



1. Introduction

The year 2038 is running with a new period of financial market turmoil, slowing growth, and heightened inflationary pressures. With a close similarity to 30 years ago, when international institutions officially agreed that a reality posed complex policy challenges for the international community. For instance, in the year 2008, and although developing countries had weathered the globalization storm well thus far, they could not afford to be

complacent at far. That former situation is returning in 2038, particularly with unusually high uncertainty in the global macroeconomic outlook. In spite of technological progresses obtained in last 30 years, differences between “more-developed” and poorest countries always persist, impacting countries’ growing trade and investment linkages with high-income countries.

It is common in 2038 that a global citizen takes a pace of stewardship in terms of offering his/her own contribution to help other people, under hunger, poverty and water scarcity worldwide. This attitude is escalating as a bottom-up process that arrive to policymakers and stakeholders. The feeling of, as 30 years ago, that “it is imperative that policy makers in both developing and high-income countries take firm actions to alleviate the impact of soaring food, energy and water prices on the poor while they address the longer-term challenges of financial globalization and economic interdependence” is mandatory. The cumbersome situation is critical into five-level diagnosis: 1) tighter environmental conditions are curbing private budgets of demonstrative pilot projects, 2) developing countries have become more vulnerable to environmental disasters, 3) soaring water prices pose daunting challenges to urban dwellers, 4) internationalization of environmental services’ trade offers distinct benefits and 5) current challenges require an enlightened international policy response.

In this way, it is common in 2038 that ex-pupils of secondary schools should gather themselves, 10 or 20 years later they came out from school, in order to propose a voluntary, civil service through concrete actions towards sustainability, especially to alleviate problems in low-income countries or regions in the world. The high, global connectivity through the eNET aids to rapidly reach to solutions from shareware innovations. That is the story of one group: the one which proposed the shareware device named the hydr ☺ BIT in 2028, during the school period, updated it through 5 years, and now are working with in 2038 (the smiling face “☺” of hydroBIT term is due to current, legal situation worldwide in 2038; in 2035, after a historic world decision, all water-related solutions continue as eco-patents with own copyrights, but shareware of public domain and to strength local water governance access of the poor; for that reason the copyright symbol © by the smiling face).

2. Inside the hydr ☺ BIT

The hydr ☺ BIT means “Hydrological Business Innovation Tank”. In essence, it is a water reuse tank which multiple objectives and purposes for urban flood control, river restoration, aquifer recharge, water quality control, landscape design and land reclamation for leisure of local

inhabitants. This “tank” brings a whole integration of solutions, as individual “innovation” schemes, as efficient as possible, working together into a demonstrative pilot project. The innovation tank is merged into a scheme of payment of environmental services, with special attention to green-accounting and incentive eco-securitisation through “business”. The main hot-spot of this kind of business is the water cycle, in terms reference processes of runoff, infiltration, evapotranspiration, precipitation, and intervention actions of aquifer recharge, water pumping, flood protection as well. Urban tax incentives should attract new business market to dwellers who accept hydrological solutions. The ex-pupils, in 2038, accept the idea is not new. Thirty years ago a similar action was proposed at universities of emerging economies. In that period, the project was taken from high urbanized cities in South America which faced increasing global change pressures (non controlled immigration, hot islands, water shortage, etc.) coupled with un-sustainability risks inherent to conventional urban water management. In former times, it was common to think that cities of the future will experience difficulties in efficiently managing scarcer and less reliable water resources and reducing urban flood risk. So classical concepts of either XIXth or XXth Century are still valid in 2038 and introduced in the following sections according to the original Problem (in Portuguese).

Enunciado (baseado em fatos reais): Um rio natural, de comprimento de 100 Km e declividade média do fundo de 1,9% (segmento AC da Figura 1), apresentava uma seção estável até 1973. Esse rio tinha a função de propagar vazões do ponto “A”, que drenava uma bacia de cabeceira, até o ponto C. A bacia de cabeceira tinha as seguintes características: área de 18 Km², declividade média local de 3%, comprimento médio entre os divisores de água e seu exutório (ponto A) de 3,5Km, solo de alto potencial de escoamento (tipo “D”) e ocupação da área dividida em: 30% de campos normais e 70% de florestas esparsas. Nesse período “pré-urbanização”, a Tabela 1 mostra o comportamento hidráulico médio observado no rio. Esse comportamento hidráulico era idêntico em todo o seu trajeto, de A até C (sendo y : profundidade, V : velocidade média da seção transversal, A : área da seção transversal molhada, P : perímetro molhado).

