

Algebra 1 Lic Noturno 2025

Lista de Exercícios nº 6 para dia 30 de maio

1. a) Mostre que se  $ab = c^2$  com  $a, b \in \mathbb{N}^*$  e  $\text{mdc}(a, b) = 1$  então  $a$  é o quadrado de algum número em  $\mathbb{N}^*$ .

b) Mostre que a equação

$$p^2 = a q^2$$
 tem solução então

$a$  é um quadrado

c) Mostre que não existem inteiros  $p$  e  $q$  tais que  $2q^2 = p^2$ .

(Quando construímos os racionais isso significa que não existe um racional  $r$  tal que  $r^2 = 2$ .)

d

2º) Prove ou dê contra exemplo para cada uma das afirmações. Quando nada em contrário for dito os elementos  $a, b, c$  etc são inteiros

a)  $\text{mdc}(\text{mdc}(a, b), c) = \text{mdc}(a, \text{mdc}(b, c))$

b) A operação definida em  $\mathbb{N}^*$  por  $(a, b) \rightarrow \text{mdc}(a, b)$  é associativa

c) A operação definida em  $\mathbb{b}$  tem elemento neutro

d) Assuma  $a \neq 0$  e  $b \neq 0$   
 $\text{mdc}(a, b) = |b| \Leftrightarrow b|a$

e)  $\text{mdc}(a+b, ab) = 1$

f)  $a^m | b^m \Leftrightarrow a | b$  aqui:  $m \in \mathbb{N}^* = \{z \in \mathbb{Z} : z > 0\}$

h)  $\text{mdc}(a, b) = 1 \Leftrightarrow \text{mdc}(a^n, b^m) = 1$

quadrados de dois inteiros impares

não pode ser um quadrado



3) Prove ou de contra exemplo,  $(a, b, c)$  são inteiros

a)  $\text{m.m.c.}(n, n+1) = |n(n+1)|$   
 (aqui tome  $n \neq 0$  e  $n \neq -1$ ).

b)  $\text{m.m.c.}(a, b) = \text{m.d.c.}(a, b) \Leftrightarrow |a| = |b|$

c)  $4k+3$  e  $5k+4$  são sempre primos entre si. (Observe o mesmo  $k$ ).

d) Todo inteiro maior que 1 é soma de dois números compostos positivos.

e) Se  $n > 1$  então  $n^2 + 4n + 3$  não é primo.

f) Se  $n > 1$  então  $3^n + 2$  é primo

4ª Questão: Prove que a soma dos

quadrados de dois inteiros ímpares

não pode ser um quadrado