Tabela de dados e gráficos Módulo de elasticidade

Prof. Rafael Guido

rvcguido@ifsc.usp.br

Tabela de dados e gráficos

- Em Ciências Exatas os resultados de testes, análises ou experimentos fornecem **conjuntos de resultados** numéricos que precisam ser **organizados** para facilitar sua interpretação, processamento e divulgação.

Tabela 2.1 - Variação ΔL do comprimento de uma barra de alumínio com a temperatura.

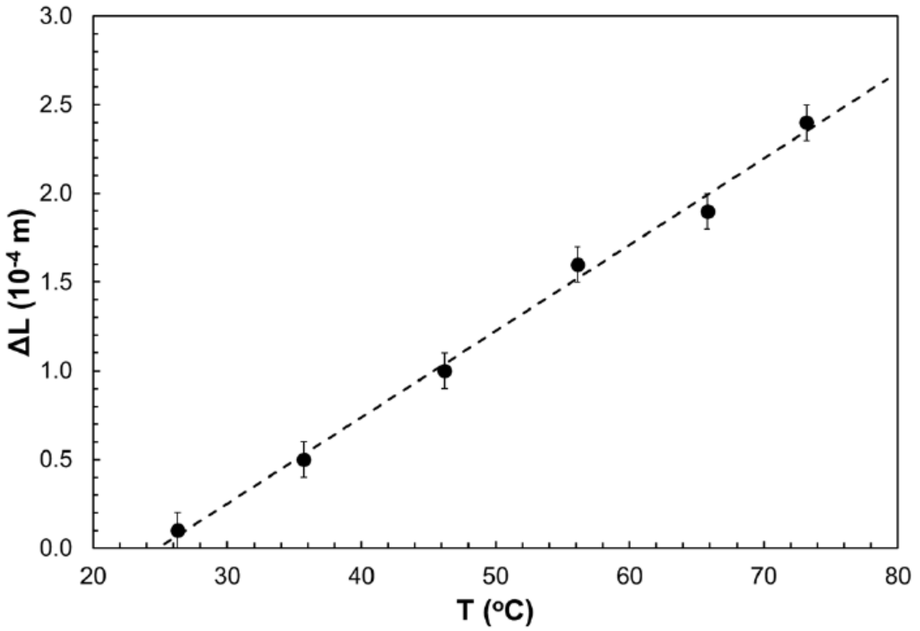
Temperatura (°C) $\pm 0,2$ °C	**ΔL (10^{-4} m)** $\pm 0,1 \cdot 10^{-4}$ m
26,3	0,1
35,7	0,5
46,2	1,0
56,1	1,6
65,8	1,9
73,2	2,4

Fonte: Elaborada pelo compilador.

Tabela de dados e gráficos

- Em Ciências Exatas os resultados de testes, análises ou experimentos fornecem **<u>conjuntos de resultados</u>** numéricos que precisam ser **<u>organizados</u>** para facilitar sua interpretação, processamento e divulgação.

Figura 2.1 - Variação do comprimento ΔL de uma barra de alumínio em função da temperatura.



Fonte: Elaborada pelo compilador.

Tabela de dados e gráficos

Dicas para criar boas tabelas

- Identifique a tabela com um número (ex.: Tabela 1), que será usado para citá-la no texto, e coloque no topo uma breve legenda explicativa do conteúdo.
- Indique, no topo de cada coluna, a grandeza física e suas unidades.
- Use notação científica para reduzir a quantidade de dígitos. Se a potência de 10 é a mesma para todos os valores, coloque-a no topo da tabela junto às unidades.
- Indique a incerteza dos dados. Se for a mesma para todos, indique no topo da coluna.

Tabela de dados e gráficos

IFSC USP
Instituto de Física de São Carlos

Dicas para criar bons gráficos

- A variável independente deve ser representada, sempre que possível, no eixo horizontal.
- Linearize os dados quando for possível, operando sobre as colunas ou usando escalas logarítmicas.
- Escolha as escalas de forma a aproveitar a maior área possível do gráfico com os dados. Porém, você deve encontrar um compromisso para que isso não resulte em escalas esdrúxulas (por exemplo com divisões fracionárias).
- Identifique as grandezas sobre os eixos e suas unidades.
- Numere as escalas com poucos números redondos. Use notação científica para reduzir os dígitos.
- Desenhe claramente os dados experimentais e, caso haja mais de um conjunto, use símbolos (círculos, quadrados, cruzes etc.) ou cores diferentes.
- Quando a incerteza dos dados for maior que o tamanho do símbolo, coloque bandas de erro.
- Identifique o gráfico com um número (ex.: Figura 1), que será usado para citá-lo no texto. Coloque uma breve legenda no gráfico.

Linearização dos dados

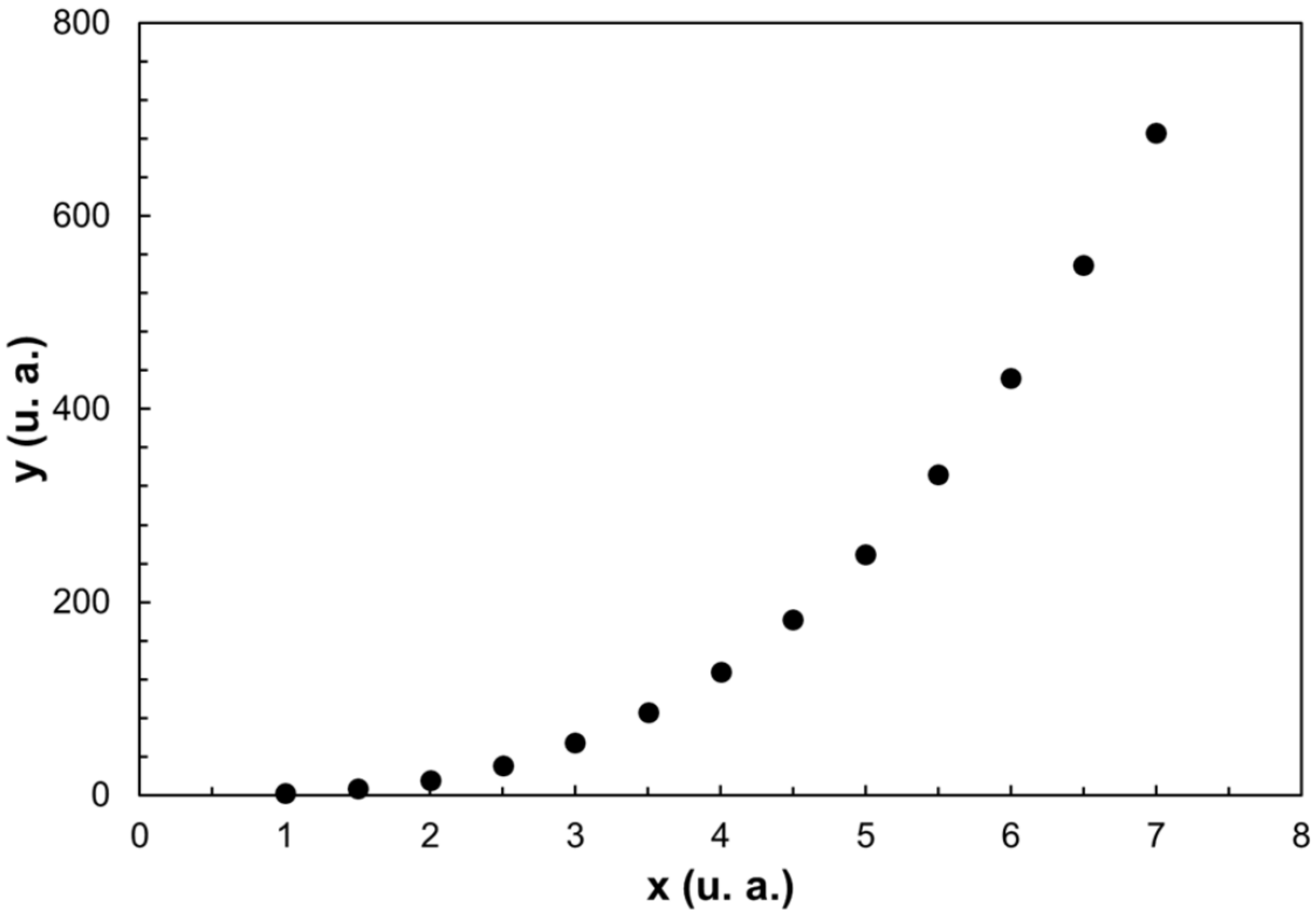
Tabela 2.2 - Variação da variável *y*, medida em unidades arbitrárias (u. a.), com a variável *x*, também em unidades arbitrárias.

x **(u. a.)**	***y*** **(u. a.)**	$X = x^3$ **(u. a.)**
1,0	2,00	1,00
1,5	6,75	3,38
2,0	16,00	8,00
2,5	31,25	15,63
3,0	54,00	27,00
3,5	85,75	42,88
4,0	128,00	64,00
4,5	182,25	91,13
5,0	250,00	125,00
5,5	332,75	166,38
6,0	432,00	216,00
6,5	549,25	274,63
7,0	686,00	343,00

Fonte: Elaborada pelo compilador.

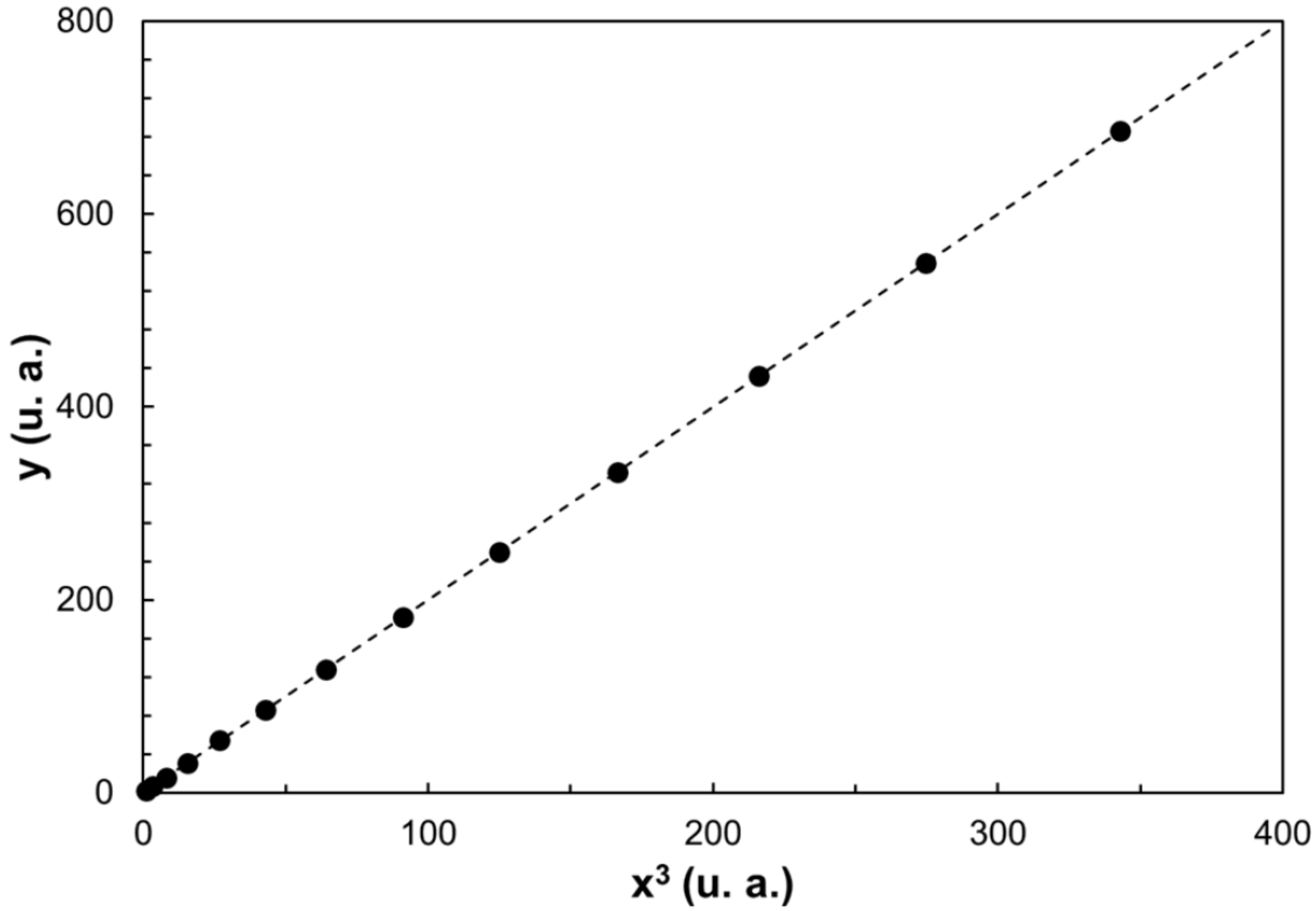
Linearização dos dados

x (u. a.)	*y* (u. a.)
1,0	2,00
1,5	6,75
2,0	16,00
2,5	31,25
3,0	54,00
3,5	85,75
4,0	128,00
4,5	182,25
5,0	250,00
5,5	332,75
6,0	432,00
6,5	549,25
7,0	686,00