Entre 1975 e 1999, houve impacto no rio e sua bacia de cabeceira devido à urbanização: na cabeceira, toda a área de campos foi convertida em zonas residenciais de um condomínio fechado, com lotes médios de 1.300m², e metade da área de floresta foi convertida em zona comercial e de escritórios. O rio foi canalizado e sofreu rebaixamento do seu fundo, passando a ter uma seção transversal retangular, de concreto ($n = 0,015$)

com largura constante da seção de 9m, constante ao longo do “canal” e declividade de fundo próxima da situação anterior. As paredes do “canal” foram levantadas na forma de dois muros, ou diques, laterais que acompanham seu percurso e cuja seção típica aparece na Figura 2. Esses diques têm a função de não permitir que exista extravasamento das cheias do canal para duas avenidas marginais laterais que o margeiam, desde A até C. Para drenar as águas pluviais da margem esquerda e direita, construiu-se um sistema de condutos pluviais com galerias localizados abaixo das vias marginais, paralelas ao canal, porém sem conexão com este.

No entanto, essa configuração trouxe problemas: entre 2000 e 2016, no ponto B da Figura 1, um novo bairro foi levantado na margem esquerda do canal, encima de um antigo afluente do rio. Esse afluente drenava uma área de 2,5 Km², com declividade topográfica média de 2,5%, com uma largura no seu exutório adjacente ao canal de 300m e com um tipo de solo idêntico ao da cabeceira da bacia. A ocupação atual desse “Bairro Novo” é de moradias de lotes de 500m².

Em outubro de 2007, o problema agravou-se: a Associação de Moradores do “Bairro Novo” reclama que *“quando chove, ficam alagados e cobertos por poluição, devido a que nem o muro (dique esquerdo) nem a galeria permitem escoar as águas pluviais do próprio*

bairro”. Desta maneira, o bairro alaga-se frequentemente. Por outro lado, a Prefeitura não pretende retirar o dique porque diz “*que ele protege o bairro e as avenidas marginais das possíveis cheias do canal, que se originam na sua cabeceira*”. Nem pretende retirar a galeria da margem esquerda porque “*ela foi projetada para uma urbanização controlada no Plano Diretor, uma situação que o bairro não atendeu*”. Perante este impasse, o Ministério Público solicitou uma perícia técnica para orientar soluções (ver Fig. 3).

Entre elas:

a) abrir (“destampar”) o antigo afluente da margem esquerda que drenava águas da sub-bacia (até o ponto B) onde o “Bairro Novo” localiza-se atualmente,

b) construir um reservatório na parte baixa dessa sub-bacia, na margem esquerda do rio, com propósitos múltiplos,

c) durante a época sem chuvas, perenizar esse “afluente” (o que inclui destamponamento e recuperação) com uma vazão constante Q_w retirada das águas subterrâneas,

d) recalcar essa vazão Q_w com um poço profundo que penetra completamente no aquífero livre até alcançar um horizonte impermeável (Figura 3),

e) localizar o poço de recalque na cabeceira do “afluente” (ponto D) distante 800m do ponto B;

f) conduzir essa vazão pelo “afluente” para transportar e diluir a poluição difusa produzida no bairro até o reservatório;

g) projetar o reservatório com fundo permeável (“*retention pond*”) para sedimentar e remover a carga poluidora “afluente”;

h) reter e filtrar essa poluição no fundo do reservatório e, também, colaborar com o fornecimento d’água para a taxa de evapotranspiração das plantas que crescerão no interior do reservatório, como “parque urbano”;

i) permitir que os volumes retidos no solo, abaixo do reservatório, novamente alimentem o mesmo aquífero livre de onde serão bombeadas as vazões de perenização (Figura 3) e, portanto, criando um circuito parcial de “recirculação de água na escala de sub-bacia”;

j) durante a ocorrência de chuva de projeto, dimensionar o reservatório sempre e quando a área máxima em planta ocupada por ele não supere 7.000m² (restrição de espaço disponível) e que não avance mais de uma distância L estabelecida como máximo alcance da desapropiação para construir o reservatório; inicialmente adotar $L=100m$

k) propor um funcionamento simples do reservatório com operação conforme a Figura 4, usando fórmula racional;

l) dimensionar as bombas com vazões máximas de saída do reservatório (Q_v), com tomadas d'água em cota H_{bomba} atuando como um conjunto em paralelo para vencer o desnível de água ($\Delta h = H_{max_{canal}} - H_{res}$) entre a cota de jusante (altura da cheia máxima propagada no canal $H_{max_{canal}}$) e a altura d'água dentro do reservatório cheio (h_{res}) (ver Figura 3);

l) estimar as mudanças da urbanização no canal a partir da análise da curva de descarga

(y : profundidade; Q : vazão) no rio, conforme a Figura 5;

m) estimar o impacto da urbanização na curva de probabilidade de vazões máximas, conforme a Figura 5.

