



**USP POLI 2021**

**PEF3405 – Engenharia Geotécnica e de Fundações  
Profs. Marcos Massao Futai – Maurício Abramento**

# **UTILIZAÇÃO DE ANÁLISE PROBABILÍSTICA E ANÁLISE DE RISCO EM PROJETOS DE FUNDAÇÕES**

**Nelson Aoki  
Prof. Apos. USP/SC**

[nelson.aoki@uol.com.br](mailto:nelson.aoki@uol.com.br)

SP-01/06/2021

# FORMULÁRIO CURVA NORMAL (GAUSS)

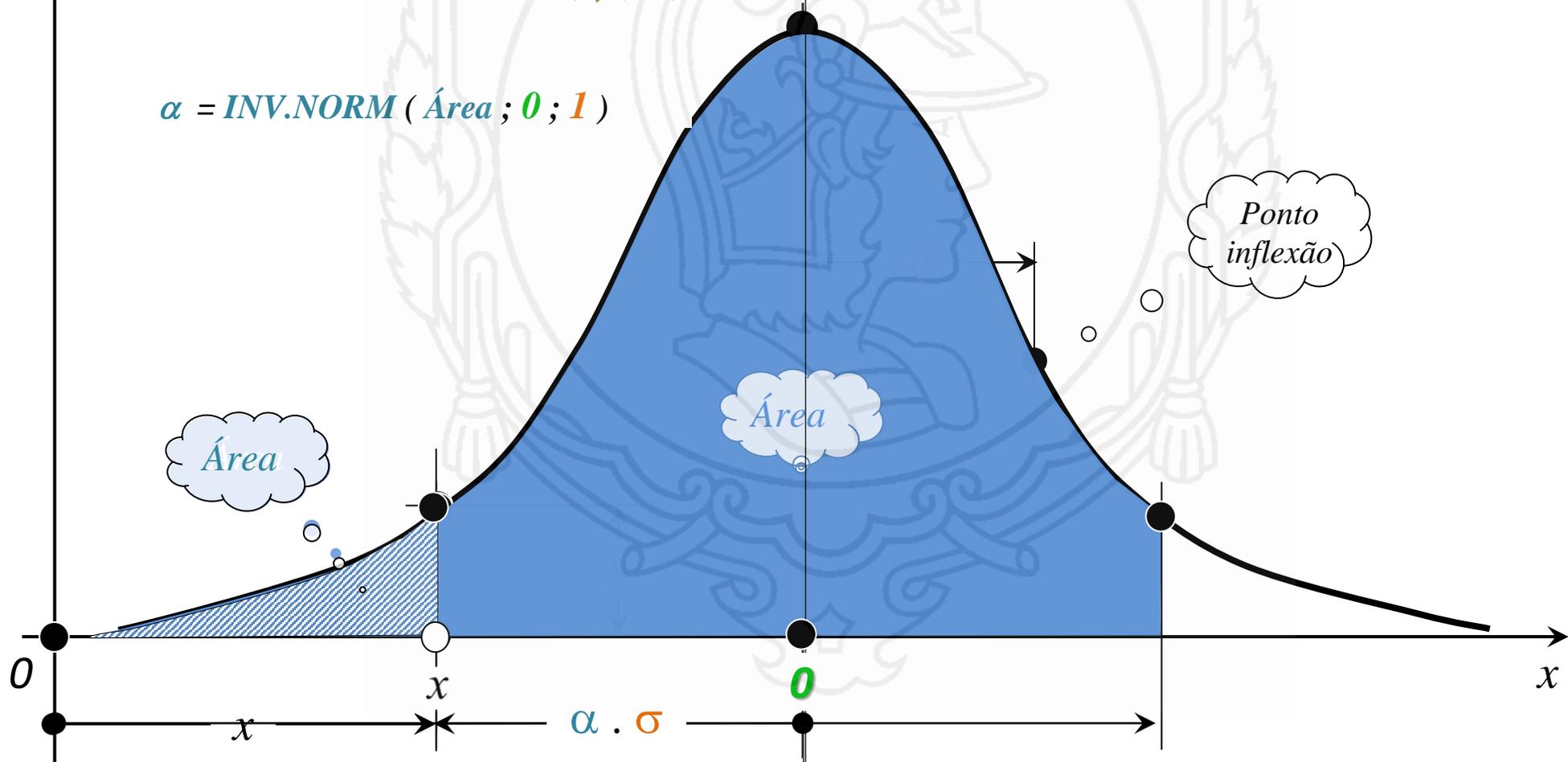
$$y = f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \right] \rightarrow -\infty \leq x \leq \infty \quad \mu = \text{MÉDIA} (x_1 : x_n)$$