Linearização dos dados

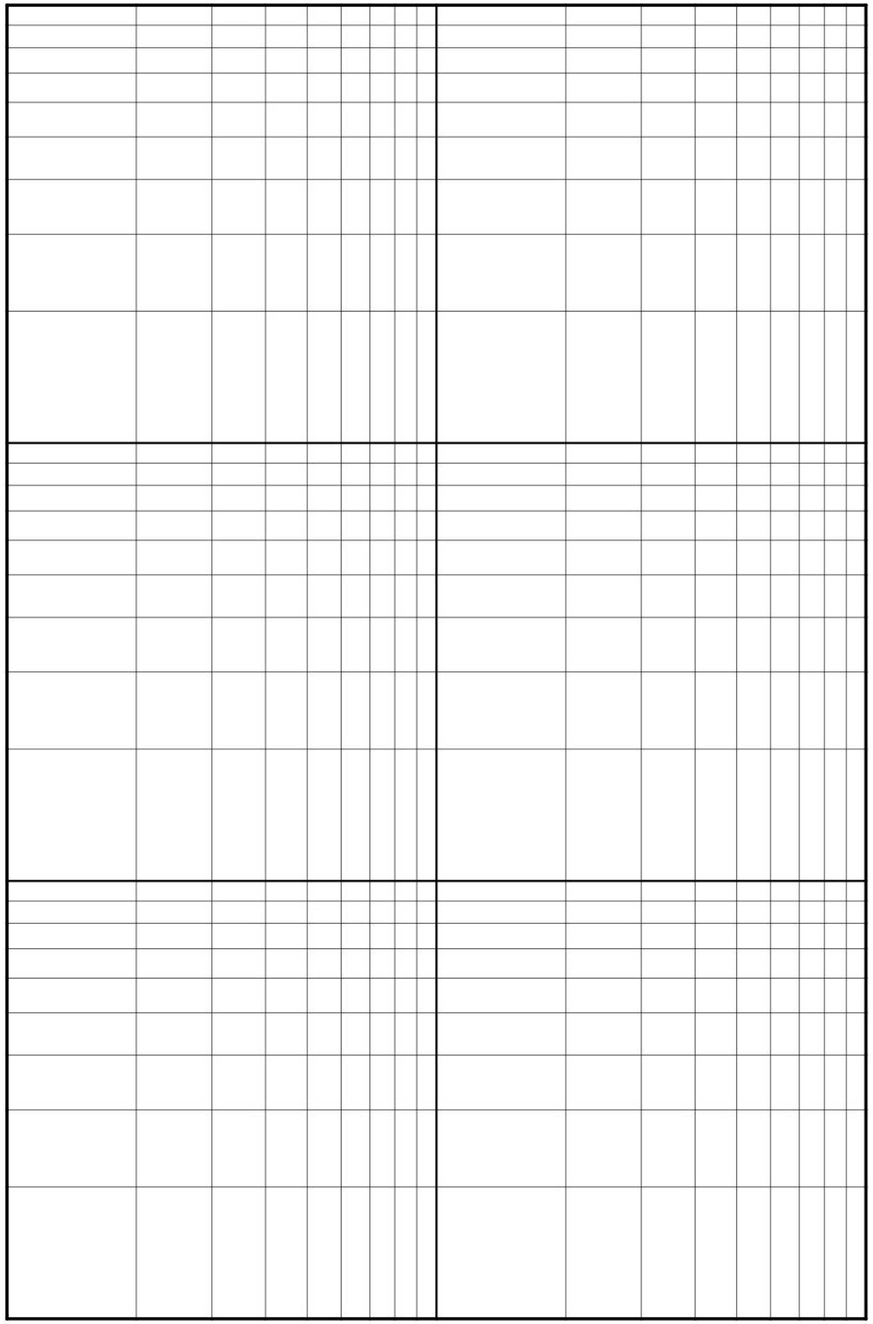
x (u. a.)	$X = x^3$ (u. a.)
1,0	1,00
1,5	3,38
2,0	8,00
2,5	15,63
3,0	27,00
3,5	42,88
4,0	64,00
4,5	91,13
5,0	125,00
5,5	166,38
6,0	216,00
6,5	274,63
7,0	343,00



Escalas logarítmicas

- Um método alternativo de linearização consiste em **manter os dados y e x originais da tabela e transformar as escalas do gráfico de maneira logarítmica.**

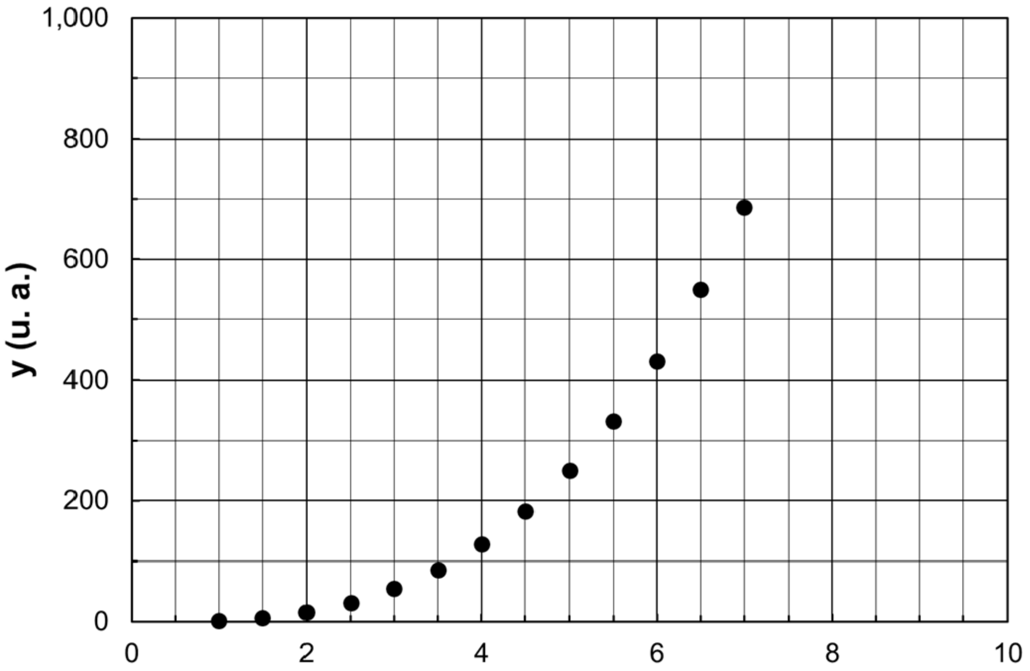
- Esse gráfico, com eixos “distorcidos” logaritmicamente, pode ser feito de duas formas: usando papéis especiais, cujas escalas já estão transformadas em logaritmo, ou no computador, usando programas que aplicam essa transformação.



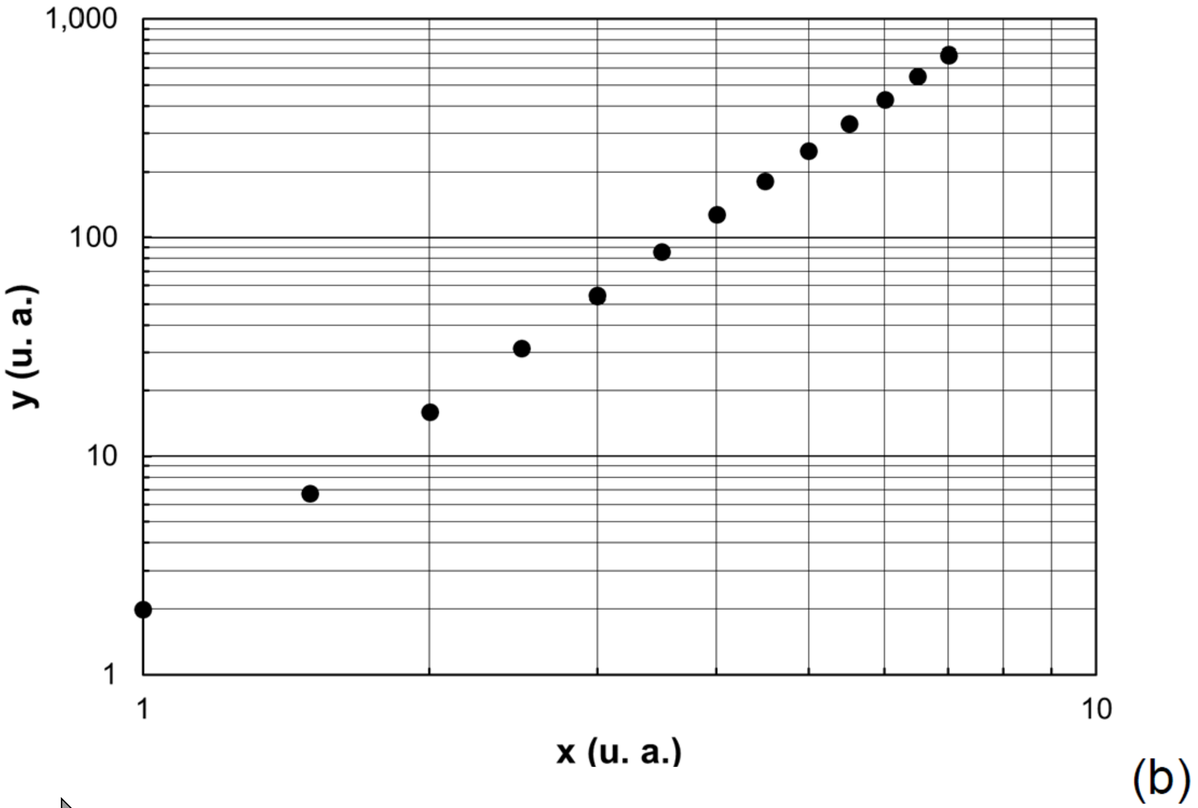
Escalas logarítmicas

IFSC USP
Instituto de Física de São Carlos

Figura 2.3 - Relação não linear desconhecida entre duas variáveis *y* e *x*. (a) Gráfico em escalas lineares e (b) em escalas logarítmicas (“di-log” ou “log-log”).



$$y = ax^n$$

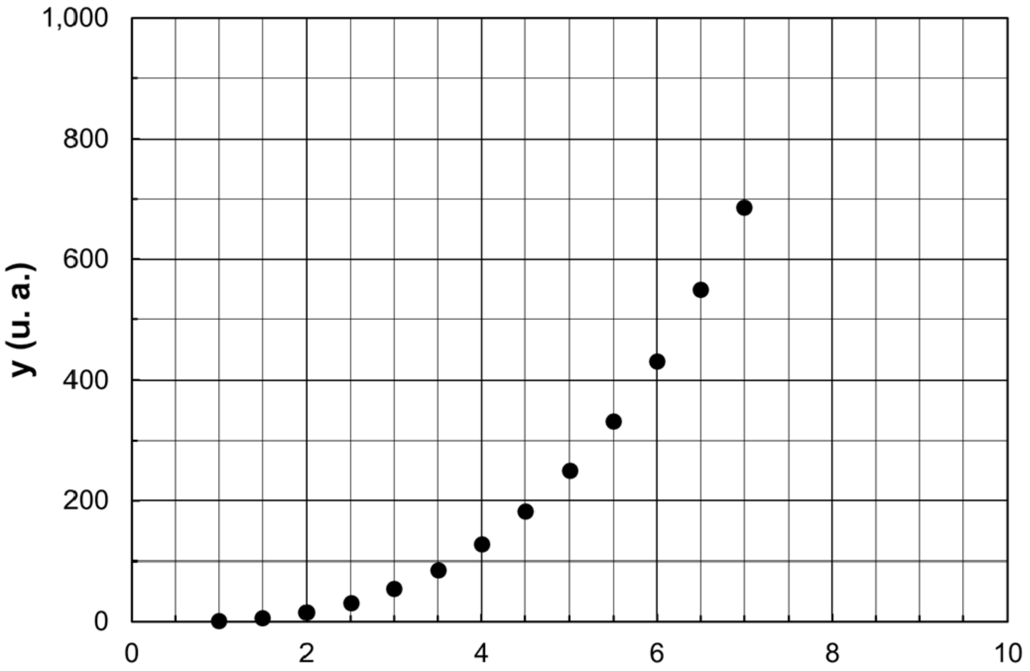


$$\log(y) = \log(a) + n\log(x)$$

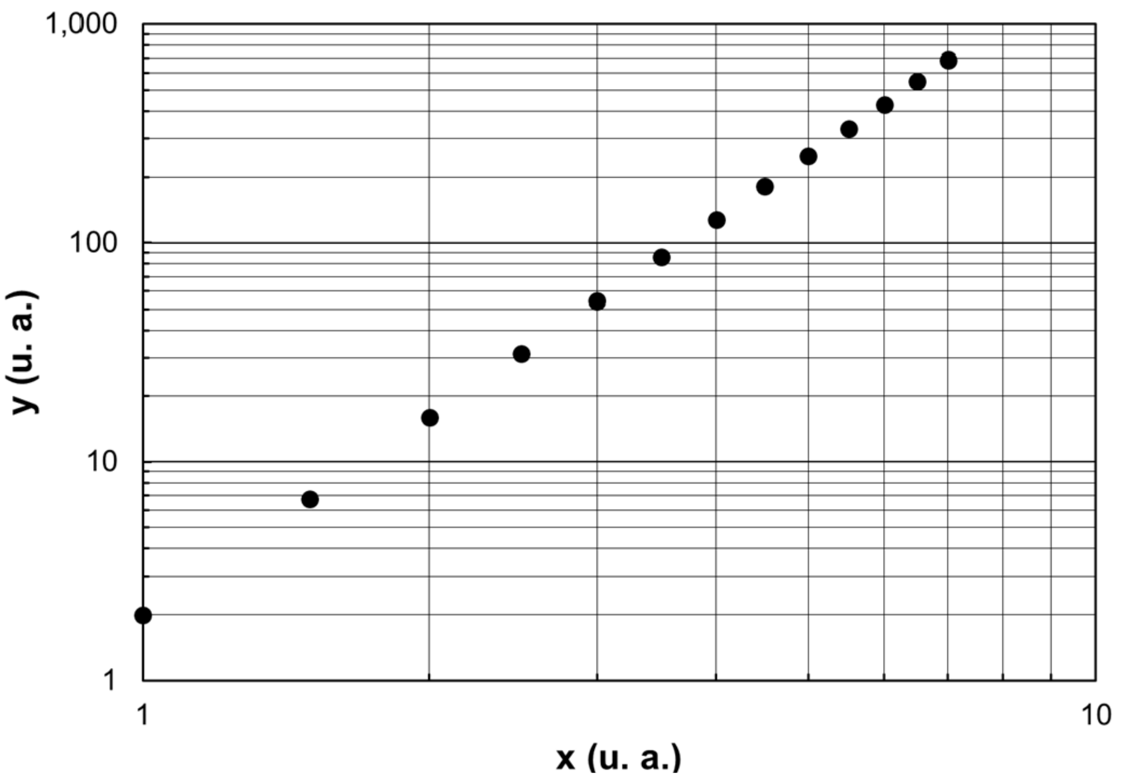
Escalas logarítmicas

Figura 2.3 - Relação não linear desconhecida entre duas variáveis *y* e *x*. (a) Gráfico em escalas lineares e (b) em escalas logarítmicas (“di-log” ou “log-log”).

