



# LOQ4241– Apoio aos Sistemas de Decisão

Prof. Dr. José Eduardo Holler Branco

Lorena

2023



# Aula VII – Análise Envoltória de Dados

Prof. Dr. José Eduardo Holler Branco

Lorena

2023

# Análise Envoltória de Dados

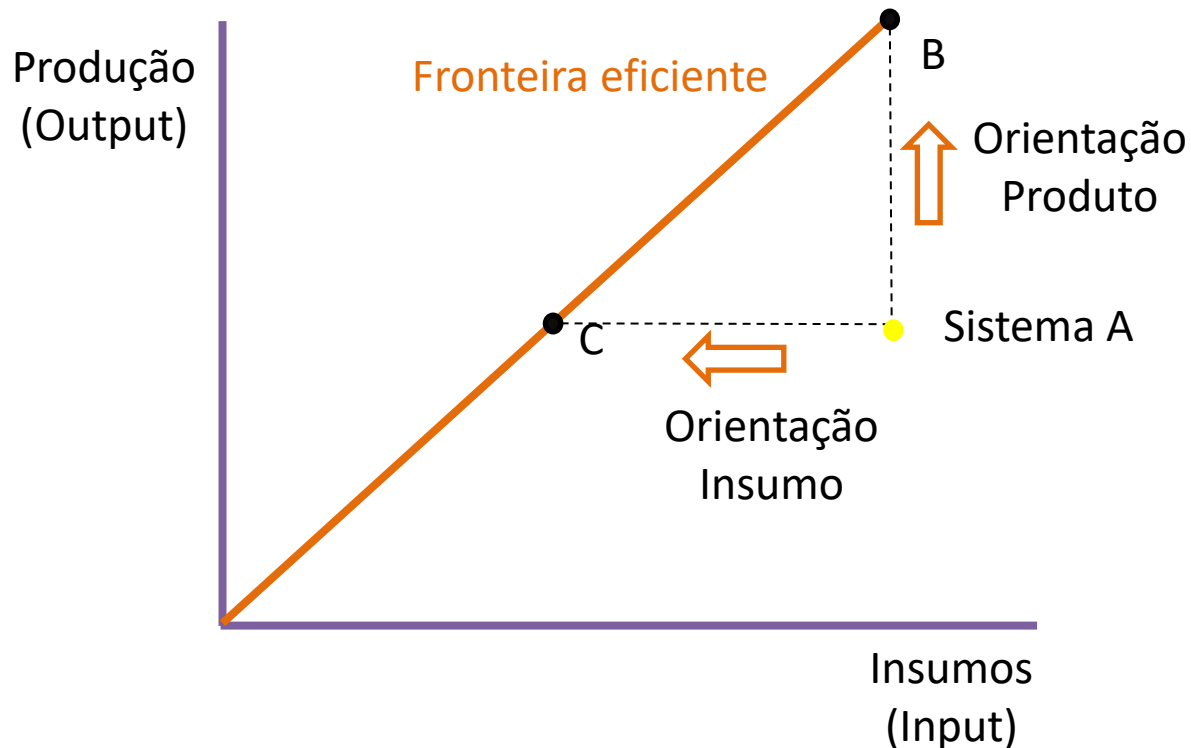


- DEA – Data Envelopment Analysis
  - Compara a eficiência relativa de sistemas (DMUs - Decision Making Units);
  - Permite ranquear a eficiência da DMUs com base nos desvios em relação à fronteira eficiente.

# Análise Envoltória de Dados



## ■ Análise Envoltória de Dados Radiais:



Nesse exemplo temos retornos constantes à escala mas existem funções de produção com retornos variáveis à escala.