Tabela 1. Medições no rio, antes de canalizar.

y (cm)	V (m/s)	\hat{A} (m ²)	P (m)
56,0	0,44	1,38	4,64
86,5	0,69	2,76	5,30
104,0	0,71	3,63	5,72
193,5	0,54	8,81	9,92
196,5	0,70	8,97	8,05
246,0	0,66	13,82	10,29

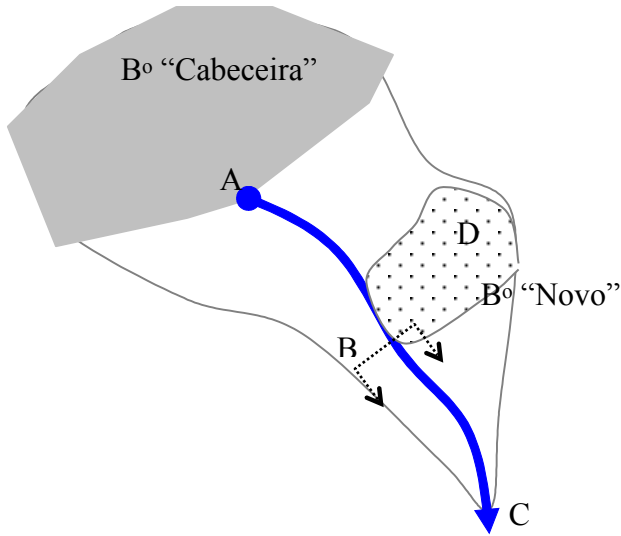


Figura 1- Layout do problema.
Obs.: "G.P.": "Galeria Pluvial"

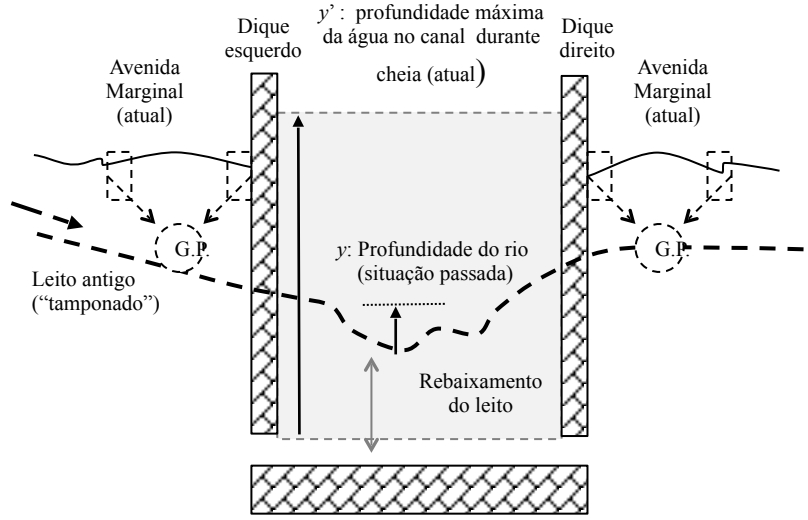


Figura 2- Seção transversal no ponto "B".

