

Derivada como taxa de variação: Velocidade e aceleração; reta tangente

Exercício 1 *A posição de um corpo que se desloca ao longo do eixo s no instante t é dada por uma equação $s = f(t)$, sendo s dado em metros e t em segundos.*

- (a) *Determine o deslocamento do corpo e a velocidade média para o intervalo dado.*
- (b) *Determine o módulo de velocidade e a aceleração do corpo nas extremidades do intervalo.*
- (c) *Quando, se de fato acontece, o corpo muda de direção durante o intervalo?*

1. $s = t^2 - 3t + 2, \quad 0 \leq t \leq 2$

2. $s = 6t - t^2, \quad 0 \leq t \leq 6$

3. $s = -t^3 + 3t^2 - 3t, \quad 0 \leq t \leq 3$

4. $s = \frac{t^4}{4} - t^3 + t^2, \quad 0 \leq t \leq 3$

Exercício 2 *Movimento de uma partícula. No instante t , a posição de um corpo que se desloca ao longo do eixo s é $s = t^3 - 6t^2 + 9t$.*

- (a) *Determine a aceleração do corpo cada vez que a velocidade for nula.*
- (b) *Determine o módulo da velocidade do corpo cada vez que a aceleração for nula.*
- (c) *Determine a distância total percorrida pelo corpo de $t = 0$ a $t = 2$.*

Exercício 3 *Queda livre em Marte e Júpiter. As equações para queda livre nas superfícies de Marte e Júpiter (sendo s dado em metros e t em segundos) são $s = 1,86t^2$ em Marte e $s = 11,44t^2$ em Júpiter. Quanto tempo uma pedra leva, a partir do repouso, para atingir a velocidade de 27,8m/s (cerca de 100km/h) em cada planeta?*

Exercício 4 *Um objeto é lançado verticalmente do chão para cima com velocidade inicial de 112m/s e a altura atingida no instante t segundos é $f(t) = 112t - 16t^2$ metros. Pergunta-se:*

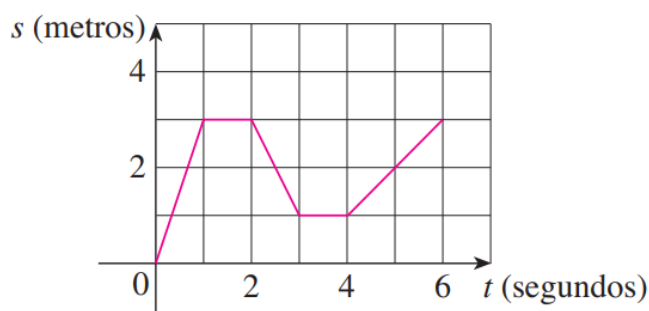
- a) *Quais as velocidades do objeto nos instantes $t = 2$, $t = 3$ e $t = 4$ segundos?*
- b) *Em que instante o objeto alcança a altura máxima?*
- c) *Em que instante o objeto atinge o chão?*
- d) *Com que velocidade o objeto atinge o chão?*

Exercício 5 Um carro está a $16t^{3/2} - 24t + 16$ quilômetros a leste de um referencial fixo no instante t horas. Pergunta-se:

- Qual a velocidade do carro no instante $t = 1/4$ horas e qual é o sentido em que ele se move?
- Onde está o carro quando sua velocidade é zero?

Exercício 6 (a) Uma partícula começa se movendo para a direita ao longo de uma reta horizontal; o gráfico de sua função posição está mostrado. Quando a partícula está se movendo para a direita? E para a esquerda? Quando está parada?

(b) Trace um gráfico da função velocidade.



Exercício 7 Ao meio-dia, o navio A está a 150 km a oeste do navio B. O navio A está navegando para o leste a 35 km/h e o navio B está navegando para norte a 25 km/h. Quão rápido a distância entre os navios está variando às 16h?

Diferenciabilidade (Nota: diferenciável é sinônimo de derivável.)

Exercício 8 Considere $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ x^2, & 1 \leq x \leq 9 \\ 27\sqrt{x}, & x > 9 \end{cases}$.