$$n = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)}$$



$$y = ax^n$$



(b)

$$\log(y) = \log(a) + \boxed{n}\log(x)$$

Módulo de elasticidade

- Todos os materiais apresentam deformação quando sujeitos a esforços, como, por exemplo, forças de compressão, tração ou cisalhamento.
- A resposta do material pode ser caracterizada através de um coeficiente, o módulo de elasticidade, que indica a resistência do material à deformação frente a um tipo particular de esforço aplicado

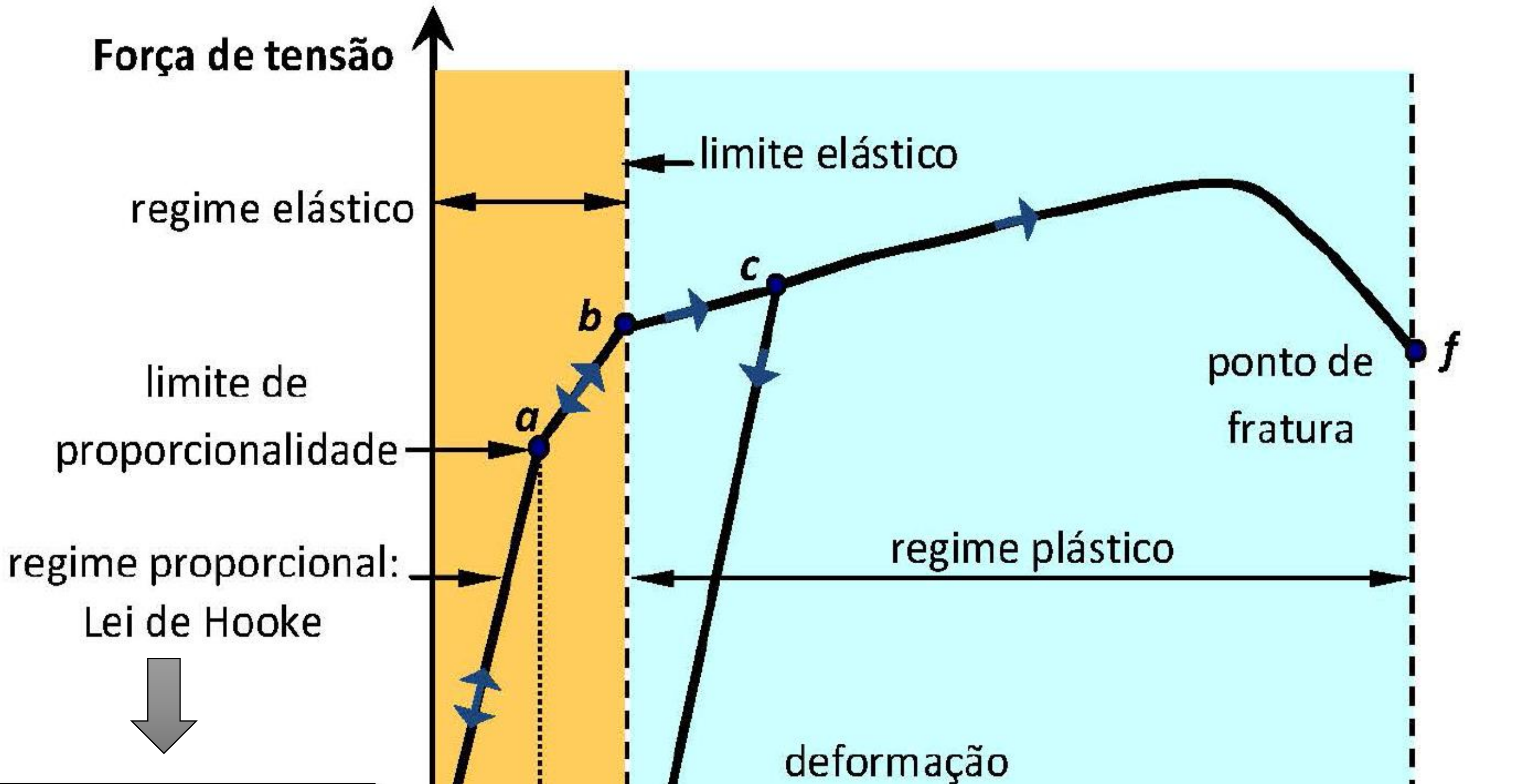
Tabela 2.1 - Valores de referência para módulos de elasticidade na tração *E* (módulo de Young), na compressão *B* e no cisalhamento *S* para diferentes materiais.

Material	**Módulo de Young *E* (10^{10} Pa)**	**Módulo de compressão *B* (10^{10} Pa)**	**Módulo de cisalhamento *S* (10^{10} Pa)**
Alumínio	7,0	7,5	2,5
Cobre	11,0	14,0	4,4
Bronze	9,0	6,0	3,5
Aço	20,0	16,0	7,5
Ferro	21,0	16,0	7,7
Chumbo	1,6	4,1	0,6
Concreto	----	3,0	2,1
Vidro Crown	6,0	5,0	2,5

Fonte: Elaborada pelo compilador.

Módulo de elasticidade

- Elasticidade é a propriedade que o corpo tem de recuperar sua forma inicial depois de uma deformação. No entanto, esforços acima de certo valor limite causam deformações permanentes.
- O comportamento elástico de um material está determinado para esforços abaixo desse valor. Nesse regime, a deformação é diretamente proporcional ao esforço externo aplicado



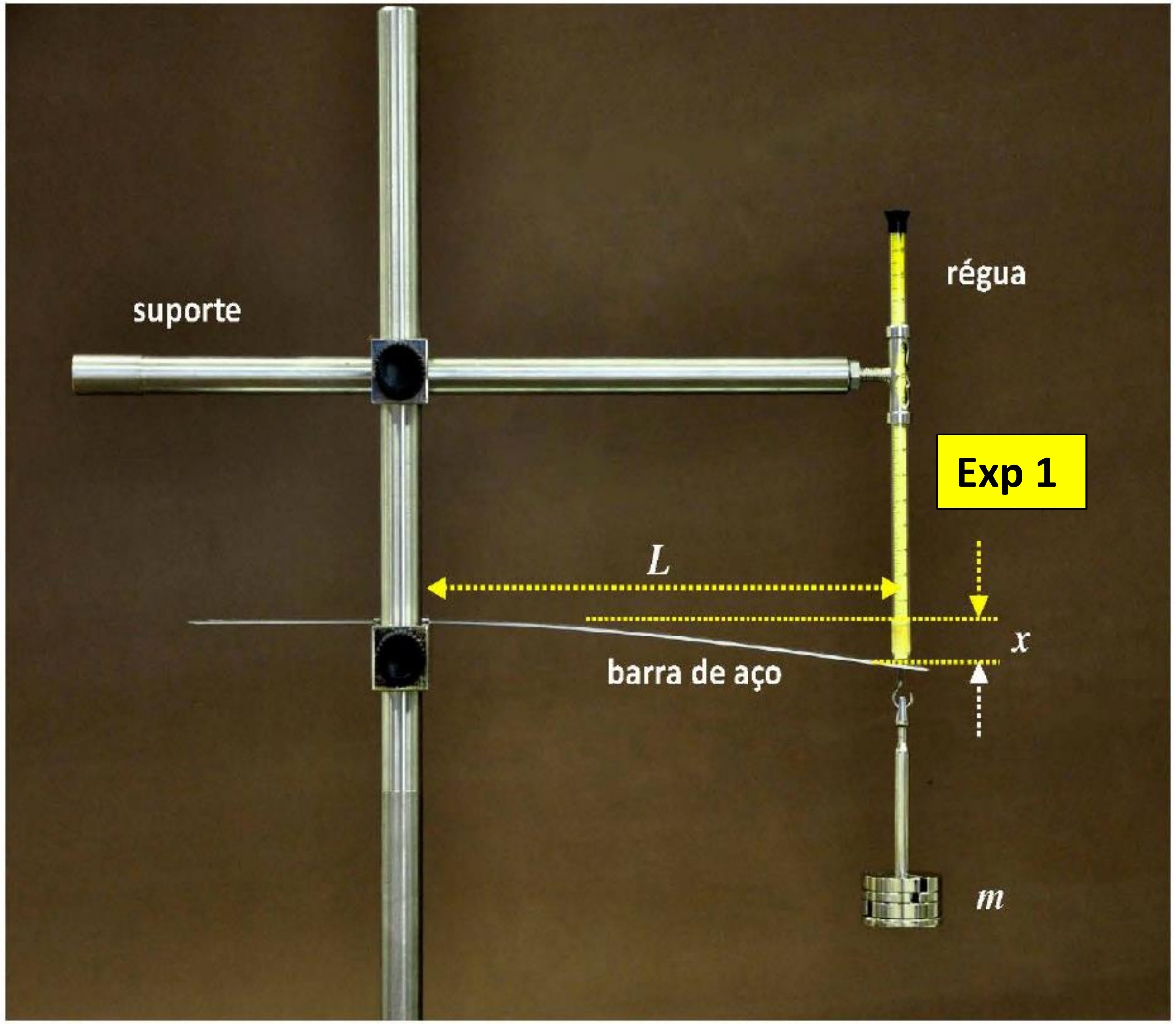
$$F = \overbrace{\left(E\frac{d^3 b}{4L^3}\right)}^{k} x$$

Módulo de elasticidade – Experimento 1

$$F = \underbrace{\left(E\,\frac{d^3\,b}{4\,L^3}\right)}_{\text{k}}\,x$$

F = força
E = módulo de Young
L = comprimento
d = espessura
b = largura
x = deformação

Determinar o Módulo de Young (E)



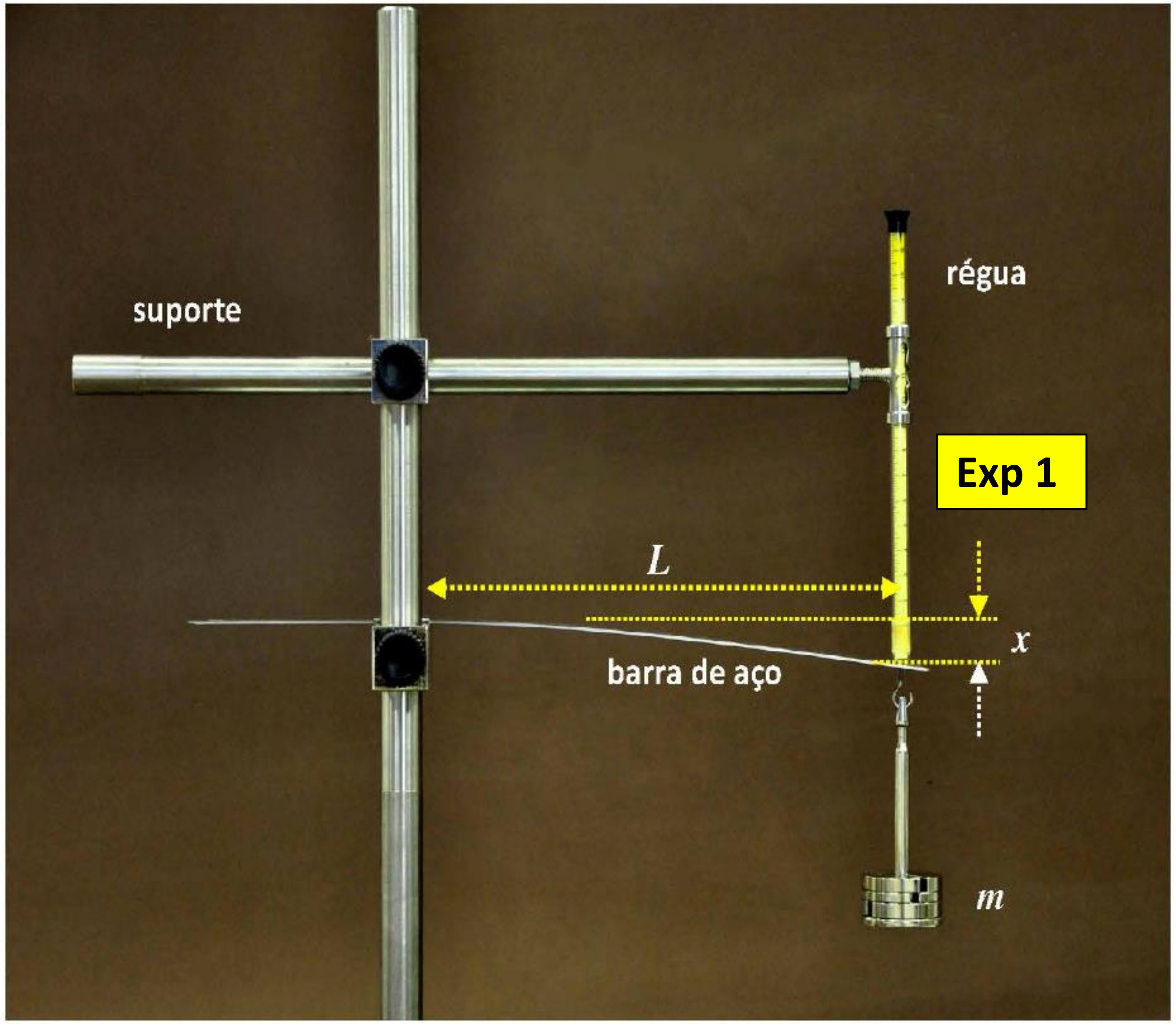
Módulo de elasticidade – Experimento 1

$$F = \overbrace{\left(E\,\frac{d^3\,b}{4\,L^3}\right)}^{k}\,x$$

$$y = \quad a\,.\,x$$

F = força
E = modulo de Young
L = comprimento
d = espessura
b = largura
x = deformação