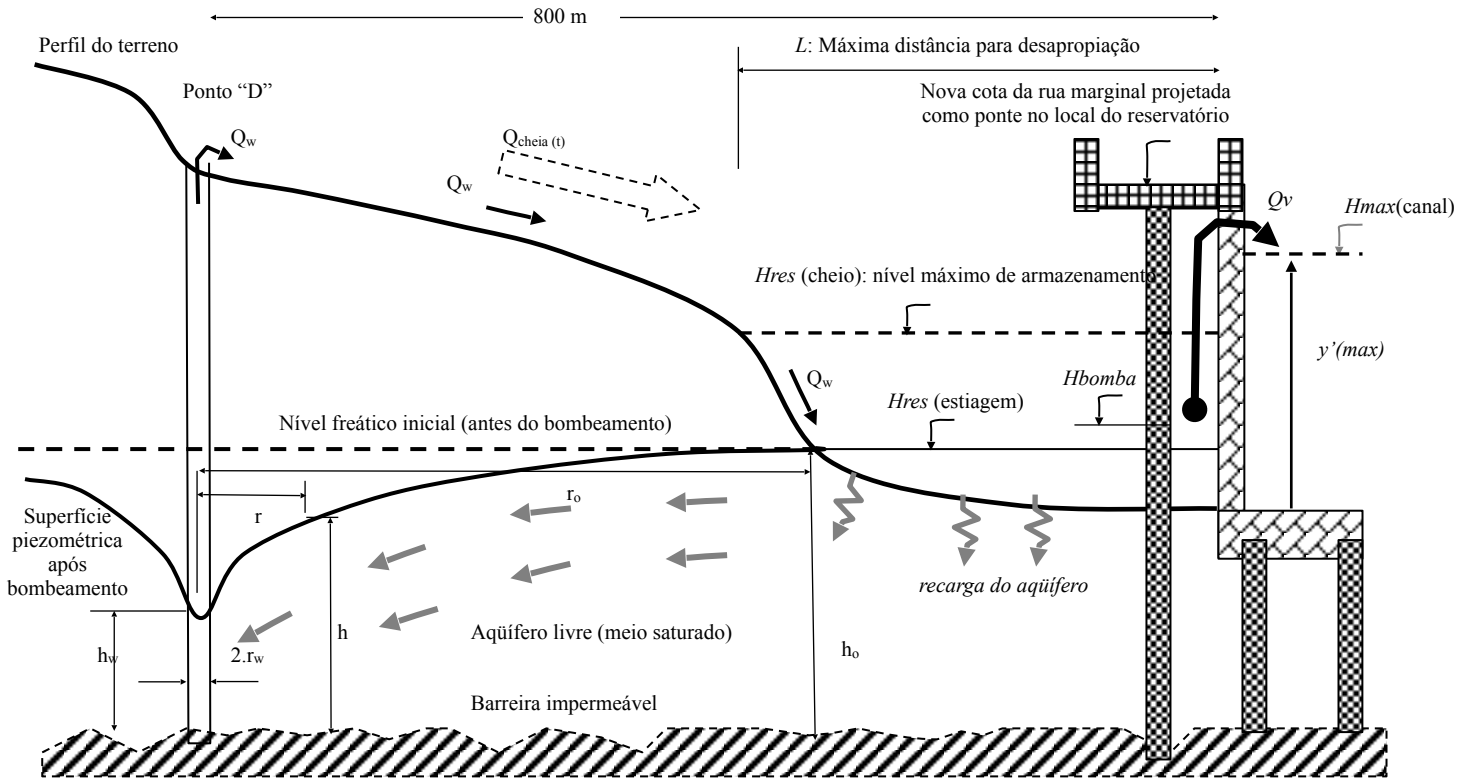


Figura 3- Croqui de perenização do afluente esquerdo ao reservatório com recarga ao aquífero (desenho fora de escala)

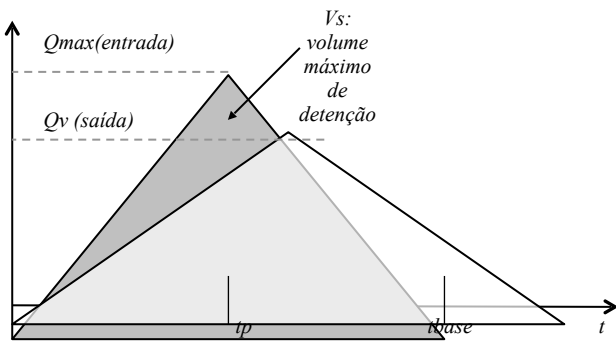


Figura 4- Pré-dimensionamento de reservatório

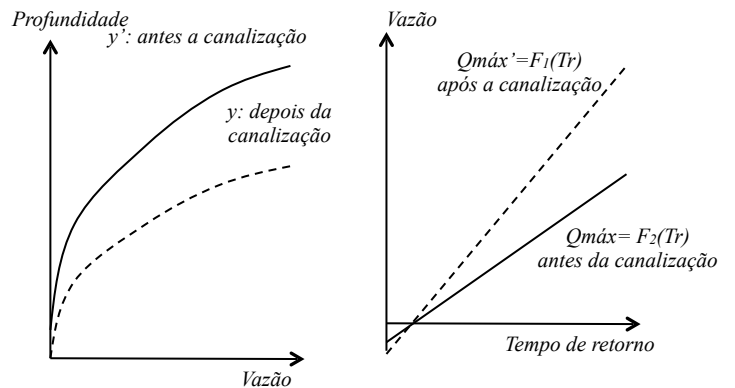
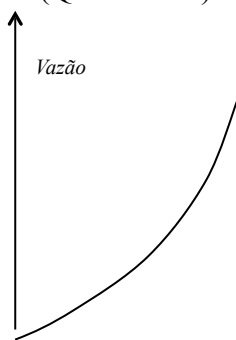


Figura 5- Mudanças devidas à canalização do rio

Anexo I : Roteiro de solução.