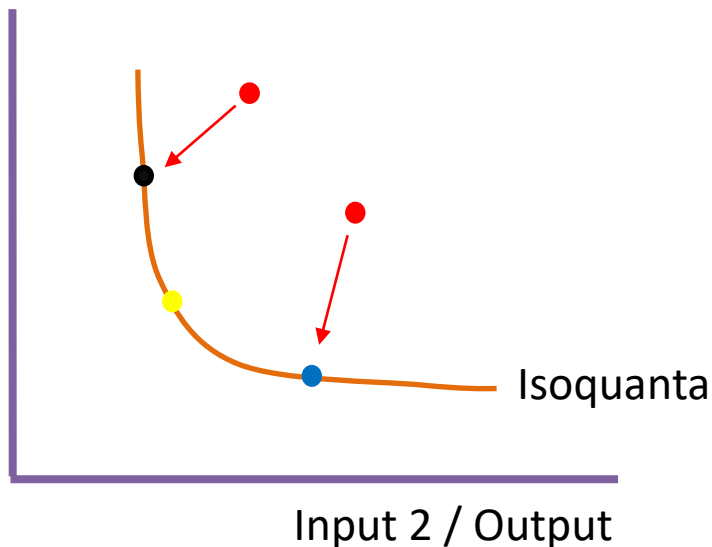
# Análise Envoltória de Dados



## ■ Análise Envoltória de Dados Radiais (dois insumos)

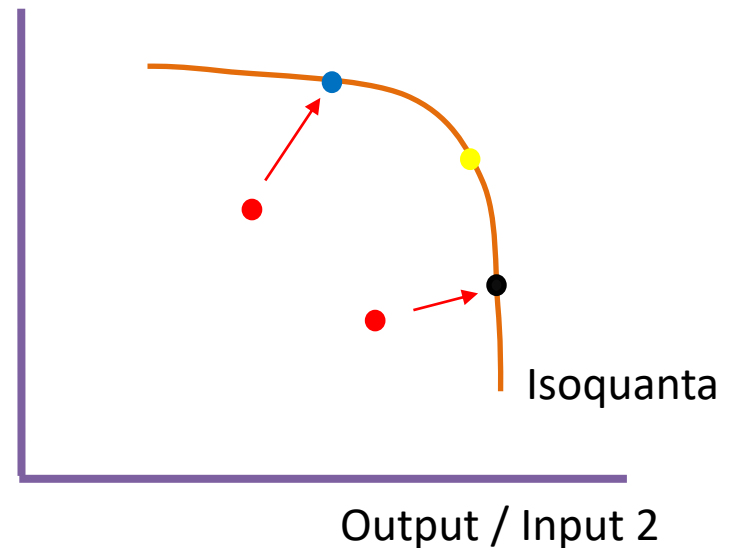
Orientação insumo

Input 1 / Output



Orientação produto

Output / Input 1



# Análise Envoltória de Dados



## Modelo fracionário

Orientação produto

$$\text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}$$

Sujeito a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \forall j = 1, \dots, n$$

$$u_r \geq 0, \forall r = 1, \dots, s$$

$$v_i \geq 0, \forall i = 1, \dots, m$$

Onde:

$y_{rj}$ : valor da r-ésima variável de saída para a j-ésima DMU

$x_{ij}$ : valor da i-ésima variável de entrada para a j-ésima DMU

$u_r$ : é o peso dado a r-ésima variável de saída

$v_i$ : é o peso dado a i-ésima variável de entrada

Charnes, Cooper e  
Rhodes (1978)  
Modelo CCR

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

## Modelo linear

Orientação produto

$$\text{Max} \sum_{r=1}^s u_r y_{r0}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \forall j = 1, \dots, n$$

$$u_r \geq 0, \forall r = 1, \dots, s$$

$$v_i \geq 0, \forall i = 1, \dots, m$$

# Exercício



Considere que um tomador de decisão está avaliando alternativas de traçado de uma linha metroviária, baseando-se nos critérios consumo energético, custo, desapropriações e número de passageiros transportados. Ranqueie as alternativas de traçado, aplicando-se DEA, baseado nos parâmetros a seguir:

Traçado	Entradas			Saída
	Consumo energético BTUs	Custo Bilhões R\$	Desapropriações Unidades	Passageiros transportados Passageiros / dia
1	1017000	9	199	20675
2	1469000	13	97	35462
3	904000	8	801	6562
4	678000	6	308	7274
5	1017000	9	131	27579
6	791000	7	236	15971
7	1582000	14	851	20571
8	678000	6	179	29486
9	565000	5	270	25367
10	1356000	12	511	38167