem momento p_{y1} ” é verdadeira, mas propõe uma nova lógica não-clássica para impedir que se possa afirmar que “logo após t_1 a partícula tem posição y_1 e momento p_{y1} ”.⁹⁸

⁹⁶ BOHR, N. (1928), op. cit. (nota 90), p. 66.

⁹⁷ HEISENBERG (1930), op.cit. (nota 58), pp. 20, 25.

⁹⁸ Ver GRIFFITHS, R.B. (1986): “Making consistent inferences from quantum measurements”, in GREENBERGER (1986), op. cit (nota 74), pp. 512-517. A apresentação mais completa de seu ponto de vista encontra-se em: GRIFFITHS, R.B. (1984): “Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics”, *Journal of Statistical Physics* 36, 219-72. Para uma crítica de sua lógica não-clássica, ver D’ESPAGNAT, B. (1989): “Are there realistically interpretable local theories?”, *Journal of Statistical Physics* 56, 747-66.