1. cada aluno(a) tem atribuído um tempo de retorno $Tr = 5 \cdot OL$, sendo OL: Ordem Alfabética na lista de chamada (frequência) da disciplina, isto é: $OL = \{1, 2, 3, \dots, \text{último número da lista}\}$;
2. o(a) aluno(a) propõe uma chuva de projeto, com esquema temporal centrado, para o Tr atribuído, usando a curva I-D-F de São Carlos (todos os alunos devem usar a mesma IDF, com Tr distintos),
3. o intervalo de tempo Δt para discretização da chuva de projeto é recomendável (porém não é condição necessária) que seja igual ao intervalo de discretização da propagação de vazões no rio; sendo assim, procede-se como explicado a continuação:
4. estima-se o tempo de concentração da bacia de cabeceira como:
5. $tc = 0,00228 \cdot L^{0,8} \cdot (25,4^{-1} \cdot S + 1)^{0,7} \cdot y^{-0,5}$, sendo tc [hora], L [m], y [%], S [mm];
6. $S = 25400 \cdot (\overline{CN})^{-1} - 254$;
7. Para $\Delta t \leq 0,2 tc$, estimam-se as chuvas brutas, as precipitações efetivas da chuva de projeto, o hidrograma unitário e sua convolução com as precipitações efetivas para obter o hidrograma da sub-bacia de cabeceira ($I(t)$);
8. escolhe-se um Δx de discretização espacial do rio, isto é $L_{rio} = n \cdot \Delta x$, sendo n um número inteiro positivo, pequeno, p.ex. 2 ou 3 ou 4 etc., procurando que uma seção discretizada coincida com o problema em questão (no caso existem dois pontos de interesse: o ponto B e o ponto C, na metade e no final do trecho do rio em consideração);
9. da Tabela 1, estima-se a vazão $Q = V \cdot A$ para cada profundidade observada;
10. constrói-se um gráfico (e/ou tabela) de Área vs. Vazão (A vs. Q), conforme na Figura A-1;
11. desse gráfico (e/ou tabela) estima-se a celeridade da onda $c = dQ_i \div dA_i$, isto é a tangente de cada ponto amostrado (ou na forma discreta como $c_i = \Delta Q_i \div \Delta A_i$ entre pares de pontos);
12. estima-se a celeridade máxima desses pontos C_{max} ;
13. estima-se preliminarmente a constante $K = \Delta x \div C_{max}$ (tempo médio de traslado da onda),
14. estima-se o coeficiente ponderador $X = 0,5 (1 - Q_{ref} \div (Bo \cdot C_{max} \cdot So \cdot \Delta x))$, sendo Bo : largura máxima estimada na seção transversal do rio/canal, So : declividade média longitudinal do fundo (leito) e Q_{ref} : a vazão de referência, p.ex. a máxima vazão observada/estimada na seção transversal;
15. para satisfazer a estabilidade numérica e de representação deve-se verificar que:

16. $\Delta x \leq 0,5 \cdot (C_{max} \cdot \Delta t + Q_{ref} \div (B_o \cdot C_{max} \cdot S_o))$
17. $0 \leq X \leq 0,5$,
18. $2 \cdot X \leq (\Delta t \div K) \leq 2 \cdot (1 - X)$
19. caso alguma destas restrições não são cumpridas, voltar a ponto “7” selecionando uma nova discretização espacial Δx e recomeça o processo novamente; caso todas as restrições fossem cumpridas, continue;
20. estime os coeficientes de propagação: $C_1 = (\Delta t - 2 K X) \div (2 K (1 - X) + \Delta t)$;
 $C_2 = (\Delta t + 2 K X) \div (2 K (1 - X) + \Delta t)$; $C_3 = (2 K (1 - X) - \Delta t) \div (2 K (1 - X) + \Delta t)$;
21. Propagam-se as vazões do hidrograma da sub-bacia de cabeceira com:
 $Q(t+1) = C_1 \cdot I(t+1) + C_2 \cdot I(t) + C_3 \cdot Q(t)$, para os “n” sub-trechos considerados.
22. Repetem-se os passos “7” até “21” para as situações “antes” e “depois” da urbanização, usando curvas de celeridade de onda ($c_i = \Delta Q_i \div \Delta A_i$) diferentes para cada caso;
23. estimam-se as profundidades máximas d’água na seção de interesse ($y_{m\acute{a}x}$) do rio/canal e/ou a cota máxima d’água no rio/canal ($H_{max_{canal}}$);
24. no ponto D, estima-se a vazão de perenização (Q_w) a partir da análise de aquífero livre como:
 $Q_w = \pi K_{sat} (h_2^2 - h_1^2) \div \ln_e (r_2 \div r_1)$, com $K_{sat} = 2 \times 10^{-4}$ m/s, para $h_1 (r_1=50m) = 90m$,
 $h_2(r_2=800m) = 100m$;
25. na sub-bacia da margem esquerda do ponto “B”, estima-se pelo método racional a vazão máxima instantânea, de ocorrência triangular, na sub-bacia da margem esquerda, que drena para o futuro reservatório;
26. a vazão máxima de saída do reservatório deve ser 50% menor que a vazão máxima de entrada;
27. a partir desses dados, dimensionam-se o conjunto de bombas em paralelo de saída do reservatório;
28. de posse dessa informação, pode ser comparadas curvas $y - Q$ do rio/canal (antes e depois da urbanização);
29. com as vazões máximas estimadas por propagações de hidrogramas de diferentes tempos de retorno (Tr diferente para cada aluno) é possível comparar duas curvas de frequências (Q_{max} vs Tr) : antes e depois da urbanização no ponto de interesse, conforme a Figura 5.



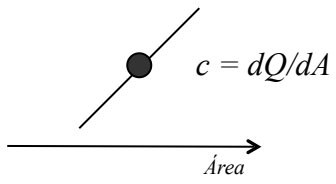


Figura A-1. - Obtenção da celeridade da onda cinemática em uma seção transversal do escoamento.