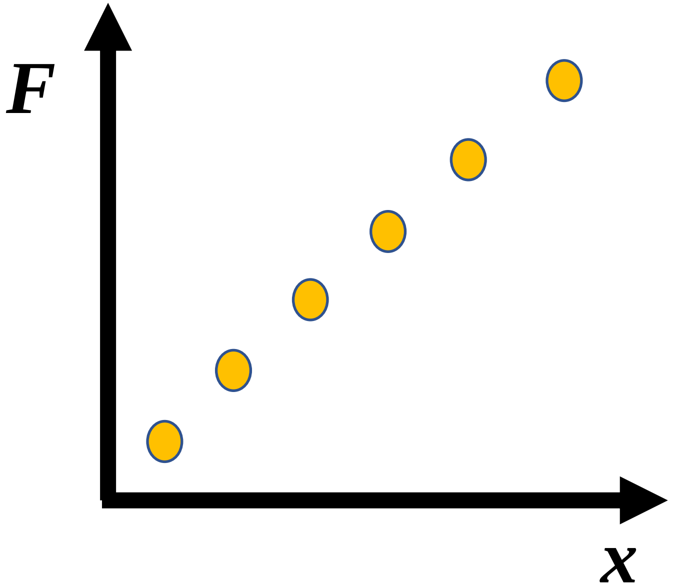
Determinar o Módulo de Young (*E*)



Módulo de elasticidade – Experimento 1

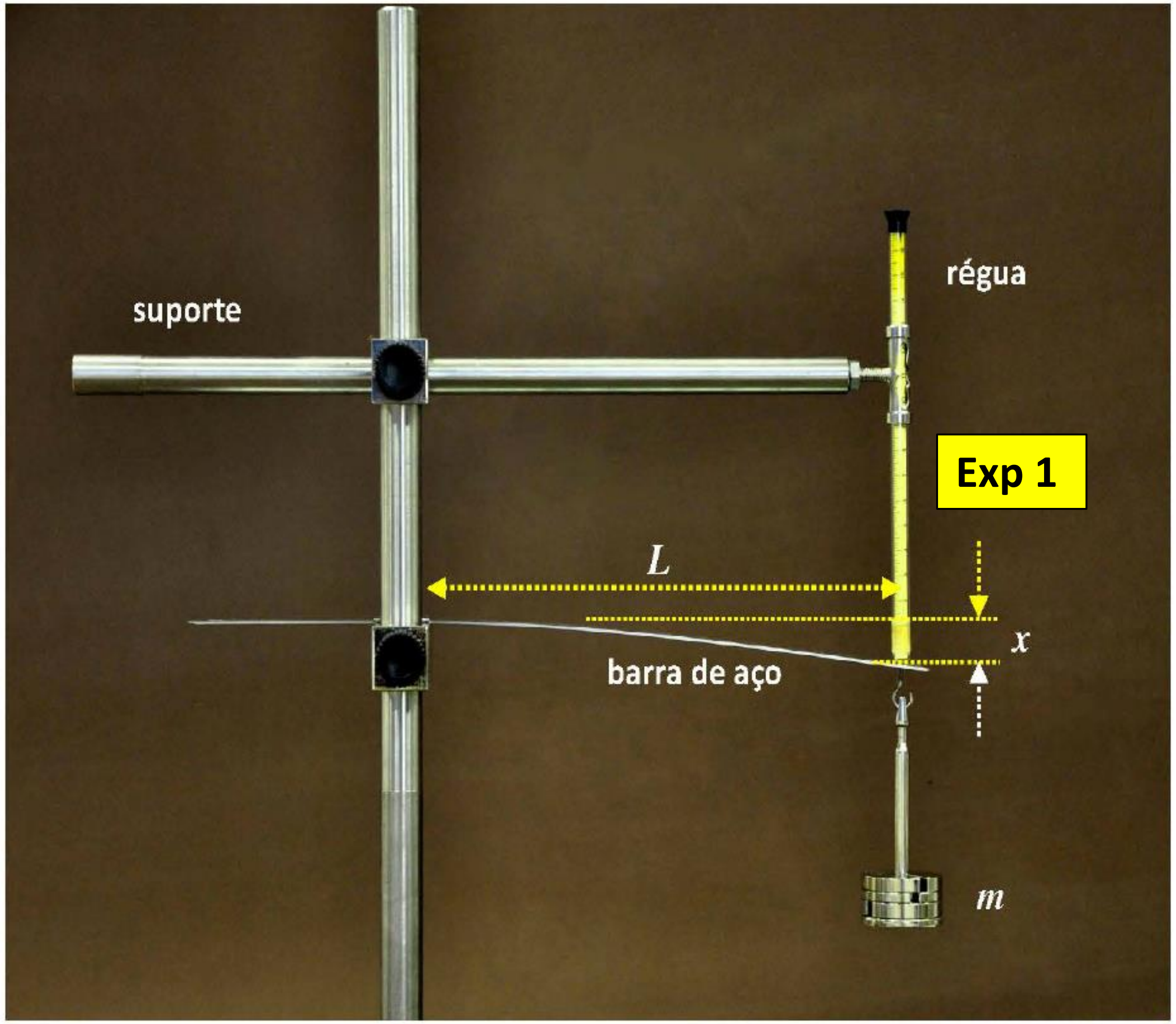
$$F = \overbrace{\left(E\,\frac{d^3\,b}{4\,L^3}\right)}^{k} x$$

$$y = \quad a\ .\ \ x$$



F = força
E = módulo de Young
L = comprimento
d = espessura
b = largura
x = deformação

Determinar o Módulo de Young (*E*)



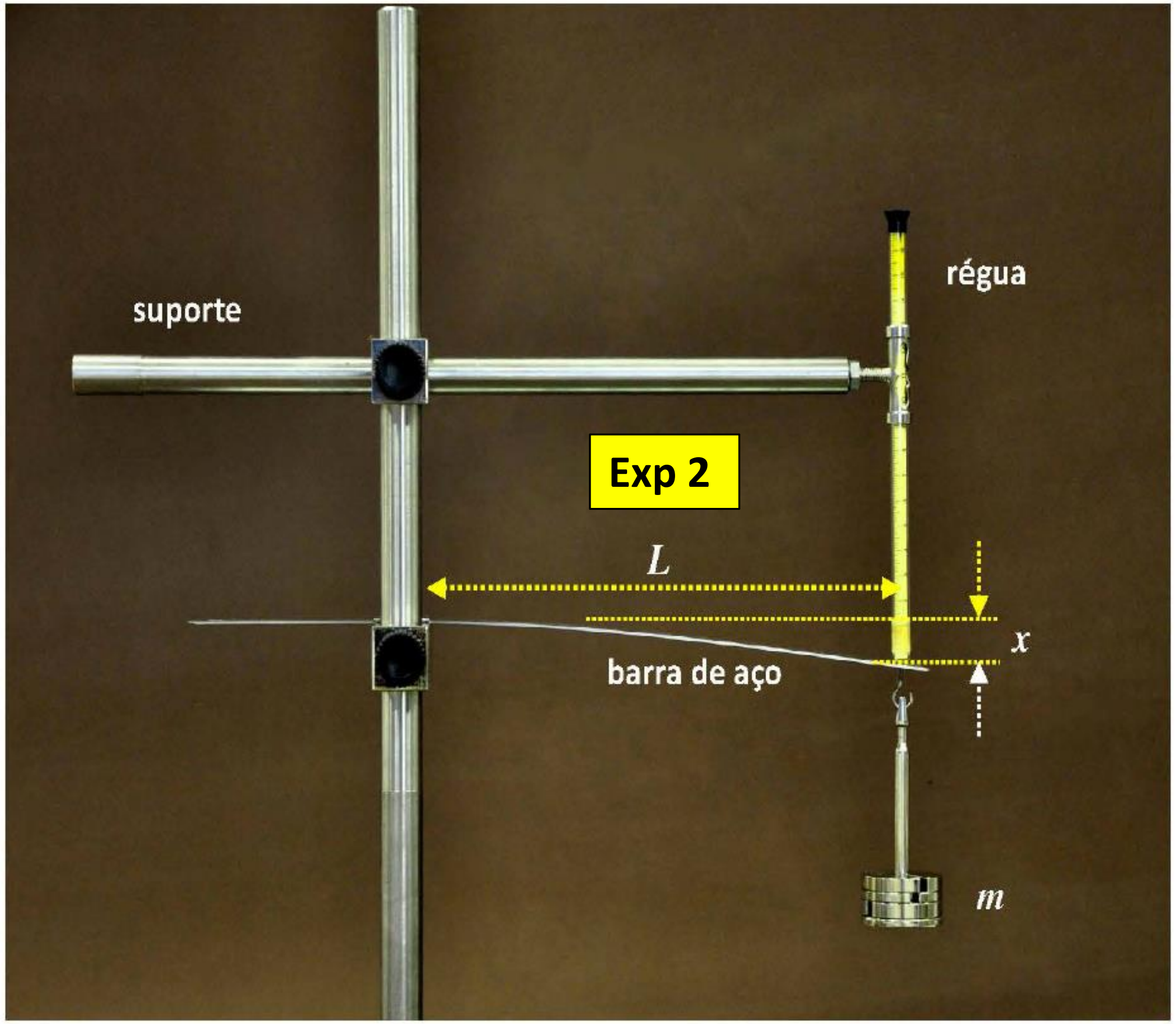
Módulo de elasticidade – Experimento 2

$$F = \left(E\,\frac{d^3\,b}{4\,L^3}\right)x \;\Longrightarrow\; x = \left(\frac{4\,F}{E\,d^3\,b}\right)L^3$$

$$y = a\,.\,x^3$$

- construa uma tabela contendo colunas para L, x e L^3.

L (cm)	x (cm)	L^3 (cm^3)

