Fundamentos de Mecânica

1º semestre de 2023 - Lista de exercícios 3 – Vetores e Cinemática em duas e três dimensões

1) Considere os vetores $\vec{A}=3\hat{i}-2\hat{j}$ e $\vec{B}=-\hat{i}-4\hat{j}$. Obtenha graficamente e analiticamente: a) $\vec{A}+\vec{B}$; b) $\vec{A}-\vec{B}$; c) $2\vec{A}-3\vec{B}$; d) Determine o módulo e a direção dos vetores calculados em a), em b) e em c).

2) Repita o exercício anterior considerando os vetores $\vec{A}=2\hat{i}-\hat{j}$ e $\vec{B}=-\vec{A}/2$.

3) Considere os vetores $\vec{A}=(3{,}0\cos(30^0); 3{,}0\sin(30^0))$ m e $\vec{B}=(0{,}0; 3{,}0)$ m. Obtenha graficamente e analiticamente: a) $\vec{A}+\vec{B}$; b) $\vec{A}-\vec{B}$; c) $2\vec{A}-3\vec{B}$; d) Determine o módulo e a direção dos vetores calculados em a), em b) e em c)..

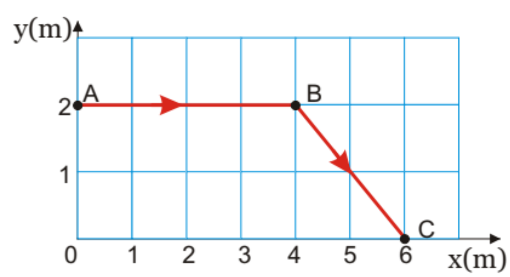
4) Um patinador desliza ao longo de uma trajetória circular de raio 5,0 m. Se ele anda ao redor de metade do círculo, encontre a) o módulo do vetor deslocamento; b) a distância percorrida pelo patinador; c) qual é o deslocamento se o patinador desliza duas voltas completas pelo círculo?

5) Um objeto se desloca, sempre em movimento retilíneo, 10 metros para leste (trecho 1), depois 20 metros para nordeste (trecho 2) e, em seguida, mais 10 metros para o norte (trecho 3), com velocidade uniforme e gastando 5 segundos em cada trecho. Calcule: a) O vetor deslocamento total; b) A velocidade média em cada trecho; c) O vetor velocidade média do movimento total; d) A distância total percorrida e o módulo do vetor deslocamento total.

6) Um motorista dirige para o sul com uma velocidade de 20,0 m/s durante 3,00 min, vira então para o oeste e viaja a 25,0 m/s por 2,00 min, e viaja finalmente para o noroeste a 30,0 m/s durante 1,00 min. Encontre para esta viajem de 6,00 min: a) o vetor deslocamento total; b) a velocidade escalar média e c) a velocidade média. Considere a direção positiva do eixo x apontando para o leste e a direção positiva do eixo y apontando para o norte.

7) Um observador, localizado na origem de um sistema de referência, acompanha o movimento de um automóvel através de uma luneta. O automóvel passa pelo ponto P e se dirige para o ponto Q. As coordenadas cartesianas do ponto P são (2,0 ; −4,0) km e as do ponto Q são (−2,0 ; −6,0) km. Calcule: a) A distância entre os pontos P e Q; b) O ângulo θ que a luneta girou acompanhando o movimento do automóvel entre P e Q.

8) Uma partícula move-se descrevendo a trajetória ABC mostrada na figura. A velocidade da partícula tem módulo constante v = 2 m/s durante todo o percurso. O movimento se inicia no ponto A. Adotando a origem do sistema de referência em 0, determine: a) O vetor velocidade em função do tempo no trecho AB da trajetória; b) O vetor posição em função do tempo no trecho AB da trajetória; c) O tempo que a partícula leva para sair de A e chegar no ponto B; d) O vetor velocidade em função do tempo no trecho BC da trajetória; (e) O vetor posição em função do tempo no trecho BC da trajetória; f) O tempo que a partícula leva para sair de A e



chegar em C; g) O módulo do vetor deslocamento entre A e C; h) A distância total percorrida pela partícula entre os instantes $t = 0$ e $t = 3$ s.

9) Um carro percorre uma curva plana de tal modo que suas coordenadas cartesianas, em metros, como função do tempo, em segundos, são dadas por: $x(t) = 2t^3 - 3t^2$ e $y(t) = t^2 - 2t + 1$. Calcular: (a) O vetor posição do carro quando $t = 1$s; (b) As expressões das componentes cartesianas da velocidade, para qualquer instante de tempo; (c) O vetor velocidade nos instantes $t = 0$s e $t = 1$s; (d) O instante em que a velocidade é nula; (e) As expressões das componentes cartesianas da aceleração, num instante qualquer; (f) O instante que a aceleração é paralela ao eixo y.

10) Um objeto move-se no plano xy com velocidade $\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j}$, sendo $v_x(t) = 2$ e $v_y(t) = 4t^3 + 4t$. Sabendo que para $t = 0$, $x = 0$ e $y = 2$ (unidades no SI), obtenha: (a) Os vetores posição e aceleração instantâneos; (b) A equação cartesiana da trajetória $y(x)$.