Anexo II :Dicas para a resolução

1. Para o primeiro aluno da lista, o tempo de retorno é : $Tr = 1 \cdot 5 = 5$ anos; para o segundo aluno da lista: $Tr = 2 \cdot 5 = 10$ anos, e assim sucessivamente até finalizar a lista.
2. Para a curva intensidade-duração-freqüência (IDF) de São Carlos pode ser usada a expressão:

$$i_{máx} = \frac{\hat{a} \cdot Tr^{\hat{b}}}{(\hat{c} + duração)^{\hat{d}}},$$

sendo $i_{máx}$ [mm/h], Tr [anos] e $duração$ [min.], e $\hat{a} = 1519, \hat{b} = 0,236, \hat{c} = 16, \hat{d} = 0,935$. Se tiver interesse em aplicações da equação para projeto hidrológico visitar: <http://www.shs.eesc.usp.br/pessoal/docentes/technotes/31/Esteves-Relatorio-PIBIC-CNPq-EESC-USP-Sao%20Carlos-2003.pdf>

3. até 6. O intervalo de discretização escolhido para o cálculo Δt depende do tempo de concentração (tc) da bacia de cabeceira, a partir do tipo de uso e ocupação (CN médio espacial), da declividade média da bacia y e do comprimento médio principal L .
Observação: não deve confundir y [%] declividade topográfica com y [cm] altura d'água no rio principal. Uma vez determinado o tempo de concentração, propõe-se um intervalo de discretização. Esse valor pode variar entre 1/5 a 1/3 do tempo de concentração, que permita uma propagação de onda sem dispersão numérica e, ao mesmo tempo, que não imponha muitos intervalos de forma excessiva ao cálculo.
7. Aplica-se o método de obtenção de chuvas efetivas pelo método do *Soil Conservation Service*. Antes da aplicação do método, devem-se ordenar as precipitações para compor o ietograma de projeto; isto é, propor uma seqüência temporal de intervalos de chuva com igual tempo de retorno; após ordenamento de colunas de ietograma de projeto, e com uma duração total de chuva de projeto igual ou maior ao tempo de retorno da bacia de cabeceira, acumulam-se as precipitações brutas $P_{ac}(t)$ e aplica-se o método de chuva efetiva para obter as precipitações efetivas acumuladas $P_{efetiva_{ac}}$. Observação: para estimar as chuvas efetivas a partir da equação

$$P_{efetiva_{ac}}(t) = (P_{ac}(t) - Ia)^2 / (P_{ac}(t) - Ia + S), \quad \text{para } P_{ac}(t) > Ia,$$

$$P_{efetiva_{ac}}(t) = 0, \quad \text{para } P_{ac}(t) \leq Ia,$$

em que Ia [mm] = $cte \cdot S$ [mm]. Os valores empíricos desta constante supõem um valor que não ultrapasse 0.2, embora este é um valor potencial que precisa ser confirmado localmente.

Para a convolução, pode-se utilizar um hidrograma unitário sintético, proposto pelo mesmo Soil Conservation Service (ver Tucci, 1993, p. 433), em que um hidrograma de lâmina efetiva unitária de 10 mm pode ser representado de forma triangular, com sua altura igual a uma vazão q_p e com base do triângulo, representando o tempo de base do hidrograma, igual a:

$$t_{base} = t_p' + t_e,$$

isto é: tempo de subida até o pico (t_p') mais tempo de recessão (t_e). Para essa representação, tem-se, somando as partes internas deste triângulo, temos:

$$\frac{q_p \cdot t_p'}{2} + \frac{q_p \cdot t_e}{2} = P_{efetiva} \quad [m^3], \text{ e portanto: } \quad q_p [m^3/s] = \frac{2 \cdot P_{efetiva}}{t_p' + t_e}.$$

Pode-se assumir uma relação entre o tempo de subida e de recessão, na forma $H = t_e \div t_p' = 1,67$ (conforme Soil Conservation Service, ver Tucci, 1993, p.433), ou seja $t_p' + t_e = 2,67 t_p'$. Para uma lâmina efetiva de 10 mm, isto é $P_{efetiva} = 10\text{mm}$, ou $\text{Volume} \div \text{Área} = 10 \text{ mm}$, é idêntico a:

$$\frac{\text{Volume}[m^3]}{\text{Area}[Km^2]} = 10 \text{ mm} \therefore q_p = \frac{2 \cdot \text{Area}[Km^2] \times 1000000 \times 0,01}{2,67 \cdot 3.600[s] \cdot t_p' [h]} = \frac{2,08 \cdot \text{Area}[Km^2]}{t_p' [h]}$$

O tempo t_p' é o tempo contado do início da precipitação e é igual a

$$t_p' = tr / 2 + 0,6 t_e,$$

sendo $tr = \Delta t$, ou intervalo de discretização da chuva.