- Determine os pontos $x \in \mathbb{R}$ onde f é diferenciável.
- Onde existe f^{-1} , isto é, a função inversa de f ?
- Determine os pontos onde f^{-1} é diferenciável e calcule $(f^{-1})'$ nesses pontos.

Exercício 9 Verifique se a função abaixo é diferenciável no ponto $x = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \leq 2 \\ x + 2, & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Exercício 10

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{se } x \neq 2 \\ 4, & \text{se } x = 2 \end{cases}$$

(a) Calcule $f'(2)$ usando o limite. Por que $f'(2)$ não é zero? (Ou seja, não podemos usar em $x = 2$, a regra de derivação de uma constante.) Ilustre isso no gráfico de f .

(b) Qual o limite para verificar continuidade em $x = 2$? f é contínua para $x = 2$.

(c) Compare as expressões dos limites dos itens (a) e (b) e conclua: dada uma função qualquer g , temos 2 limites essenciais, o limite que verifica a continuidade de g em $x = p$ e o limite que calcula a derivada de g em $x = p$. Escreva-os.

(d) Escreva também os limites que encontram possíveis assíntotas verticais e horizontais.

(e) Refaça os itens (a) e (b) considerando a nova função abaixo e percebendo o que muda nas respostas.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & , \text{ se } x \neq 2 \\ 1 & , \text{ se } x = 2 \end{cases}$$

Exercício 11

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & , \text{ se } x < 2 \\ 1 & , \text{ se } x \geq 2 \end{cases}$$

(a) f é contínua em 2? Por quê?

(b) f é derivável em 2? Por quê?

(c) Ilustre estes fatos no gráfico de f .

(d) Qual o domínio da função derivada $f'(x)$?

Exercício 12

$$f(x) = \begin{cases} -x+4 & , \text{ se } x < 4 \\ x-4 & , \text{ se } x \geq 4 \end{cases}$$

(a) f é contínua em 4? Por quê?

(b) f é derivável em 4? Por quê?

(c) Ilustre estes fatos no gráfico de f .

(d) Qual o domínio da função derivada $f'(x)$?

Exercício 13

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \text{ se } x < 0 \\ -x^2 & , \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$$

(a) f é contínua em 0? Por quê?

(b) f é derivável em 0? Por quê?

(c) E nos outros pontos, f é contínua e derivável? Justifique.

(d) Ilustre estes fatos no gráfico de f .

(e) Qual o domínio da função derivada $f'(x)$?

Exercício 14 (a) Mostre que se f é diferenciável em p então f é contínua em p .
 (b) Vale a volta (ou seja, recíproca) deste Teorema? (Isto é, se f é contínua então f é diferenciável?) Ou será que existe função contínua mas não diferenciável? Dê exemplo.

Exercício 15 Verifique se as funções

$$(a) f(x) = \begin{cases} x^2 & , \text{ se } x \leq 0 \\ x & , \text{ se } x > 0 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} x^2 & , \text{ se } x \leq 0 \\ 0 & , \text{ se } x > 0 \end{cases}$$

são diferenciáveis em $x = 0$.

Exercício 16 Seja $f(x) = |x|$.

- (a) f é contínua em 0? Por quê?
 (b) f é derivável em 0? Por quê?
 (c) E nos outros pontos, f é contínua e derivável? Justifique.
 (d) Ilustre estes fatos no gráfico de f .

Exercício 17 Seja $f(x) = x^{1/3}$.

- (a) f é contínua em 0?
 (b) Calcule $f'(x)$.
 (c) Existe $f'(0)$? Por quê?

Exercício 18 A função

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \text{ se } x \geq 0 \\ -1 & , \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

possui derivada em $x = 0$? Justifique. Faça o gráfico e explique.