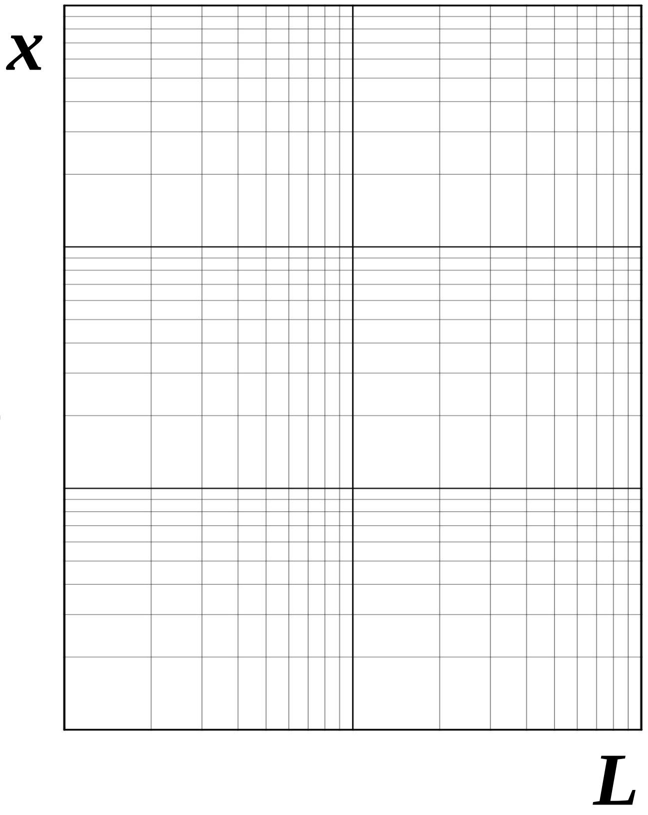


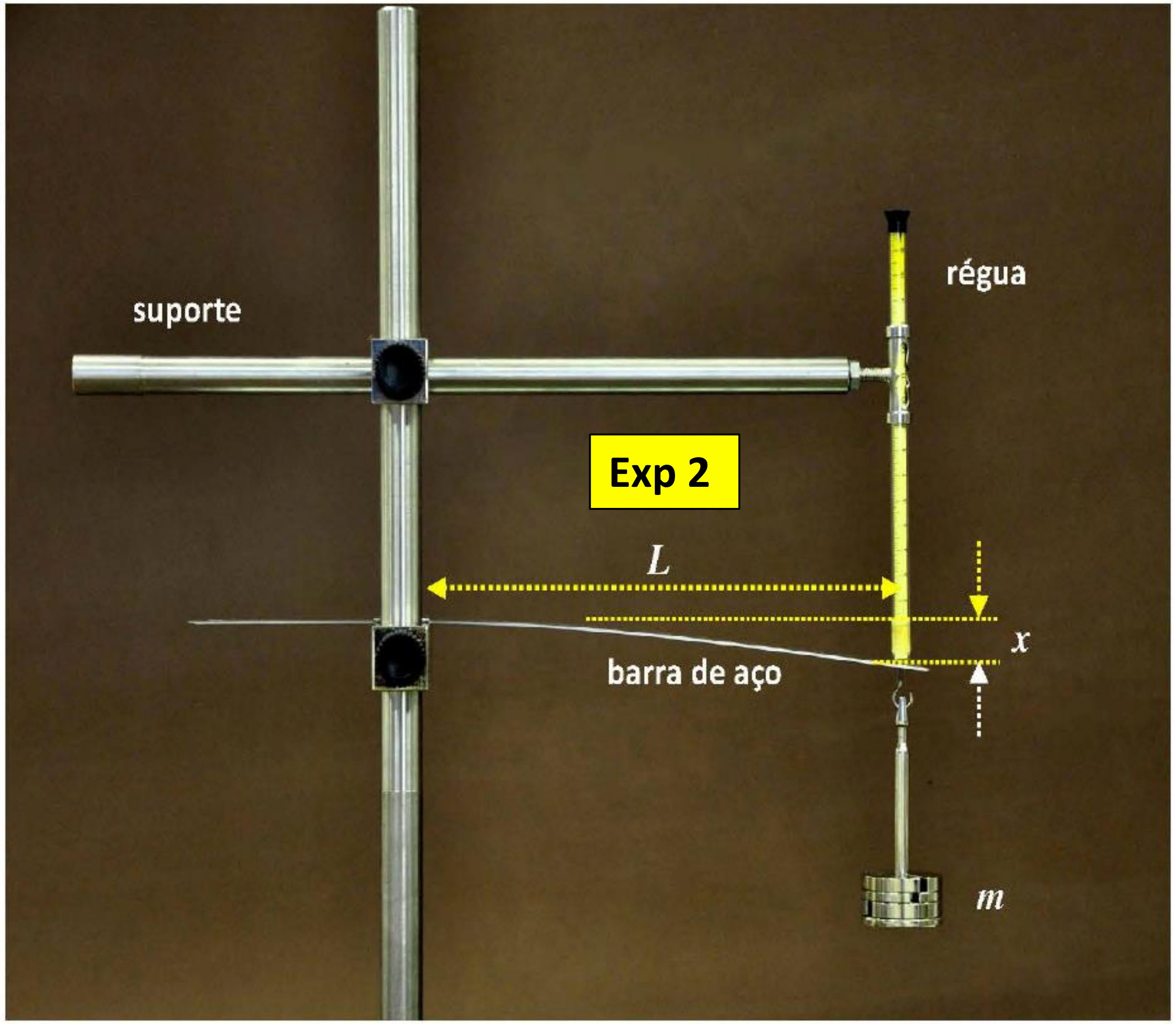
Módulo de elasticidade – Experimento 2

$$F = \left(E \frac{d^3\, b}{4\, L^3}\right) x \quad \Longrightarrow \quad x = \left(\frac{4\, F}{E\, d^3\, b}\right) L^3$$

$$y = a\,.\; x^3$$

- Faça um gráfico em papel log-log de ***x* contra *L***.
- Identifique que tipo de relação vincula estas grandezas (linear ou não linear)
- Calcule o coef. angular. Esse resultado é coerente com a equação (4)?





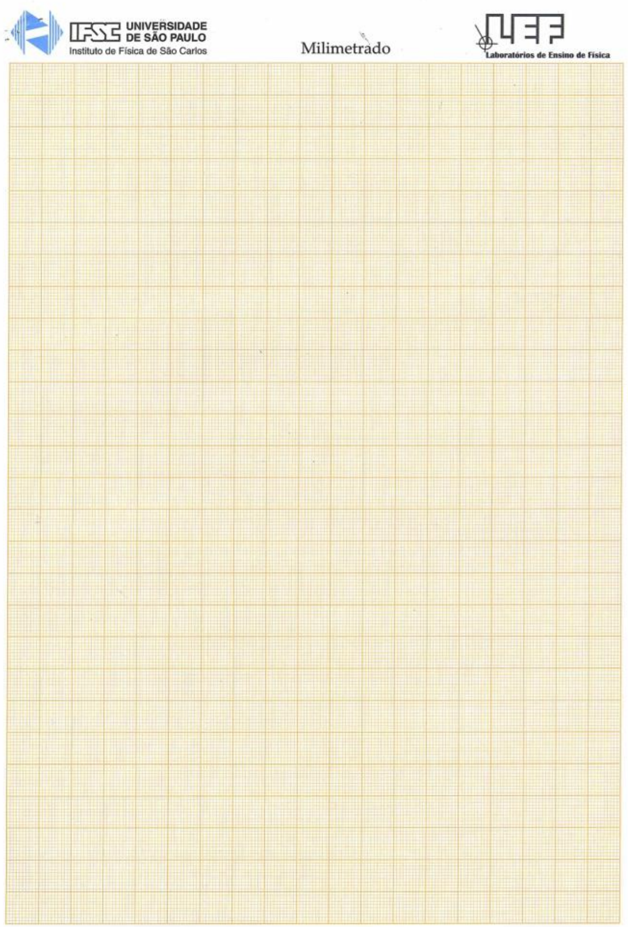
Módulo de elasticidade – Experimento 2

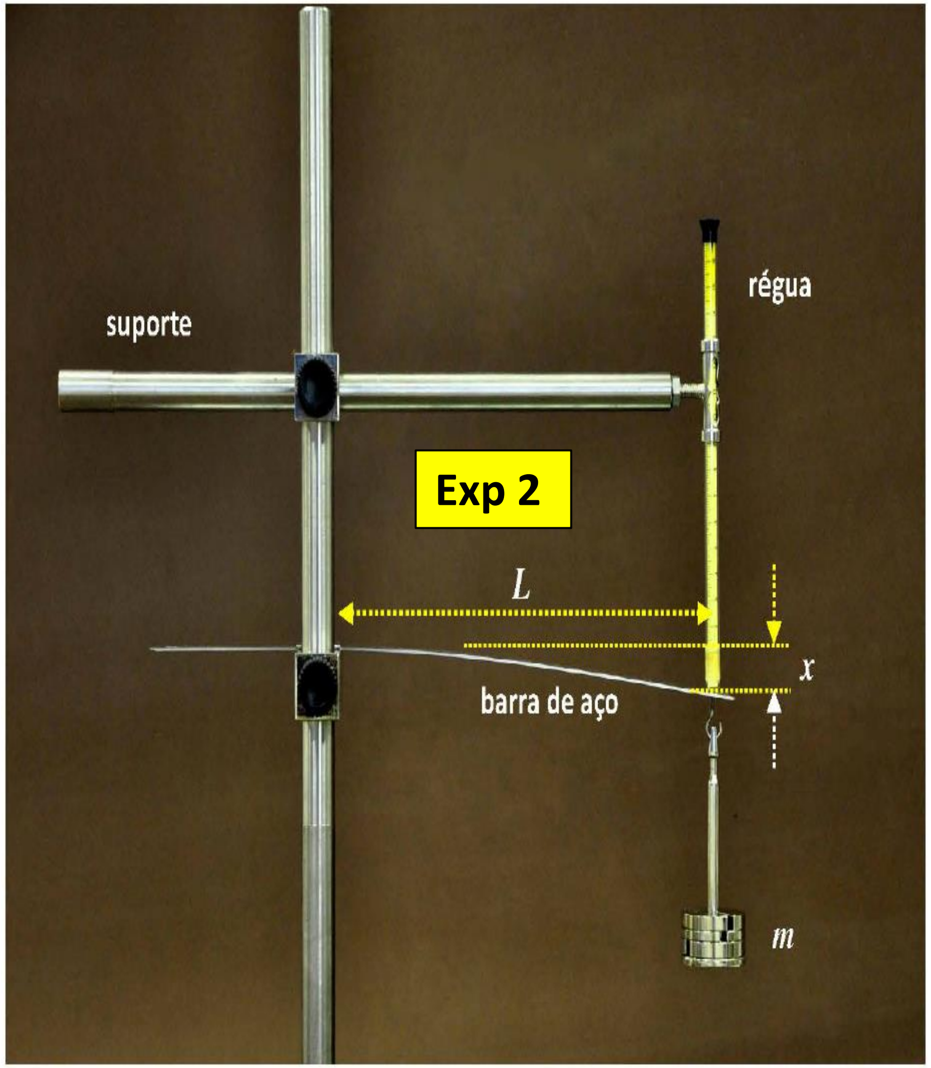
$$F = \left(E\,\frac{d^3\,b}{4\,L^3}\right) x \;\Longrightarrow\; x = \left(\frac{4\,F}{E\,d^3\,b}\right) L^3$$

$$y = a\,.\,x^3$$

- Faça um gráfico em **papel milimetrado**, de **x em função de L^3** e trace a melhor reta que represente o conjunto de dados.

x (cm)	L^3 (cm^3)





- determine o coeficiente angular e o valor do módulo de Young.
- Compare os valores de E obtidos no exp 1 e 2 e discuta os resultados

Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000, ...

x	y
1	2
2	8
4	20
8	50
16	90
32	190
64	580

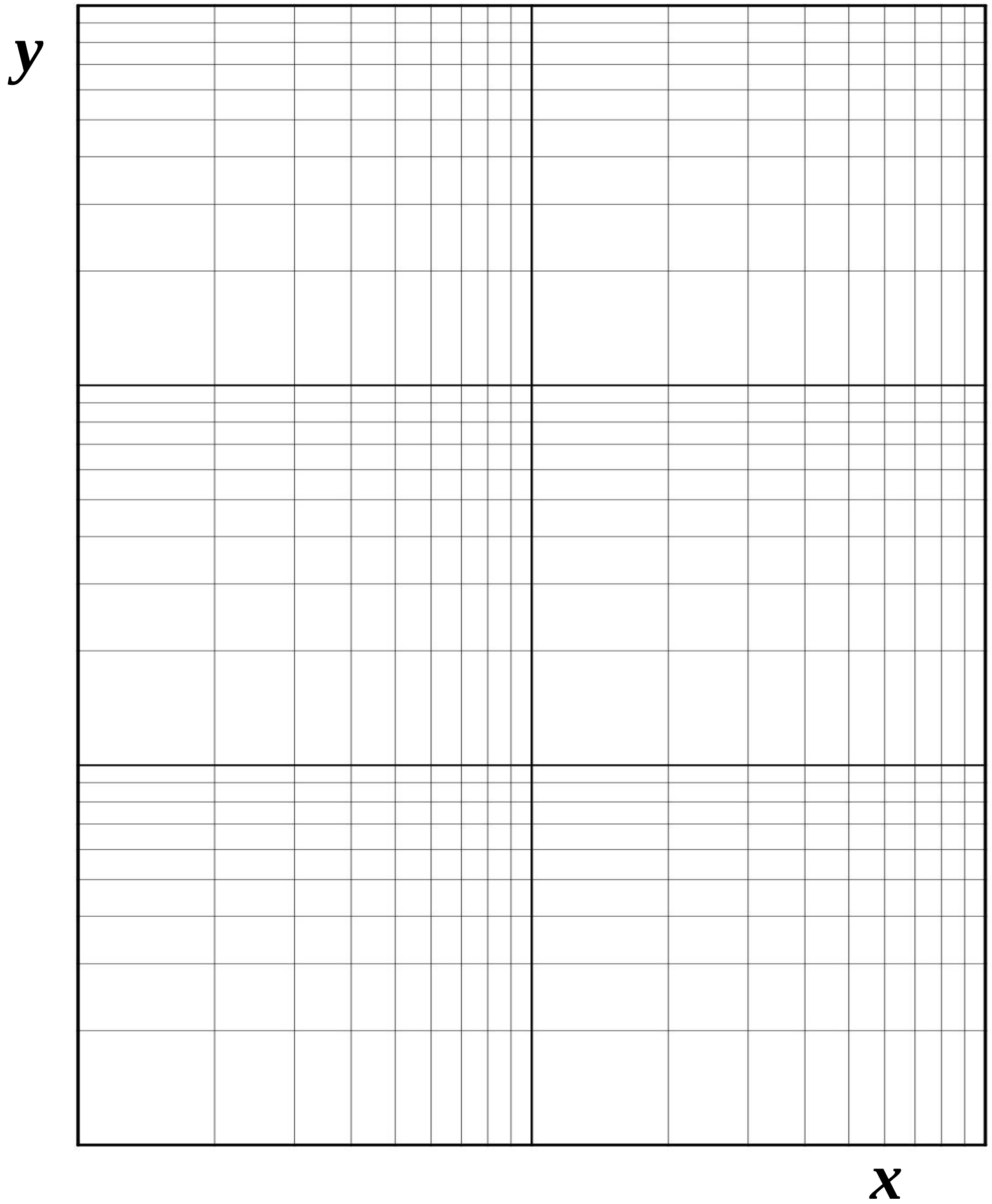


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000, ...

