MAE0219 – Lista de Exercícios 8

Departamento de Estatística

1o semestre de 2023

Exercício 1. A temperatura T de destilação do petróleo numa refinaria é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo de 150° a 300°.

(a) Encontre f(t) e F(t);

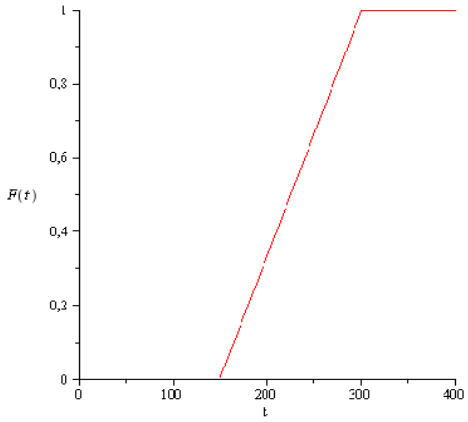
Resposta.

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{150}, & \text{se } 150 \leq t \leq 300 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$F(t) = \begin{cases} 0 & t < 150 \\ \int_{150}^{t} \frac{1}{150} dx = \frac{t-150}{150}, & \text{se } 150 \leq t \leq 300 \\ 1, & t > 300. \end{cases}$$

(b) construa o gráfico de F(t);

Resposta.



(c) encontre E(T) e Var(T);

Resposta. 225 e 1875

(d) se o óleo é destilado a uma temperatura inferior a 200º, o custo do galão fica em 0,40 USD, e se o petróleo é destilado numa temperatura superior o custo sobe para 0,50 USD. Qual o custo esperado para produzir um galão de petróleo?

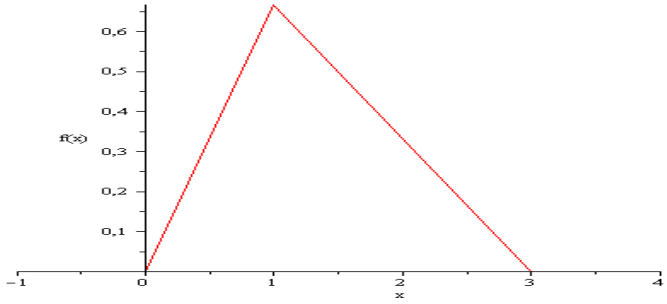
Resposta. 0,466666667 USD

Exercício 2. Seja X a demanda diária (em centenas de quilos) de um determinado produto. A função densidade de probabilidade de X é dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{3}, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 1 - \frac{x}{3}, & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{se } 0 > x \text{ ou } x > 3. \end{cases}$$

(a) Construa o gráfico de f(x);

Resposta.



(b) Encontre E(X) e Var(X);

Resposta. 4/3 e 7/18

(c) qual a probabilidade que, em um dado dia, se venda mais de 100 kg? E menos de 50kg?

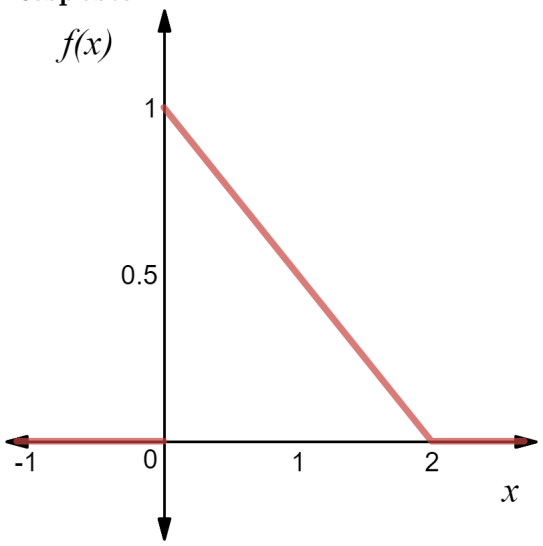
Resposta. 2/3 e 1/12

Exercício 3. Seja a função densidade

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{x}{2}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{em caso contrario} \end{cases}$$

(a) Esboce $f(x)$ graficamente.

Resposta.



(b) Mostre que $f(x)$ é uma função densidade de probabilidade.

Resposta. [Omitida. Verificar que $f(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ e $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$]

(c) Obtenha $E(X)$ e $Var(X)$.

Resposta. 2/3 e 2/9

(d) Calcule $P(0 \leq X \leq 1/2)$.

Resposta. 7/16

(e) Obtenha $F(x)$.

Resposta.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & se \quad x < 0 \\ x - \dfrac{x^2}{4}, & se \quad 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & se \quad x > 2. \end{cases}$$

Exercício 4. Suponha que uma pane pode ocorrer em qualquer parte de uma rede elétrica de 10 km, com mesma probabilidade.

(a) Qual é a probabilidade da pane ocorrer nos primeiros 800 metros? E de ocorrer nos 2 km centrais da rede?

Resposta. 0,08 e 0,2

(b) O custo de reparo da rede depende da distância do centro do serviço ao local da pane. Considere que o centro de serviço está localizado na origem da rede e que o custo é de R$ 100 para distâncias até 3 km, de R$ 400 entre 3 e 8 km, e de R$ 1.000 para as distâncias acima de 8 km. Qual é o custo médio do conserto?

Resposta. 430,00

Exercício 5. O tempo, em minutos, de utilização de um caixa eletrônico por clientes de um certo banco, foi modelado por uma variável T com distribuição Exp(4). Determine

(a) $P(T < 1)$.

Resposta. 0,9816844

(b) $P(T > 1 \mid T \leq 2)$.

Resposta. 0,01798621

(c) O valor da constante a tal que $P(T \leq a) = 0,4$.

Resposta. 0,1277064