Exercício 19 Considere a função $f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}(\frac{1}{x}) & , \text{ se } x \neq 0 \\ 0 & , \text{ se } x = 0 \end{cases}$. (a) Encontre $f'(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Pergunta-se: f' é contínua em $\mathbb{R}$? Qual o domínio de f' ?
 (b) Refaça o item (a) para a função abaixo e responda o que mudou.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}(\frac{1}{x}) & , \text{ se } x \neq 0 \\ 2 & , \text{ se } x = 0 \end{cases}$$

Exercício 20 Monte o limite das derivadas das funções abaixo e resolva-os:

- | | | | |
|----------------------|--------------------|------------------------|--------------------------------------|
| (a) $f = k$, | (b) $f(x) = x^n$, | (c) $f(x) = x^{1/n}$, | (d) $f(x) = \operatorname{sen}(x)$, |
| (e) $f(x) = \cos(x)$ | (f) $f(x) = e^x$ | (g) $f(x) = \ln(x)$ | (h) $f(x) = a^x$ |

OBS: Após montar os limites das derivadas, observe que a maioria deles foram resolvidos na Lista 1.

(i) Note que as regras (b) e (c) se resumem a uma regra bem conhecida. Qual? (Essa regra também vale para expoente real r fixo, ou seja, para $f(x) = x^r$ temos $f'(x) = rx^{r-1}$. A prova disto, veremos depois.)

(j) Por que a regra de derivação de $f(x) = x^r$, ou seja, $f'(x) = rx^{r-1}$ não se aplica à função $f(x) = a^x$? Dica: compare os limites de (b) e (h).

Exercício 21 Determine se existe ou não $f'(0)$.

$$f(x) = \begin{cases} x \sin(1/x), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Exercício 22 As derivadas à esquerda e à direita de F em a são definidas por

$$f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

e

$$f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h},$$

respectivamente, se esses limites existirem. Então, $f'(a)$ existe se, e somente se, essas derivadas unilaterais existirem e forem iguais.

(a) Encontre $f'_-(4)$ e $f'_+(4)$ para a função

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 5 - x, & 0 < x < 4 \\ \frac{1}{5-x}, & x \geq 4. \end{cases}$$

(b) Esboce o gráfico de f .

(c) Onde f é descontínua?

(d) Onde f não é diferenciável?

Exercício 23 Onde a função $h(x) = |x - 1| + |x + 2|$ é derivável? Dê uma fórmula para h' e esboce os gráficos de h e h' .

Regras de Derivação

Exercício 24 Calcule a derivada das seguintes funções :

- a) $f(t) = 37$, b) $g(x) = 17x - 65$ c) $H(u) = \frac{5u+1}{3\sqrt{u}}$ d) $\frac{du}{dx}$ se $u = x^3 + x$
- e) $f(t) = t^{1/2} + k$ f) $g(u) = u^{-2} + m$ g) $f(t) = 2\sin(t) + \frac{1}{2}\ln(a)$ h) $\frac{dy}{dt}$ se $y = t - 2\frac{1}{t}$
- (i) $f(x) = x^3 + F(x)$ j) $h(u) = 2F(u) - 3e^u$ k) $f(x) = -3\cos(x) + 20x^{-3/2}$

- (l) Agora calcule as derivadas segundas das funções dos itens acima.
 (m) No item (i) se soubermos que $F'(2) = 5$ (dados de laboratório, por exemplo), quanto vale $f'(2)$.
 (n) Derive $f(x) = g(x) + \sin(x) + u$.

Exercício 25 (a) Encontre a derivada de $f(u) = \frac{6}{u^2}$ usando a "regra do tombo".

(b) Encontre a derivada de $f(u) = \frac{6}{u^2}$ usando a regra do quociente.

(c) O que você conclui a partir dos itens acima?

(d) Calcule as derivadas de $f(x) = 3^x$ e $g(x) = x^3$. O que você conclui? Usam a mesma regra de derivação?

Exercício 26 (a) Usando o limite da velocidade média de fg , explique porquê $\frac{d}{dx}fg(x) \neq f'(x)g'(x)$.

(b) Use a regra do produto para derivada para descobrir a regra do quociente. Ou seja, se $F = f/g$, escreva $Fg = f$ e descubra F' .

(c) Sabendo que $\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$ para n natural positivo, use a regra do quociente para mostrar que vale a mesma regra para expoente negativo: $f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n} \implies f'(x) = -nx^{-n-1}$, $x \neq 0$, n um inteiro positivo.

