
Exercícios de estudos para prova 2 (não vale nota, não é para entrega)

1. Responda os seguintes itens:

- (a) Qual a equação que define autovalor/autovetor?
- (b) Quantos autovalores/autovetores uma matriz qualquer pode ter?
- (c) Se \vec{v} é autovetor de A , o que podemos dizer sobre $c\vec{v}$, para $c \neq 0$?
- (d) Qual a relação entre os autovalores de A e os autovalores de $A - cI$? Demonstre usando o item (a).
- (e) Qual a relação entre os autovalores de A e os autovalores de A^{-1} ? Demonstre usando o item (a).
- (f) Qual a relação entre os autovetores de A e os autovetores de $A - cI$? Demonstre usando o item (a).
- (g) Qual a relação entre os autovetores de A e os autovetores de A^{-1} ? Demonstre usando o item (a).
- (h) Para qual autovalor o método da potência converge?
- (i) Para qual autovalor o método da potência inversa converge?
- (j) Para qual autovalor o método da potência deslocada converge?
- (k) O que pode levar à falha do método da potência?
- (l) O que significa uma matriz ser diagonalizável, em relação aos seus autovetores?
- (m) Qualquer matriz é diagonalizável?

2. Seja A uma matriz $n \times n$ que tem n autovalores distintos, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, satisfazendo $|\lambda_i| \neq |\lambda_j|$ sempre que $i \neq j$. Suponha os autovalores ordenados de maneira que $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n|$. Os correspondentes autovetores são normalizados na norma euclidiana. Dizer se verdadeiro ou falso:

- (a) A é diagonalizável
- (b) O método das potências aplicado à matriz A^{-1} dá por resultado $1/\lambda_n$
- (c) A matriz $A - \lambda_1 I$ tem autovalores $0, \lambda_2 - \lambda_1, \lambda_3 - \lambda_1, \dots, \lambda_n - \lambda_1$

3. Descreva o Método de Newton usando a aproximação de Taylor.

4. No método de Newton para solução de equação não-linear, era necessário que a derivada da função não fosse zero em $x^{(k)}$. Qual é a condição equivalente, no uso do método de Newton para a solução de um sistema de equações não-lineares?

5. Escreva uma função em Matlab/Octave que calcule o **maior** autovalor de uma matriz utilizando o **método da potência**. Compare o resultado com o obtido no item anterior, para a matriz abaixo.

6. Escreva uma função em Matlab/Octave que calcule o **menor** autovalor de uma matriz utilizando o **método da potência inversa**. Compare o resultado com o obtido no item anterior, para a matriz abaixo.

7. exemplo 6.9 do Quarteroni.

$$A = [15 \ 2 \ 3 \ 4; \ 2 \ 5 \ 7 \ 5; \ 3 \ 7 \ 9 \ 6; \ 4 \ 5 \ 6 \ 7]$$