$$y = \text{DIST.NORM} (x ; \mu ; \sigma ; \text{falso})$$

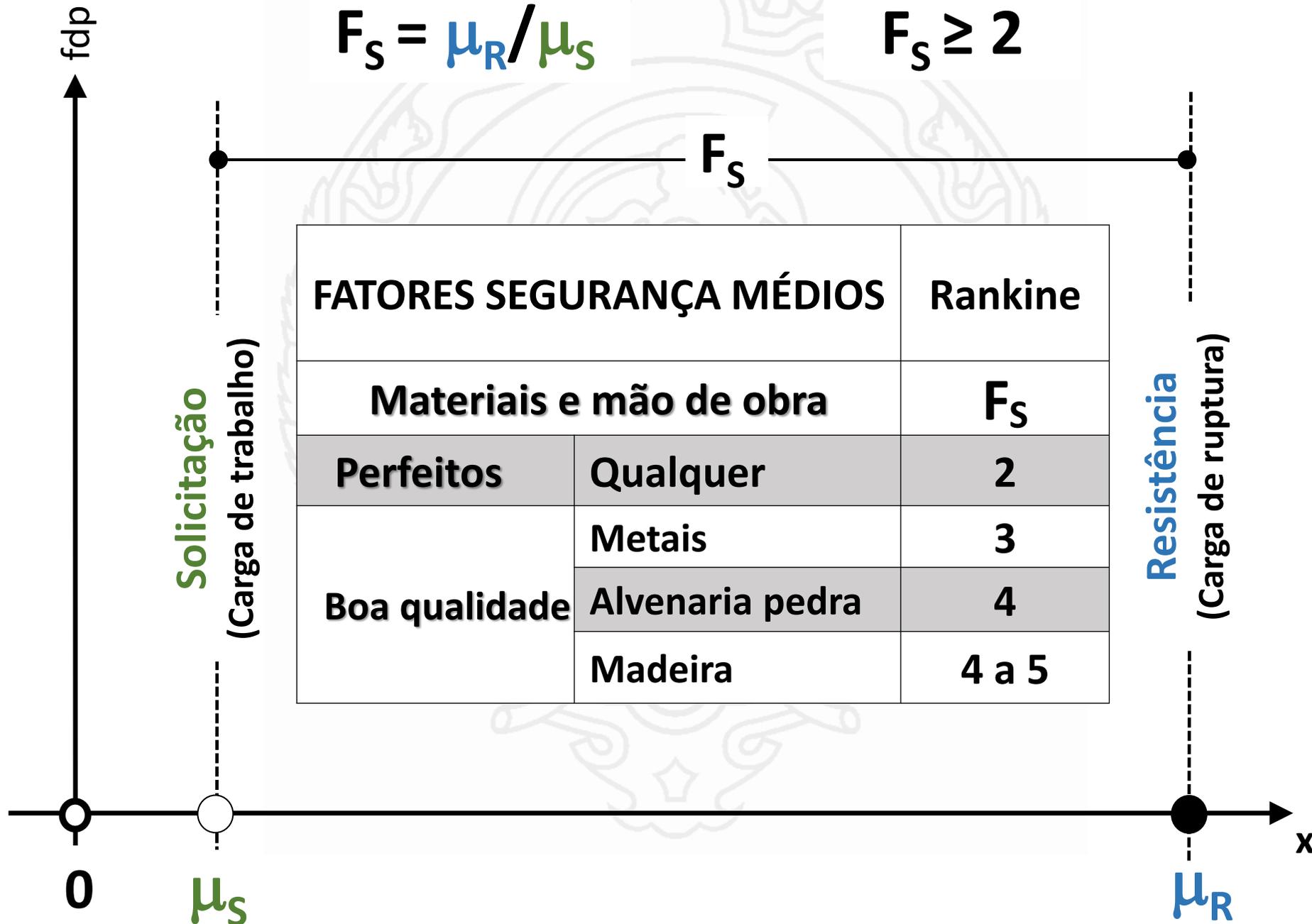
$$\sigma = \text{DESVPAD} (x_1 : x_n)$$

$$\text{Área} = F(x) = \text{DIST.NORM} (x ; \mu ; \sigma ; \text{verdadeiro})$$

$$\alpha = \text{INV.NORM} (\text{Área} ; 0 ; 1)$$



# RANKINE (1862): MANUAL ENGENHARIA CIVIL (ESTÁDIO I)

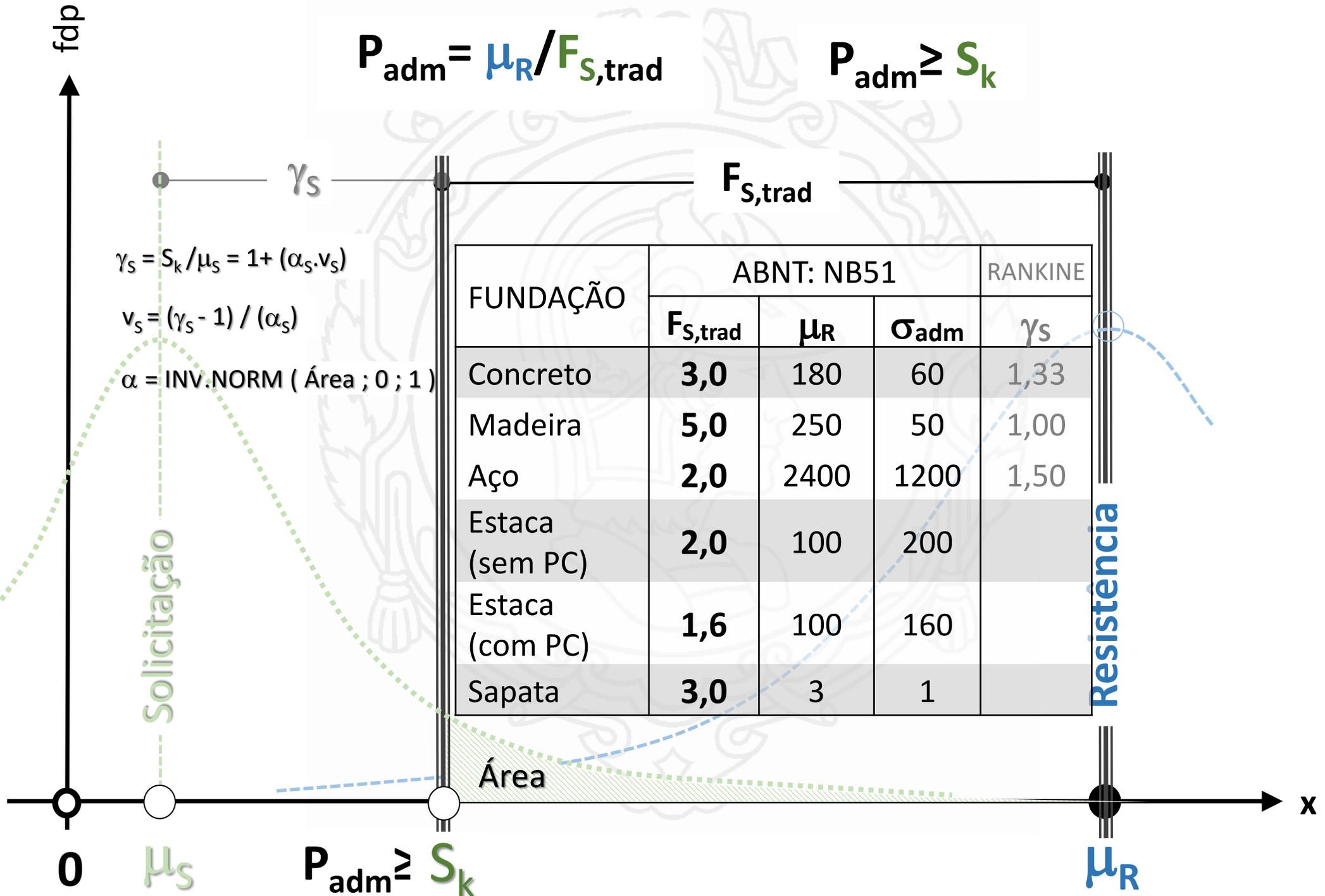


# NB51 (1960): MÉTODO CARGA ADMISSÍVEL TRADICIONAL (ESTÁDIO II)



$$P_{adm} = \mu_R / F_{S,trad}$$

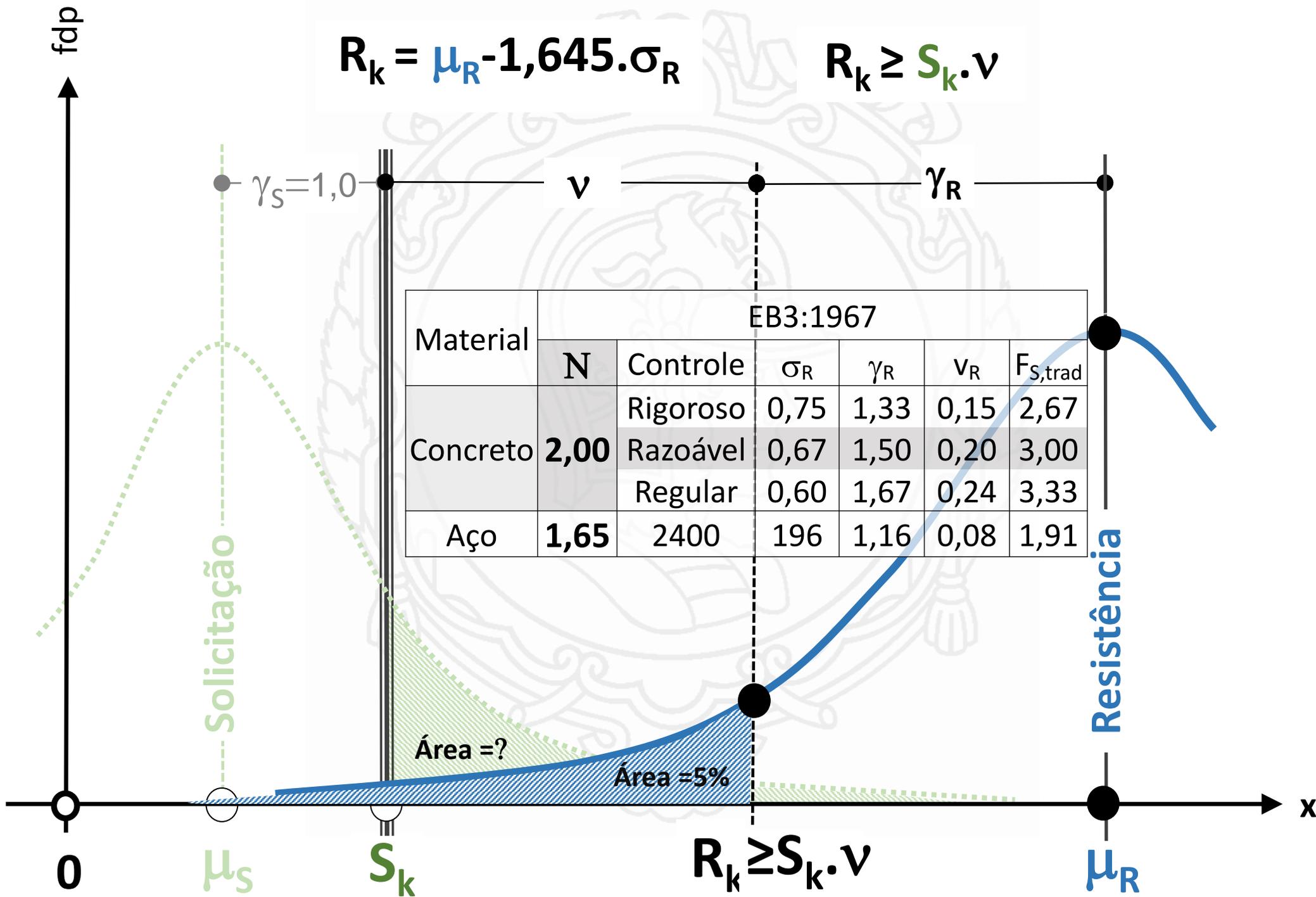