(d) Use a regra do quociente para mostrar que

$$f(x) = \log_a(x) \implies f'(x) = \frac{1}{\ln(a) \cdot x}, x > 0.$$

Dica: use que $\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$ e que $\frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$.

Exercício 27 Calcule a derivada de:

a) $f(x) = (2 \cos(x) + \sin(x)) (x^2 + \log_5(x) + 2x)$ b) $f(x) = \sinh(x) \cdot \tan(x)$

c) $f(x) = \sin(x) \ln(x)(e^x + 1)$ d) $f(x) = \frac{\sin(x) + 1}{\ln(x) + 2^x + 2^3 + k}$, k constante $\in \mathbb{R}$

e) $f(x) = \frac{2 \cos(x)}{x^2 + \frac{1}{2}x + 1}$ f) $f(x) = \frac{(x^3 + 7) \cos(x)}{x^2(\sin(x) + 1)}$

Exercício 28 As funções $\sinh: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ e $\cosh: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{e} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

são chamadas seno hiperbólico e cosseno hiperbólico, respectivamente. Mostre que:

$$\frac{d}{dx} \sinh x = \cosh x \quad \text{e} \quad \frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x \quad (\text{usa regra da cadeia}).$$

Exercício 29 Use as definições das funções hiperbólicas para achar o seguinte limite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sinh(x).$$

Exercício 30 Calcule a derivada das seguintes funções (envolvem regra da cadeia):

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } f(x) = \cos^6(x) & \text{b) } F(v) = (17v - 5)^{1000} & \text{c) } g(z) = (1 + \sqrt{z})^2 \\
 \text{d) } g(t) = \left[\left(1 + \frac{1}{t}\right)^{-1} + 1\right]^{-1} & \text{e) } f(x) = \text{sen}(9x + 4) & \text{f) } f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right) \\
 \text{g) } f(x) = \text{sen}((2x + 3)^4) & \text{h) } f(x) = \text{sen}(\sqrt{x}) + \sqrt{\text{sen}(x)} & \text{i) } y = \left(\frac{x^2 + x}{\text{sen}(x) + x^3}\right)^3 \\
 \text{j) } y = \frac{1}{\sqrt[3]{\text{sen}(x) + x + 1 + x^3}} & \text{k) } y = \text{sen}(\tan(e^x)) & \text{l) } h(x) = f(2x) + \text{sen}(g(x))
 \end{array}$$

Exercício 31 Verifique se a função abaixo é diferenciável para $x \neq 2$ e para o ponto $x = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} x \text{sen}(\pi x) & , \text{ se } x \leq 2 \\ (x^2 + 1) \cos(\pi x) & , \text{ se } x > 2 \end{cases}$$

Exercício 32 Calcule a derivada das seguintes funções :

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } g(x) = \ln(3 + \text{sen}^2(x)) & \text{b) } H(x) = e^{x^3 - \ln(x^2 + 1)} & \text{c) } F(x) = \ln(x + \cos(x)) \\
 \text{d) } g(x) = \frac{(3x + 5)^6 \sqrt{x^4 + 3x^2}}{[(e^{3x} + 7)^2]^{\frac{1}{3}}} & \text{e) } g(x) = \log_2(x^5) & \text{f) } f(x) = \frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^{3x} - a^{-3x}} \\
 \text{g) } f(x) = \ln \frac{x^2 + 1}{x^2 + 3} & \text{h) } f(x) = \ln \left(e^{5x-2} + \frac{1}{e^{5x-2}} \right) & \text{i) } f(x) = x^{\sqrt{2}}
 \end{array}$$

Exercício 33 Calcular $f'(x)$ nos seguintes casos:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 + x}} & \text{b) } f(x) = e^{x^2} & \text{c) } f(x) = e^{2x} \ln \left(x \text{sen}(x) + \frac{e^{-x}}{x^5 + 1} \right) \\
 \text{d) } f(x) = e^{x^3 - \ln(x^2 + 1)} & &
 \end{array}$$