Uma vez obtido o hidrograma unitário triangular, isto é $q(t)$, é aplicada a convolução com as precipitações efetivas (desagregadas da acumulação) e obtém-se o hidrograma estimado no ponto A, no exutório da bacia de cabeceira. Este hidrograma em A deverá ser propagado de A até C, passando pela região de conflito (Bairro Novo, ponto “B”). Portanto, espera-se que a

forma do hidrograma propagado em “B” e em “C” tenham um comportamento (ilustrativo) do tipo, indicando a obtenção da vazão de referência (Q_{ref}) como resultado das etapas “9” a “21”, do Anexo I, roteiro de cálculo. Observação: existem dois hidrogramas unitários; um antes da urbanização e o outro depois da urbanização. Portanto, isto fornece dois hidrogramas no ponto A: antes e depois de urbanização, tomando como base o mesmo tempo de retorno para ambos (ver Figura A-2)

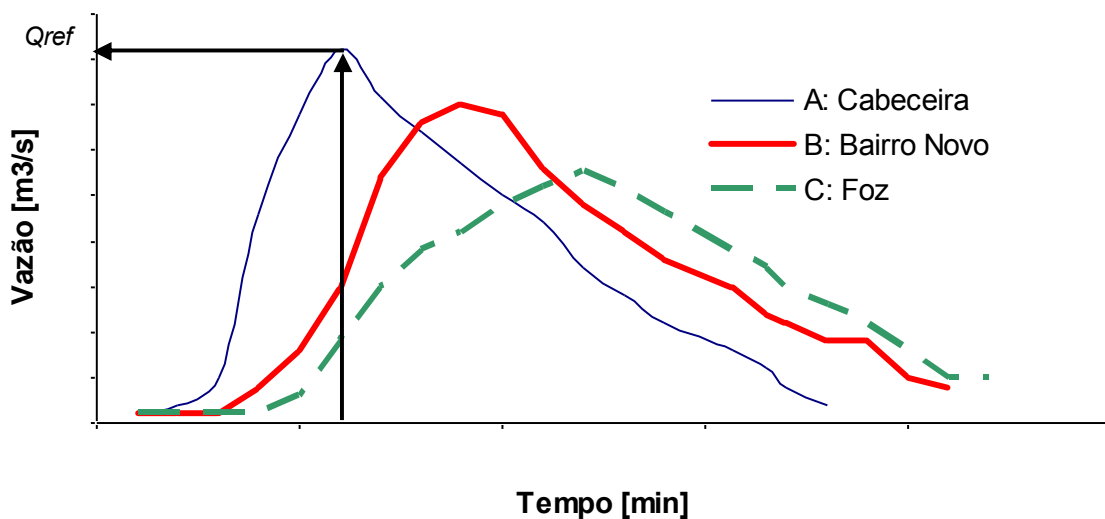


Figura A-2: Ilustração de propagação de vazões em rios, desde “A” até “C”.

8. o valor de Δx deve ser aquele que permita que a distância entre os pontos A e C possa ter um denominador comum; por exemplo se entre A e C a distância é L_{rio} , então pode-se dividir em 2 trechos de igual comprimento, isto é $n = 2$ e $\Delta x = L_{rio}/2$;

9. a 21. procedimento explicado no roteiro de cálculo, que segue o método de Muskingum modificado por Cunge. Observação: assegurar estabilidade numérica de maneira de cumprir com as restrições físicas. Para acompanhar a teoria do método existem textos acadêmicos disponíveis na internet. Por exemplo, o livro de V. Ponce: “Engineering Hydrology: Principles and Practice”, disponibiliza uma teoria simples e um exemplo resolvido desta metodologia.

Interessados visitar:

ponce.sdsu.edu/textbookhydrologyp291.html ... ponce.sdsu.edu/textbookhydrologyp297.html.

Para bombas, alguns tutoriais online são úteis alguns sites livres como:

<http://www.pipingdesign.com/pumps.html>

http://disciplinas.dcea.fct.unl.pt/hidraulica/a_textosapoio/acr/2006-H1-TEOR-21-MAQ-HIDRAULICAS-2-R0.pdf

Os passos devem ser simples, de maneira de resolver o problema de forma suscinta, com unidades e magnitudes bem definidas.

Anexo III: The theory of channel flow and flow routing behind the Hydr ☺ BIT

Channel flow elements include gutters and ditches, and normally sewers in an urban watershed. During and following a rainstorm, unsteady flow occurs in these elements. There are two general approaches to solving unsteady channel flow problems, namely the hydrologic and the hydraulic approaches. The former is based on the storage concept, whereas the latter considers both the principles of mass and momentum conservation (hydraulic procedure). The Muskingum method is an example for the hydrologic approach, and the kinematic-wave scheme applied to channel routing is a simple hydraulic model. Sometimes, unsteady flow computation is referred as flood routing.