x	y
1	2
2	8
4	20
8	50
16	90
32	190
64	580

1ª década

1ª década

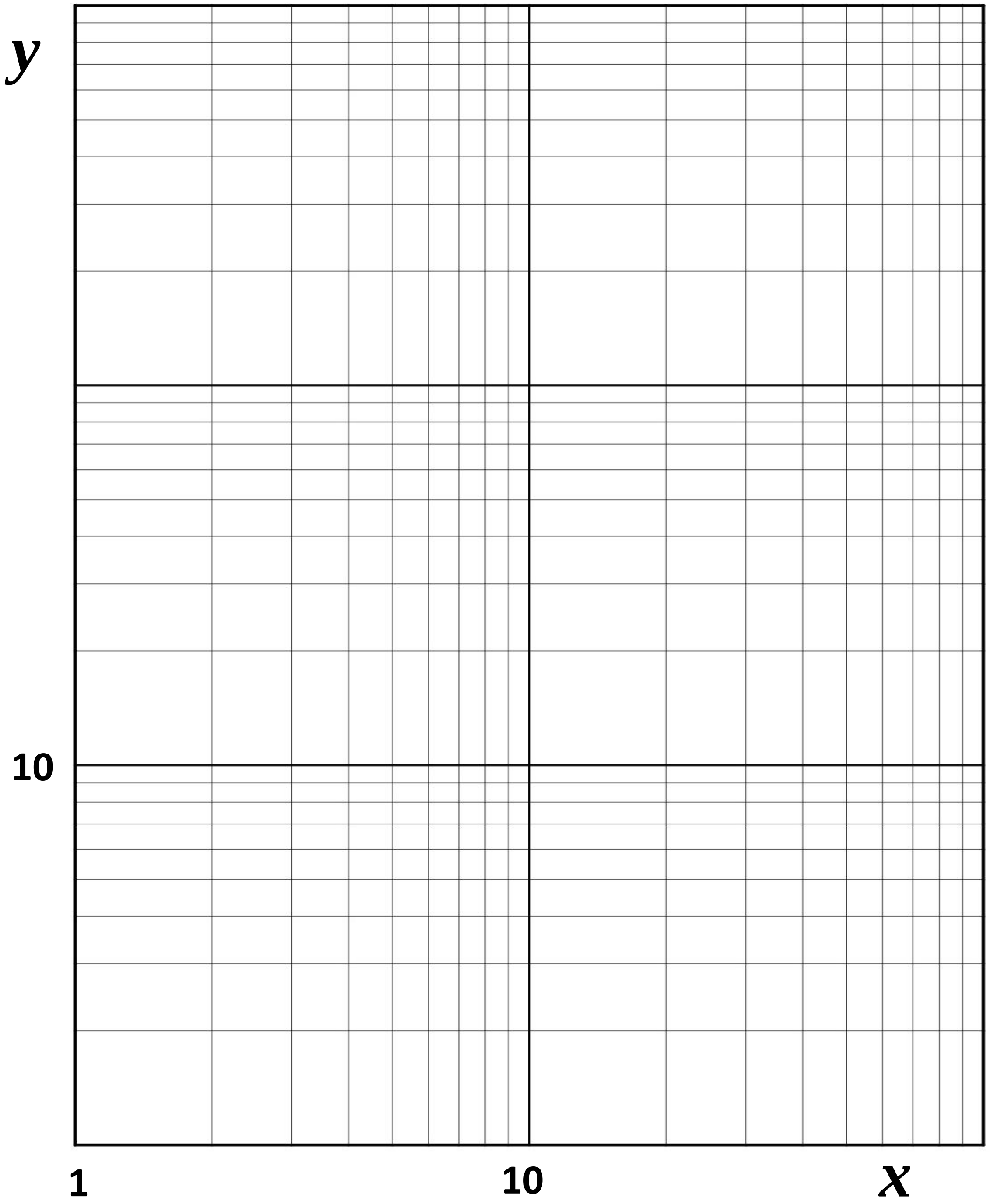


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000,
100.000, 1.000.000, ...

	x	y	
1ª década	1	2	1ª década
	2	8	
	4	20	2ª década
	8	50	
2ª década	16	90	
	32	190	
	64	580	

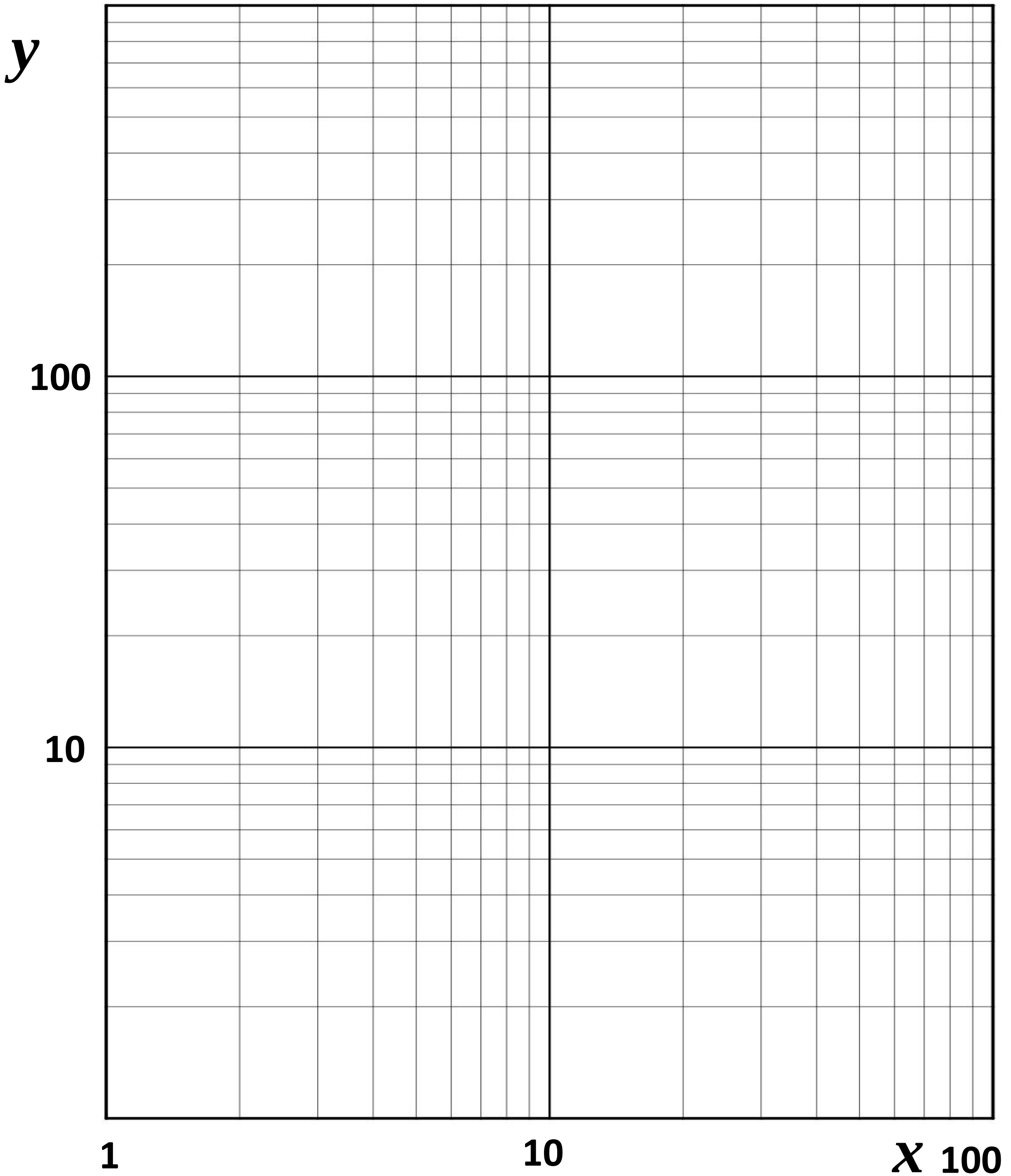


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000, ...

	x	*y*	
1ª década	1	2	1ª década
1ª década	2	8	1ª década
1ª década	4	20	2ª década
1ª década	8	50	2ª década
2ª década	16	90	2ª década
2ª década	32	190	3ª década
2ª década	64	580	3ª década

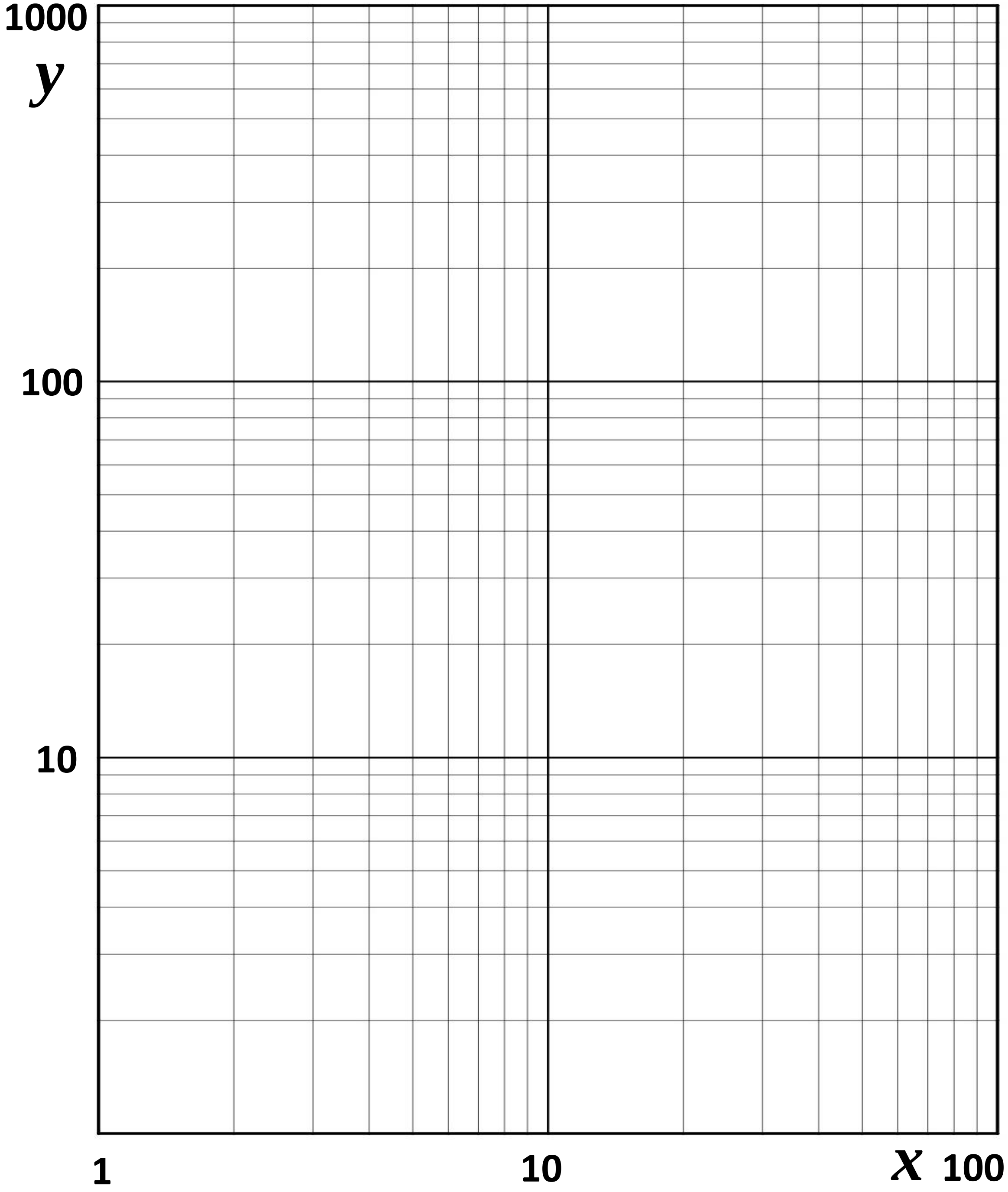


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000,
100.000, 1.000.000, ...

	x	y	
1ª década	1	2	1ª década
	2	8	
	4	20	2ª década
	8	50	
2ª década	16	90	
	32	190	3ª década
	64	580	