Exercício 34 Sejam $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções diferenciáveis em $\mathbb{R}$ tais que $f(0) = 0$, $g(0) = 1$, $f'(x) = g(x)$, $g'(x) = -f(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Mostre que $(f(x) - \text{sen}(x))^2 + (g(x) - \cos(x))^2 = 0$, $x \in \mathbb{R}$.

b) Conclua que $f(x) = \text{sen}(x)$ e $g(x) = \cos(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

Exercício 35 Calcular a derivada das seguintes funções :

- | | |
|--|--|
| a) $f(x) = \operatorname{tg}(\sec(x)\sqrt{x^2 + \sqrt{x}} + 1)$ | b) $f(x) = \operatorname{cosec}(x^2 + 4)$ |
| c) $f(x) = \sec(\sqrt{x-1})$ | d) $f(x) = \operatorname{tg}^2(x) \sec^3(x)$ |
| e) $f(x) = \frac{x^3 \sec(x) \operatorname{tg}(x)}{(x^2 + 1) \cos(x)}$ | f) $F(x) = \frac{\cos(x) \cotg(x)}{\sec(x) - \cos(x)}$ |
| g) $F(x) = \sinh(x) \cosh(x)$ | h) $f(x) = \operatorname{arctg}(e^{3x})$ |
| i) $f(x) = \frac{e^{\sec(x^2)}}{x}$ | j) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{\operatorname{arctg}(1-2x)}\right)$ |
| k) $f(x) = 2^{3x} \operatorname{arcsen}(4x)$ | l) $f(x) = \ln(2x) \log_{10}(x) - \ln(a) \log_a(x)$ |
| m) $f(x) = \frac{1}{x} + 2 \log_2(x) - \frac{\log_2(x)}{x}$ | n) $f(x) = \operatorname{arctg}(12x - 7)$ |
| o) $f(x) = \operatorname{arcsen}\left(\frac{3x+1}{x}\right)$ | p) $f(x) = \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$ |

Exercício 36 Seja $x = \cos \omega t$, onde ω é constante. Mostre que $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$.

Exercício 37 Suponha que f e g sejam funções tais que $f'(x) = 1/x$ e $f(g(x)) = x$. Mostre que se $g'(x)$ existe, então $g'(x) = g(x)$.

Exercício 38 a) Ache todas as derivadas (n -ésimas derivadas) não identicamente nulas de $f(x) = (x^2 - 1)^3$.

b) Se $f(x) = 1/x$, obtenha uma fórmula para $f^{(n)}(x)$, onde n é um inteiro positivo. Quanto é $f^{(n)}(1)$?

c) Se $f(x) = x^4 - x^3 - 6x^2 + 7x$, determine a equação da tangente ao gráfico de f' no ponto $P = (2, 3)$.

d) Se $y = f(g(x))$ e f' e g' existem, use a regra da cadeia para exprimir $D_x^2 y$ em termos das derivadas primeira e segunda de f e g .

Exercício 39 Calcule a derivada das seguintes funções (use diferenciação logarítmica):

- | | | |
|--------------------------------------|-------------------------------|----------------------------|
| a) $f(x) = (e^{2x} + 7)^{\cos(x^2)}$ | b) $f(x) = x^2 e^{\sqrt{2x}}$ | c) $f(x) = x^{x^x}, x > 0$ |
|--------------------------------------|-------------------------------|----------------------------|

Exercício 40 Encontre, em cada um dos itens abaixo, $\frac{dy}{dx}$, onde $y = y(x)$ é dada implicitamente pelas equações abaixo:

- | | | |
|--|---|---|
| a) $\cos^2(x+y) = 1/4$ | b) $y^3 = \frac{x-y}{x+y}$ | c) $(y^2 - 9)^4 = (4x^2 + 3x - 1)^2$ |
| d) $x^3 + x^2 y - 2xy^2 + y^3 - 1 = 0$ | e) $\operatorname{sen}(xy) + y - x^2 = 0$ | f) $xy + 16 = 0$ |
| g) $x \operatorname{arctg}(x) + y^2 = 4$ | h) $\sqrt{2x+y} + \sqrt{x+2y} = 6$ | i) $\sinh(x^2 y) + \cosh(y^2 - \cos(xy)) = 2$ |

(j) Nos itens (a) e (f) encontre $\frac{dx}{dy}$. (Neste caso, estamos pensando que x é uma função de y , ou seja, $x = g(y)$.)

