Solução da P1
Aula 17

Primeiro Semestre de 2023

Questão 1. Assinale o valor de $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x^2 + 2x}$.

A 0

B $\frac{1}{3}$

C 2

D $\frac{1}{2}$

E $\frac{2}{3}$

Questão 2

Questão 2. Seja a uma constante não nula. Sobre o limite $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(ax)}{5x^2}$ podemos dizer que:

- $\boxed{\text{A}}$ O valor do limite é 0.
- $\boxed{\text{B}}$ Não existe tal limite.
- $\boxed{\text{C}}$ O valor do limite é $\frac{a}{10}$.
- $\boxed{\text{D}}$ O valor do limite é $\frac{a}{5}$.
- $\boxed{\text{E}}$ O valor do limite é $\frac{a^2}{10}$.

Questão 3. Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função limitada. Com respeito ao limite

$$\lim_{x \to +\infty} x \left(\sin\left(\frac{2}{x}\right) + \frac{f(x)}{x^2} \right)$$

podemos dizer que

- $\boxed{\text{A}}$ Este limite existe e está entre -1 e 1.
- $\boxed{\text{B}}$ Este limite existe e está entre 1 e 4.
- $\boxed{\text{C}}$ Este limite não existe.
- $\boxed{\text{D}}$ Nenhuma das outras alternativas.
- $\boxed{\text{E}}$ Este limite existe e está entre -2 e -1.

Questão 4

Questão 4. O valor do limite $\lim_{x \to +\infty} \frac{2x^2 + 47x + 2}{3x^2 + 23x - 511}$ é

$\boxed{\text{A}}$ 2/3.

$\boxed{\text{B}}$ 49/26.

$\boxed{\text{C}}$ 0.

$\boxed{\text{D}}$ Nenhuma das outras alternativas.

$\boxed{\text{E}}$ 1.

Questão 5. Sobre o limite

$$\lim_{x \to +\infty} \left(x^2 - \sqrt{x^4 + 7} \right),$$

podemos afirmar que:

- A vale -7
- B vale 0
- C vale $-\sqrt{7}$
- D Nenhuma das outras alternativas.
- E diverge para $-\infty$

Questão 6. Sejam a, b, c e d constantes reais. Sabendo que

$$\lim_{x \to 0} \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{x} = 1,$$

podemos afirmar que:

- A Nenhuma das outras alternativas.
- B $a = 1$ e $b = 0$.
- C $c^2 + d^2 = 2$.
- D $d = 0$ e $c = 1$.
- E $a + b + c + d = 0$.

Questão 7. Considere a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} a^2x - 2a, & para\ x \leq 1, \\ -2x + a, & para\ 1 < x \leq 2, \\ x + a^2 - a - 9, & para\ 2 < x. \end{cases}$$

onde $a \in \mathbb{R}$ é uma constante. Então

A) A função f não é contínua em 0.

B) Para qualquer valor de a a função f não é contínua em $\mathbb{R}$.

C) A função f é contínua em 2 para apenas um valor de a.

D) A função f é contínua em $\mathbb{R}$ para apenas um valor de a.

E) A função f é contínua em 1 para apenas um valor de a.

Questão 8. Sobre $\lim_{x \to +\infty} x^2 \left[\ln \left(1 + \frac{5}{x^2} \right) \right]$ pode-se afirmar que:

- $\boxed{\text{A}}$ este limite vale 1
- $\boxed{\text{B}}$ Nenhuma das outras alternativas é correta.
- $\boxed{\text{C}}$ este limite diverge para $+\infty$
- $\boxed{\text{D}}$ este limite vale 0
- $\boxed{\text{E}}$ este limite vale 5

Questão 9. Considere as afirmações:

1. $(f(c))^2 = \frac{1}{4}$ para algum c em $(-2, 2)$
2. $f(x) + 1 \geq 0$ para todo x em $[-2, 2]$
3. $f(x) + 1 > 0$ para todo x em $(-2, 2)$
4. $f(d) = 0$ para algum d em $(-2, 2)$

Podemos dizer que TODA função contínua f no intervalo $[-2, 2]$ tal que $f(-2) = 1$ e $f(2) = -1$ necessariamente satisfaz

$\boxed{\text{A}}$ todas as afirmações.

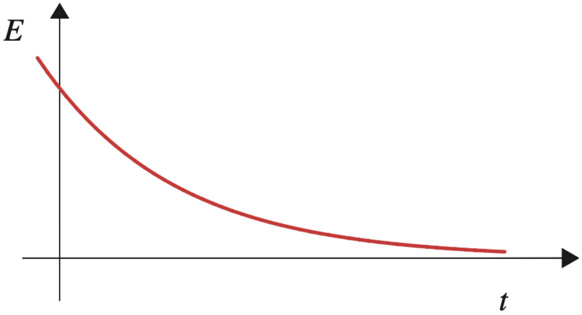
$\boxed{\text{B}}$ as afirmações 1. e 4.

$\boxed{\text{C}}$ as afirmações 3. e 4.

$\boxed{\text{D}}$ as afirmações 4. e 2.

$\boxed{\text{E}}$ as afirmações 2. e 4.

Questão 10. Suponha que em um ambiente com capacidade de sustentar um número limitado de indivíduos, a população $P(t)$ seja modelada pela função $P(t) = \dfrac{1100}{1 + 9\,E(t)}$, em que $E(t) = 3^{-t}$ é uma função exponencial, o tempo $t \geq 0$ é medido em anos e $t = 0$ corresponde à população inicial $P(0)$. O gráfico da função $E(t)$, ilustrado na figura abaixo, pode ser útil no estudo do comportamento de $P(t)$. Indique a afirmação **ERRADA**:



Questão 10

$\boxed{\text{A}}$ A população supera 500 indivíduos antes de $t = 3$.

$\boxed{\text{B}}$ Com o passar dos anos, a população tende a se estabilizar em um número inferior a 1000 indivíduos.

$\boxed{\text{C}}$ A população inicial é superior a 100 indivíduos.

$\boxed{\text{D}}$ A função $f(t) = 1 + 9\,E(t)$ é tal que $f(t_1) > f(t_2)$ sempre que $t_1 < t_2$.

$\boxed{\text{E}}$ $P(t)$ é uma função crescente da variável t.