In a typical flood routing problem a channel reach is considered. The initial flow conditions in this reach and the channel characteristics are known, i.e. the rating curve. Also given is the inflow hydrograph at the upstream end of the channel reach. The outflow hydrograph in downstream sections of that channel reach is sought.

Muskingum Channel Routing

The hydrologic storage equation for a channel reach is written as:

$$\frac{dS}{dt} = I - Q \quad (\text{A-1}),$$

where S is the volume of water in storage in the channel reach, I is the upstream inflow rate, Q is the downstream outflow rate and t is time.

It is possible to assume a relationship between S , I and Q as:

$$S = K[X \cdot I + (1 - X) \cdot Q] \quad (\text{A-2}),$$

where K is a travel time constant, X is a weighting factor between 0 and 1.0. These channel characteristics are assumed constant and lumped in the channel reach. To solve equation A-2 the time is discretized into finite increments of Δt . Then, this equation can be rewritten in finite difference form:

$$\frac{S_2 - S_1}{\Delta t} = \frac{I_1 + I_2}{2} - \frac{Q_1 + Q_2}{2} \quad (\text{A-3})$$

in which the subscript 1 refers to the beginning of the time increment and 2 refers to the end of the time increment. Rewriting the equation A-2, in terms of S_1 , I_1 , Q_1 , S_2 , I_2 and Q_2 , substituting in equation A-3, and simplifying:

$$Q_2 = C_0 \cdot I_2 + C_1 \cdot I_1 + C_2 \cdot Q_1 \quad (\text{A-4}),$$

where

$$C_0 = \frac{\frac{\Delta t}{K} - 2X}{2(1-X) + \frac{\Delta t}{K}} \quad \text{cte}_1 \quad (\text{A-5})$$

$$C_1 = \frac{\frac{\Delta t}{K} + 2X}{2(1-X) + \frac{\Delta t}{K}} \quad \text{cte}_2 \quad (\text{A-6})$$

$$C_2 = \frac{2(1-X) - \frac{\Delta t}{K}}{2(1-X) + \frac{\Delta t}{K}} \quad \text{cte}_3 \quad (\text{A-7}),$$

with the condition of $C_0 + C_1 + C_2 = 1$. Also K and t must have the same unit of time for equations A-5 to A-7 to be dimensionally homogeneous as required.

For any time step computations, I_1 and Q_1 are known either from the initial conditions or from the previous time step computations, and I_2 is known from the given inflow hydrograph. The coefficients C_0 , C_1 and C_2 are found from equations A-5 to A-7. Then, Q_2 is easily determined using equation A-4.

The Muskingum-Cunge Model

The Muskingum-Cunge model is similar to a kinematic-wave model for unsteady channel flow. However, the equations are arranged in the same form as those of the previous method. In the Muskingum-Cunge it is assumed that for a channel section the relationship

$$Q = e \cdot A^m \quad (\text{A-8})$$

where Q is discharge, A is the cross sectional area of the flow, and e and m are constant parameters.

This relationship can be obtained from the rating curve of a channel. If such information is unavailable, a friction formula like the Manning formula can be used. For certain shapes of channel sections, the Manning formula will yield constant values of e and m . For other cross-sectional shapes e and m will change with discharge, and, in this case, it is necessary to use the average values.

To apply the Muskingum-Cunge model, a reference flow condition is chosen by:

Q_o = reference discharge (upstream end),

T_o = top width of the flow at Q_o ,

V_o = cross-sectional average velocity at Q_o ,

A_o = flow area at Q_o .

The reference discharge can be chosen as the base flow rate. Alternatively, the peak of the inflow hydrograph, or the average inflow rate can be used. Then, in terms of these reference conditions and the channel characteristics, the Muskingum constants K and X are determined from:

$$K = \frac{L}{m \cdot V_o} \quad (\text{A-9})$$

$$X = 0.5 \cdot \left[1 - \frac{\frac{Q_o}{T_o}}{S_o \cdot m \cdot V_o \cdot L} \right] \quad (\text{A-10})$$

where S_o is the longitudinal slope of the channel and L is the channel length. Using these K and X values, we can obtain the coefficients C_o , C_1 and C_2 , from equations A-5 , A-6 and A-7, respectively. Then, the equation A-4 is used to route the upstream hydrograph towards downstream.

The main feature of the Muskingum-Cunge approach is that the routing coefficients are evaluated from physical channel characteristics. The results of the Muskingum-Cunge model can be further improved if variable routing coefficients are used. A possible way of using variable Muskingum-Cunge coefficients is to update the reference discharge at every time step as:

$$Q_o = \frac{(I_1 + I_2 + Q_1)}{3} \quad (\text{A-11}),$$

And recalculate T_o , V_o , X , K , C_o , C_1 and C_2 , using the updated reference discharge.