Exercício 41 Encontrar as equações das retas tangentes à elipse $4x^2 + 9y^2 = 40$ cujos coeficientes angulares valem $-2/9$. Use derivação implícita.

Exercício 42 Um ponto P move-se ao longo da elipse $x^2 + 4y^2 = 1$. A abscissa x está variando a uma velocidade $\frac{dx}{dt} = \sin 4t$. Mostre que: $\frac{dy}{dt} = \frac{-x \sin 4t}{4y}$.

Exercício 43 Suponha que f seja uma função injetora, derivável, e que sua inversa, f^{-1} , também seja derivável. Mostre que $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$.

Exercício 44 Nos itens (a) e (b), mostre que $\arccos' x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

(a) Use para isto o método de derivação implícita. Discuta também o domínio.

(b) Use Exercício 43.

Exercício 45 Seja $y = f(x)$ uma função diferenciável tal que $x^3 f^2(x) + \cos(\sqrt{f(x)}) = x$. Determine $f'(x)$.

Exercício 46 Seja $f(x) = x + e^x$ e g a função inversa de f . Demonstre que g é diferenciável e que $g'(x) = \frac{1}{1+e^{g(x)}}$. Calcule $g'(1)$ e $g''(1)$.

Exercício 47 Seja $f(x) = x + x^3$.

a) Mostre que f admite função inversa g .

b) Expresse $g'(x)$ em termos de $g(x)$.

c) Calcule $g'(0)$.

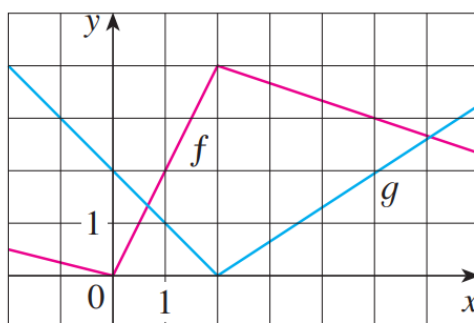
Exercício 48 Use a derivação implícita para encontrar uma equação da reta tangente à curva $x^{2/3} + y^{2/3} = 4$ no ponto $(-3\sqrt{3}, 1)$.

Exercício 49 Use a derivação logarítmica para achar a derivada da função $y = x^x$.

Exercício 50 Se f e g são as funções cujos gráficos estão ilustrados, sejam $u(x) = f(x)g(x)$ e $v(x) = f(x)/g(x)$.

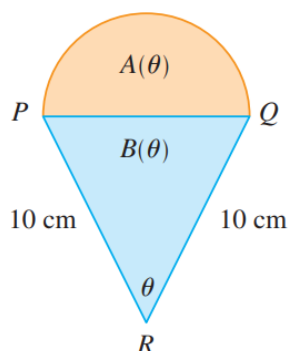
(a) Encontre $u'(1)$.

(b) Encontre $v'(5)$.



Exercício 51 Um semicírculo com diâmetro PQ está sobre um triângulo isósceles PQR para formar uma região com um formato de sorvete, conforme mostra a figura. Se $A(\theta)$ é a área do semicírculo e $B(\theta)$ é a área do triângulo, encontre

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{A(\theta)}{B(\theta)}.$$



Exercício 52 Uma tabela de valores para f , g , f' e g' é fornecida.

(a) Se $h(x) = f(g(x))$, encontre $h'(1)$.

(b) Se $H(x) = g(f(x))$, encontre $H'(1)$.

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
1	3	2	4	6
2	1	8	5	7
3	7	2	7	9

Exercício 53 Um cocho tem 6 m de comprimento, e suas extremidades têm a forma de triângulos isósceles com 1 m de base e 50 cm de altura. Se o cocho for preenchido com água a uma taxa de $1,2 \text{ m}^3/\text{min}$, quão rápido o nível da água estará subindo quando ela tiver 30 cm de profundidade?