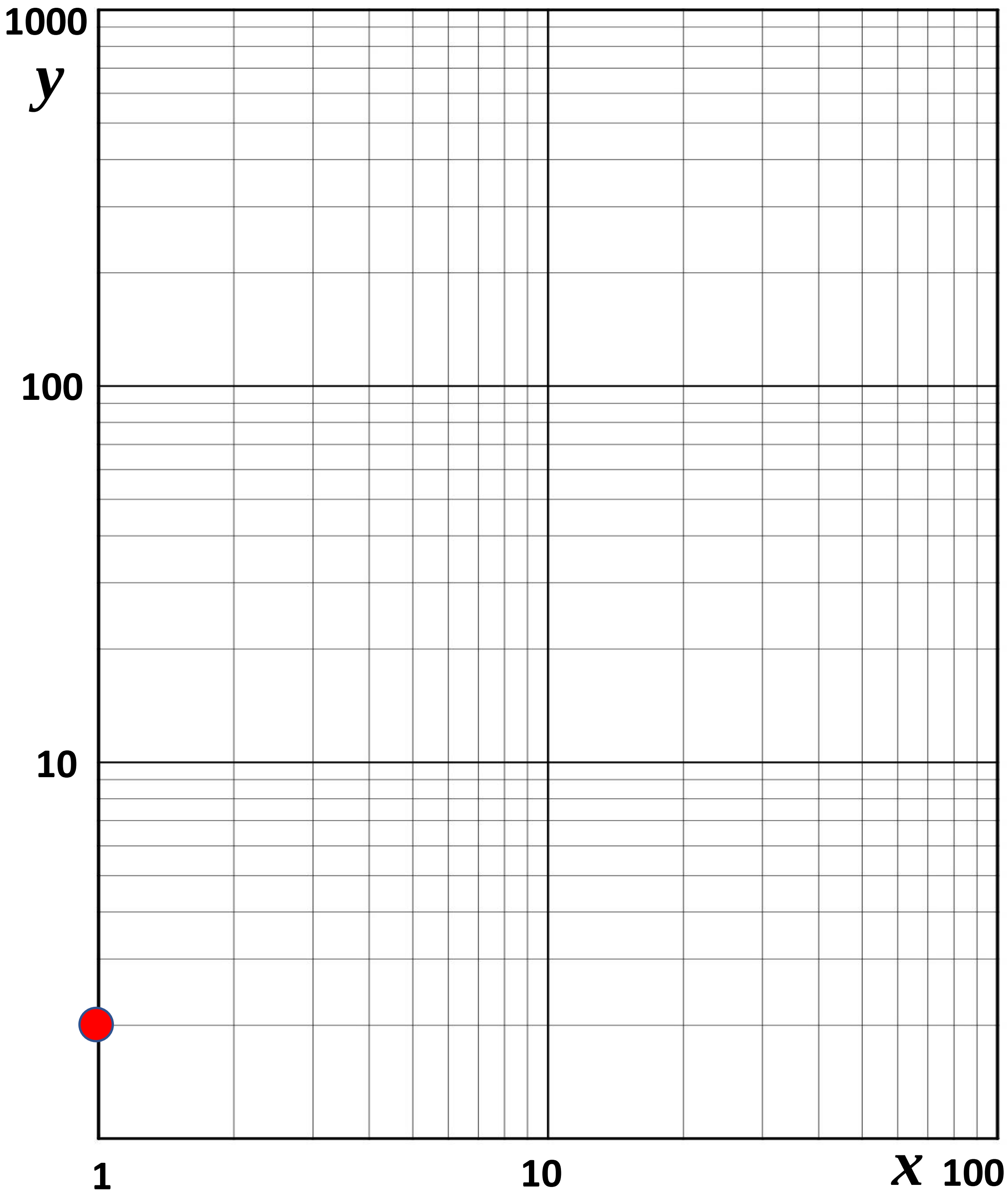


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000, ...

	x	y	
1ª década	1	2	1ª década
	2	8	
	4	20	2ª década
	8	50	
2ª década	16	90	
	32	190	3ª década
	64	580	

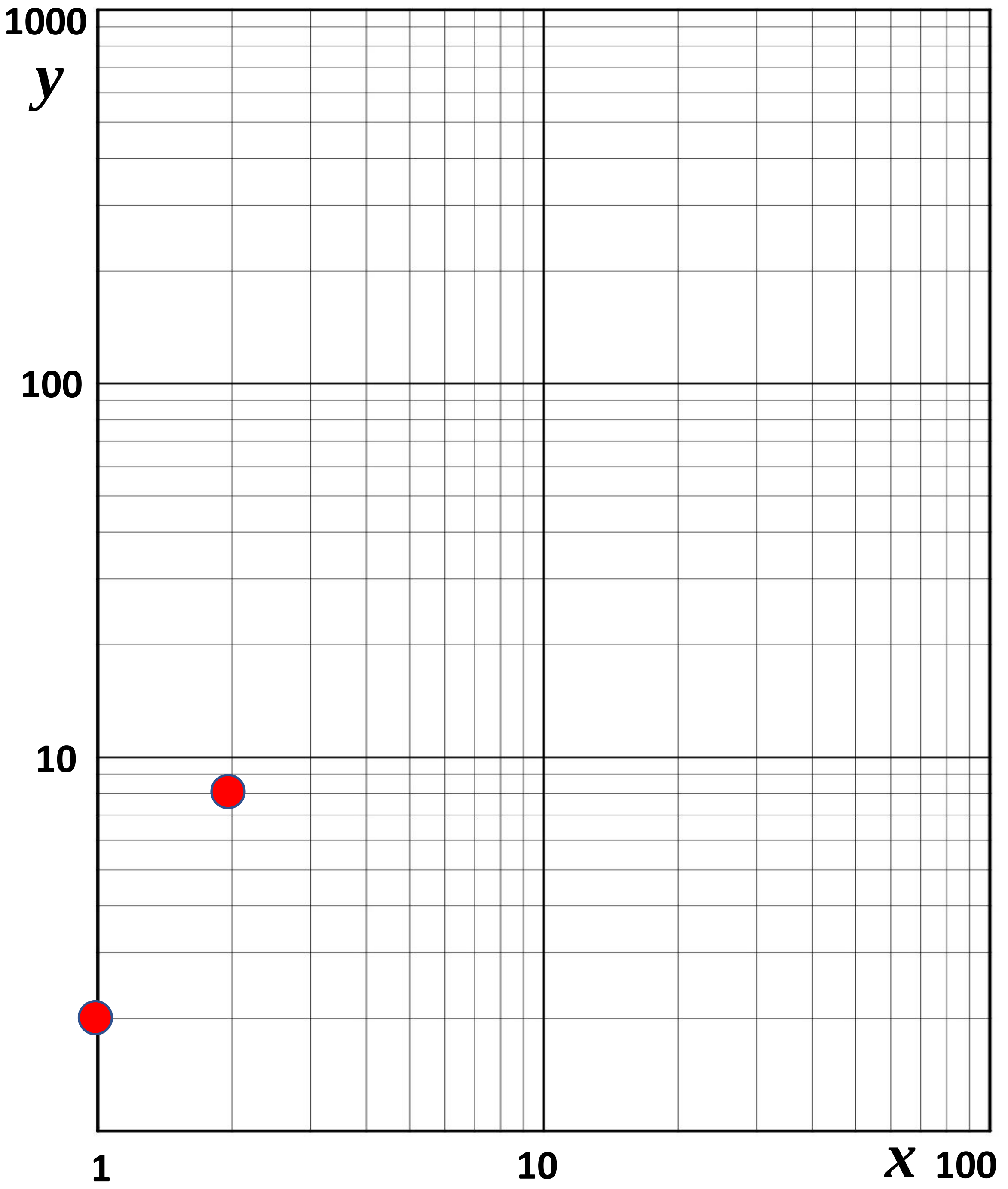


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000,
100.000, 1.000.000, ...

	x	y	
1ª década	1	2	1ª década
	2	8	
	4	20	2ª década
	8	50	
2ª década	16	90	
	32	190	3ª década
	64	580	

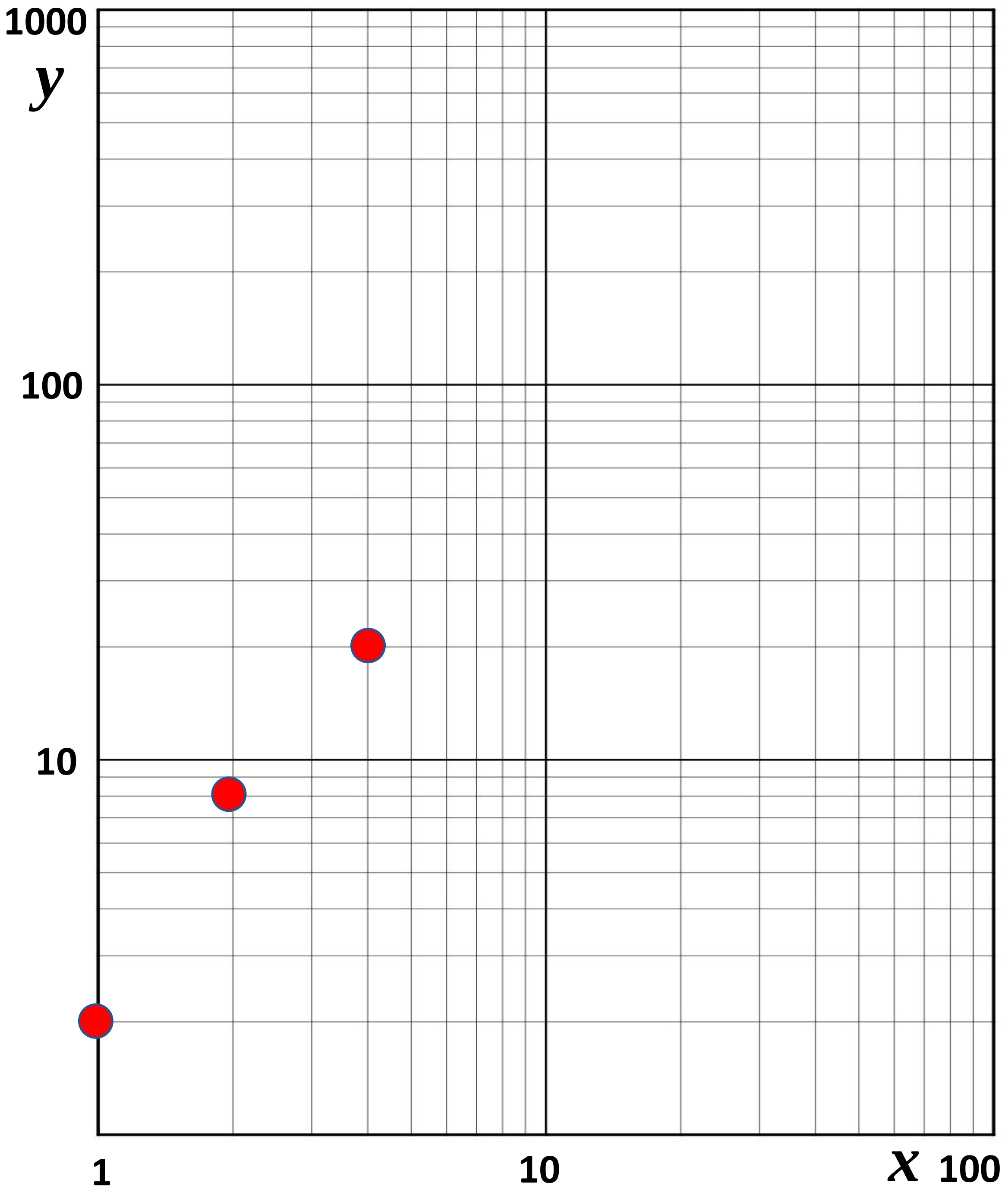


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000, ...

x	y
1	2
2	8
4	20
8	50
16	90
32	190
64	580

x: 1ª década (1, 2, 4, 8); 2ª década (16, 32, 64)

y: 1ª década (2, 8); 2ª década (20, 50, 90); 3ª década (190, 580)

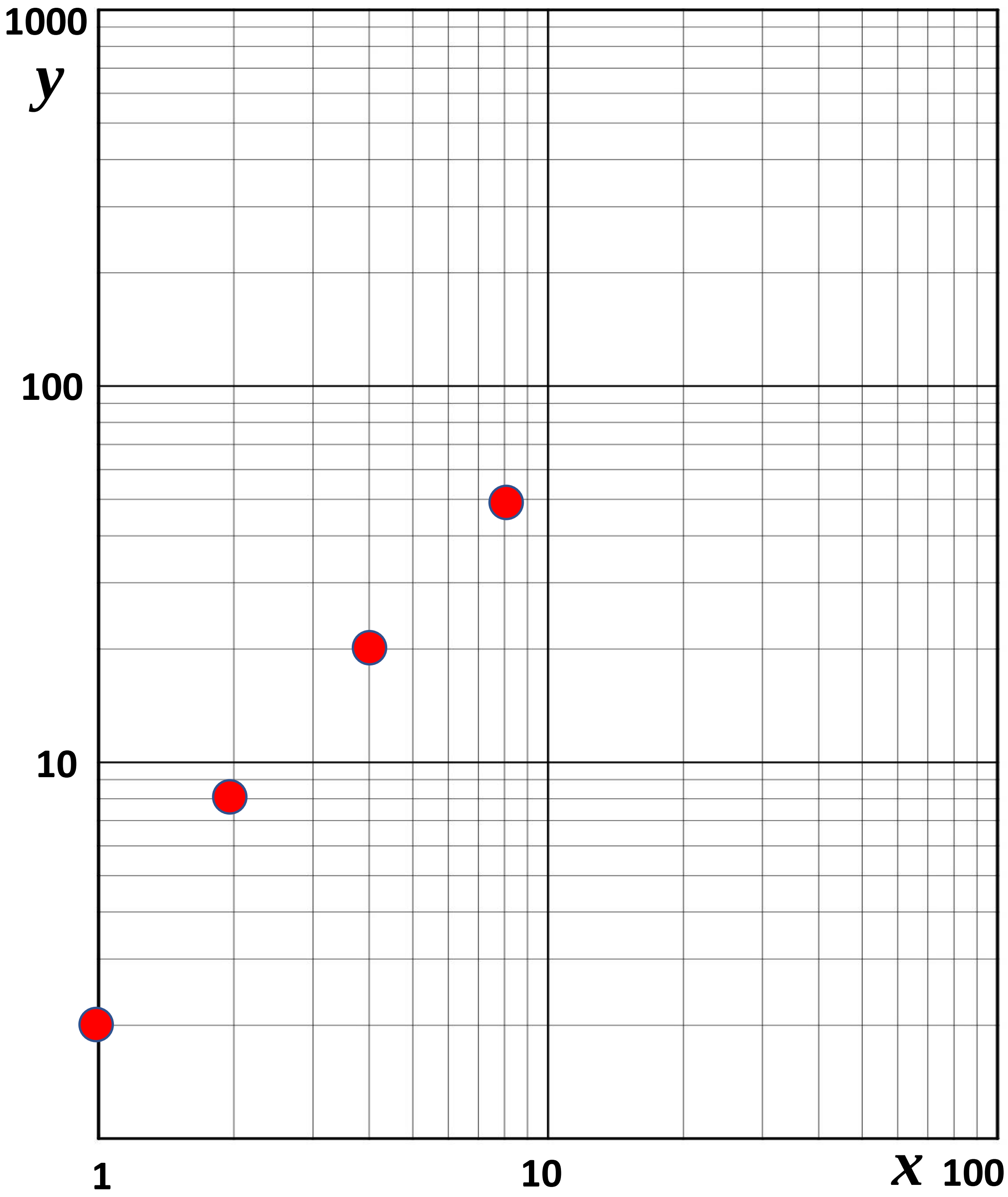


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000,
100.000, 1.000.000, ...