11) Uma partícula A move-se ao longo da reta $y = 30$ m, com uma velocidade constante $\vec{v_A}(t) = 3\hat{i}$ (m/s). Uma segunda partícula, B, começa a movimentar-se, a partir da origem, com velocidade inicial nula e com aceleração constante $\vec{a}$, tal que $|\vec{a}| = 0{,}4$ m/s^2, no mesmo instante em que a partícula A passa pelo eixo y. Qual deve ser o valor do ângulo θ entre o vetor $\vec{a}$ e o eixo y, para que, nesta situação, ocorra uma colisão entre A e B? Em que posição a colisão ocorre?

12) Em $t = 0$, uma partícula com movimento no plano xy, com aceleração constante, tem uma velocidade $\vec{v_0}(t) = 3{,}00\,\hat{i} - 2{,}00\,\hat{j}$ m/s e está na origem. Em $t = 3{,}00$ s a velocidade é $\vec{v_f}(t) = 9{,}00\,\hat{i} + 7{,}00\,\hat{j}$ m/s. Encontre: a) a aceleração da partícula $\vec{a}$ e b) determine a função posição $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$.

13) Uma partícula parte da origem em $t = 0$ com uma velocidade inicial $\vec{v_0}(t) = 20{,}0\,\hat{i} - 15{,}0\,\hat{j}$ m/s . A partícula se move no plano xy com aceleração constante $\vec{a} = 4{,}0\,\hat{i}$ m/s^2. a) Determine o vetor velocidade para qualquer instante de tempo. b) Determine o módulo e a direção da velocidade da partícula em $t = 5{,}0$ s. c) Determine o vetor posição da partícula para qualquer instante de tempo. d) qual foi o deslocamento da partícula entre $t = 2.0$ e $t = 5{,}0$ s? e) qual foi a velocidade média nesse mesmo intervalo de tempo? f) Qual foi a aceleração média da partícula nesse intervalo de tempo?

14) Suponha que o vetor posição de uma partícula, para t > 0 é $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$, com $x(t) = a t^{-1} + d$, $y(t) = b t^{-2} + d/2$ e $z(t) = c t^{-3} - d$; sendo $a = 0{,}30$ m s, $b = -0{,}01$ m s^2, $c = 0{,}002$ m s^3 e $d = 12{,}0$ m. a) Obtenha os vetores velocidade e aceleração da partícula. Faça gráficos das nove funções $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$, $a_x(t)$, $a_y(t)$ e $a_z(t)$. b) Obtenha o deslocamento da partícula no intervalo de tempo desde $t = 0{,}1$ s e t $\rightarrow\infty$. c) Calcule a velocidade média e a aceleração média da partícula no intervalo de tempo mencionado.

15) As coordenadas de um objeto que se move no espaço xyz variam com o tempo de acordo com as expressões: $x(t) = 5 + 5{,}0\cos(\omega t)$, $y(t) = 5{,}0\sin(\omega t)$ e $z(t) = 0{,}2\,t$ sendo que t está em s, as posições em m e a frequência angular ω em rad s^{-1}. a) Escreva a expressão vetorial do vetor posição $\vec{r}(t)$.

Fazendo as derivadas correspondentes calcule os vetores velocidade $\vec{v}(t)$ e aceleração $\vec{a}(t)$ do objeto. Assumindo que $\omega = 0{,}2\pi$ faça gráficos das nove funções: $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$, $a_x(t)$, $a_y(t)$ e $a_z(t)$. b) Determine a posição, a velocidade e a aceleração do objeto a cada 0,25 s entre $t = 0{,}0$ e $t = 10{,}0$ s. c) Faça um gráfico da trajetória (em perspectiva) do objeto no espaço *xyz*.

16) É dada uma tacada em uma bola de golfe na beirada de um barranco. Suas coordenadas *x* e *y* como funções do tempo são dadas pelas seguintes expressões: $x(t) = (18{,}0\ \text{m/s})\ t$ e $y(t) = (4{,}00\ \text{m/s})\ t - (4{,}90\ \text{m/s}^2)\ t^2$. (a) Escreva a expressão vetorial do vetor posição $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$. Fazendo as derivadas, calcule os vetores velocidade $\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j}$ e aceleração $\vec{a}(t) = a_x(t)\hat{i} + a_y(t)\hat{j}$. (b) Determine a posição, a velocidade e a aceleração da bola em $t = 3{,}00$ s. (c) Determine o alcance horizontal da bola nesse lançamento.

17) Uma mangueira, com o bico localizado 1,5 m acima do solo, é apontada para cima, segundo um ângulo de 30^0 com o chão. O jato de água atinge um canteiro a 15 m de distância. (a) Com que velocidade o jato sai da mangueira? (b) Que altura ele atinge?

18) Uma pedra cai de um balão que se desloca horizontalmente, com velocidade constante. A pedra permanece no ar durante 3 segundos e atinge o solo segundo uma direção que faz um ângulo de 30^0 com a vertical. (a) Qual é a velocidade do balão? (b) De que altura caiu a pedra? (c) Que distância a pedra percorreu na horizontal? (d) Qual o vetor velocidade da pedra quando atinge o solo?

19) Uma pedra é arremessada do alto de um prédio em um ângulo de 30,0º com a horizontal e com uma velocidade de módulo 20,0 m/s. Se a altura do prédio é de 45 m, a) por quanto tempo a pedra permanece no ar? b) Qual é a velocidade da pedra logo antes de alcançar o solo? c) a que distância horizontal do prédio a pedra chega no chão?