x	y
1	2
2	8
4	20
8	50
16	90
32	190
64	580

x: 1ª década (1 – 8); 2ª década (16 – 64)

y: 1ª década (2 – 8); 2ª década (20 – 90); 3ª década (190 – 580)

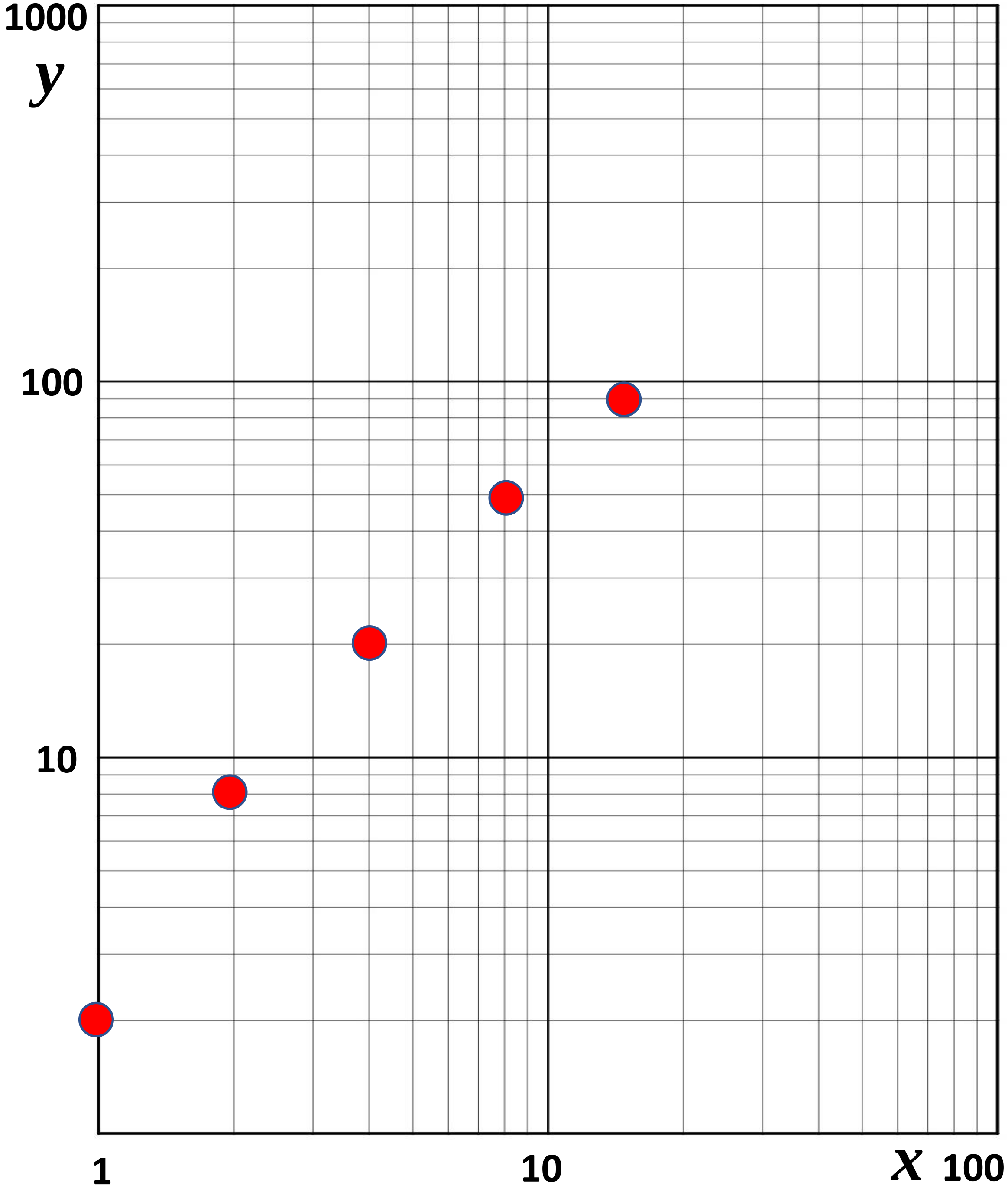


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000, ...

	x	y	
	1	2	1ª década
	2	8	
1ª década	4	20	
	8	50	2ª década
	16	90	
2ª década	32	190	3ª década
	64	580	

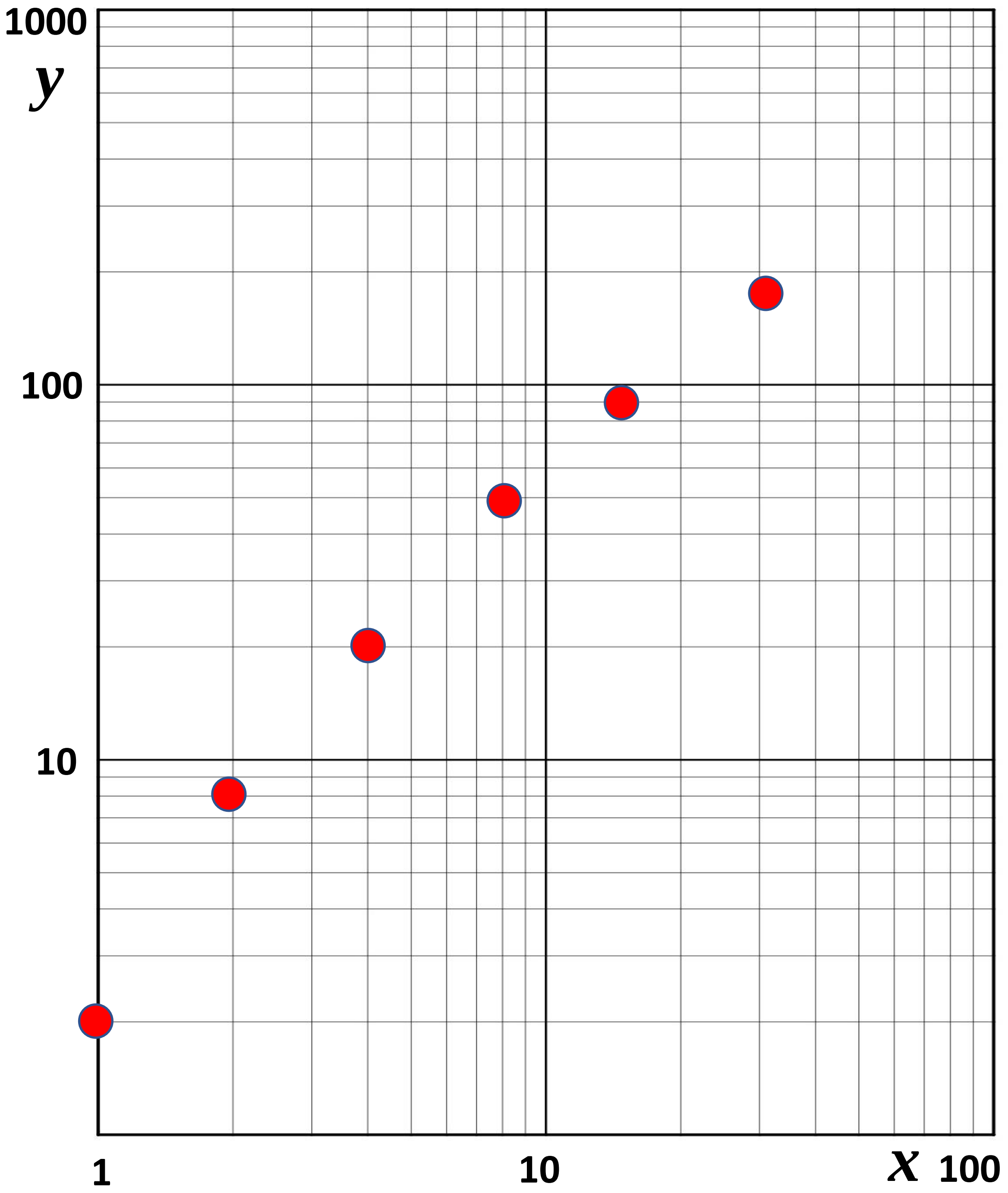


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000,
100.000, 1.000.000, ...

x	y
1	2
2	8
4	20
8	50
16	90
32	190
64	580

1ª década

1ª década

2ª década

2ª década

3ª década

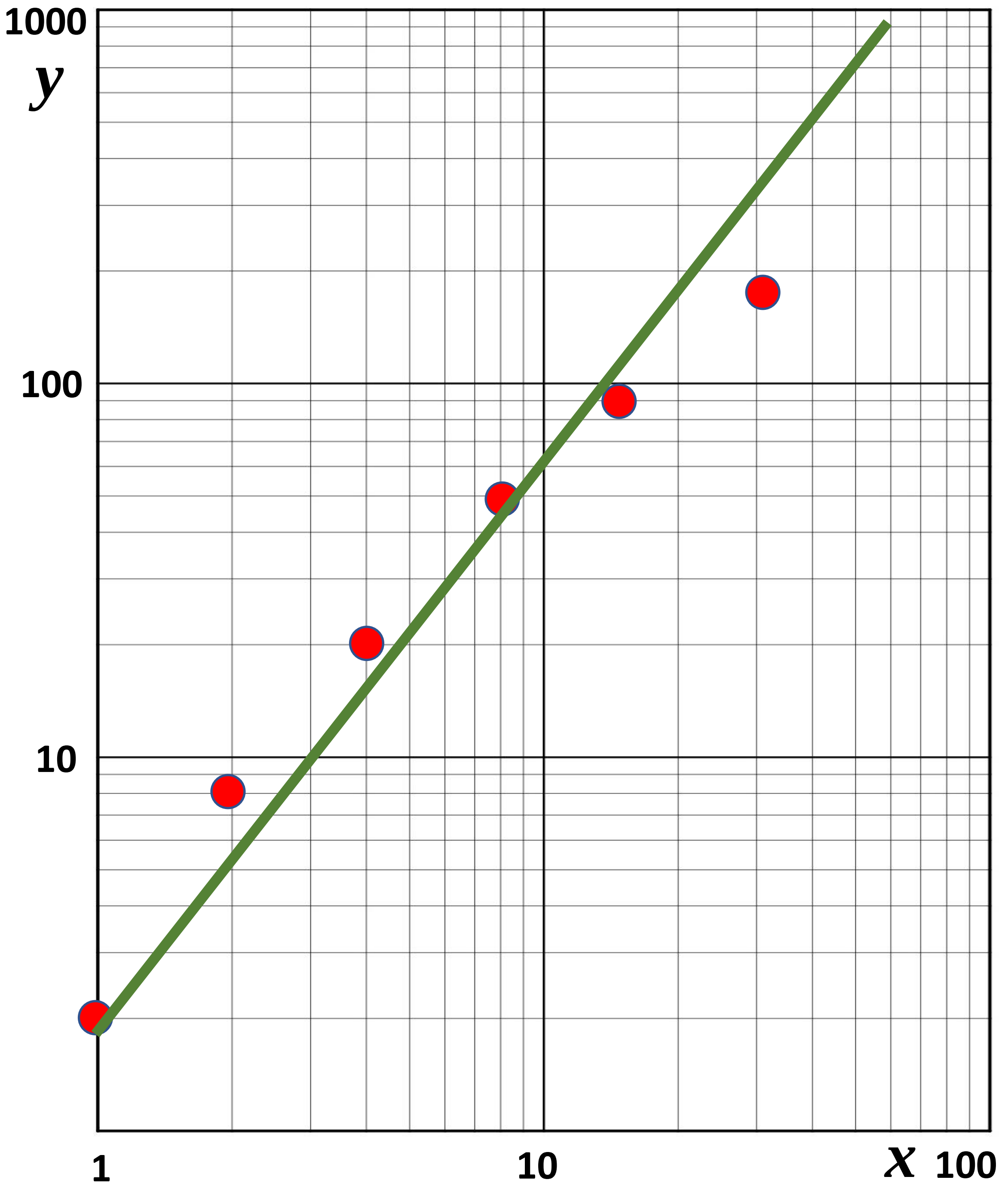


Gráfico log-log

1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000, ...

x	y
1	2
2	8
4	20
8	50
16	90
32	190
64	580

1ª década

2ª década

1ª década

2ª década

3ª década

$$n = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)}$$