$$P_{adm} \geq S_k$$



# EB3 (1967): MÉTODO RUPTURA (ESTÁDIO III)

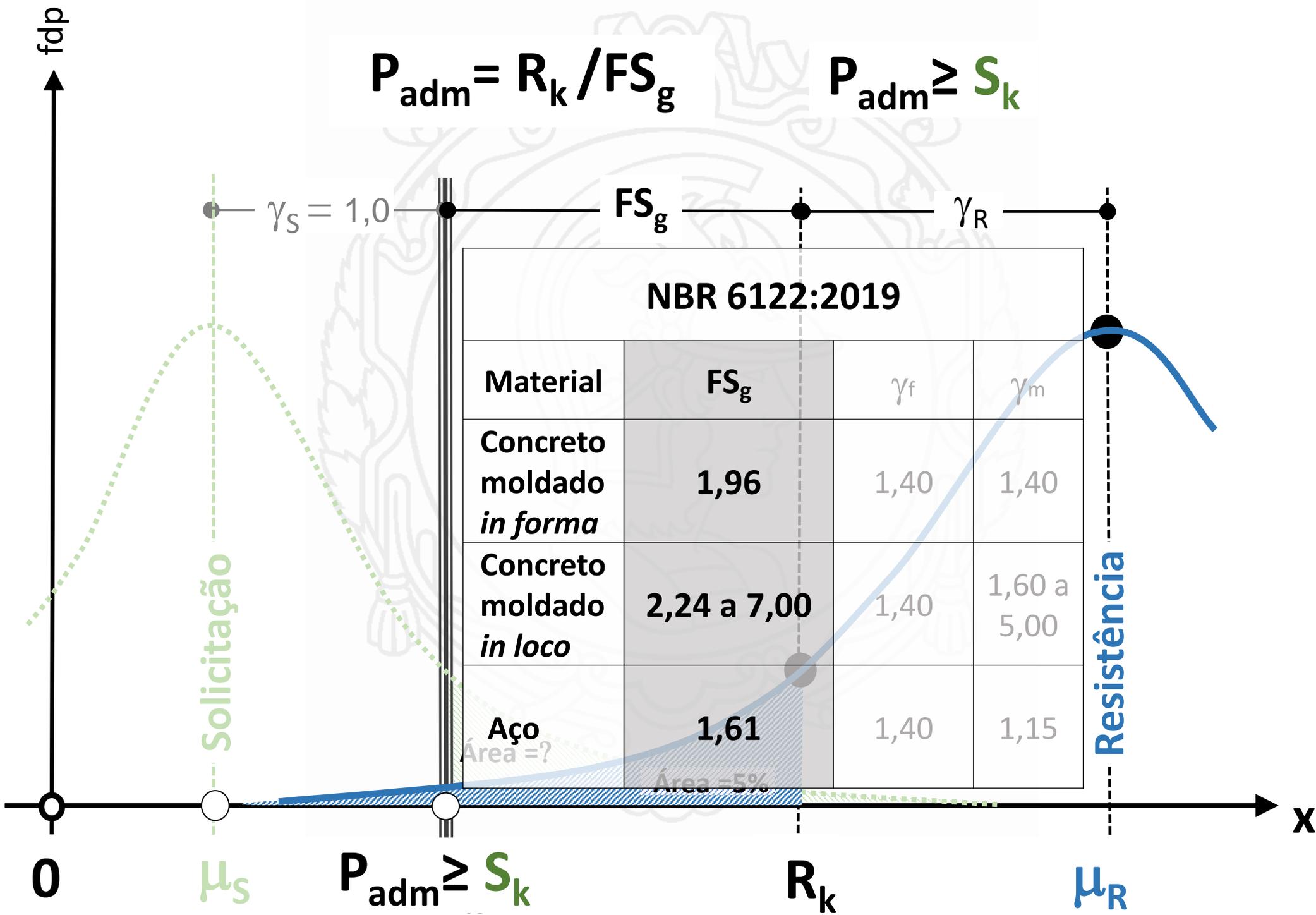
$$R_k = \mu_R - 1,645 \cdot \sigma_R$$

$$R_k \geq S_k \cdot v$$

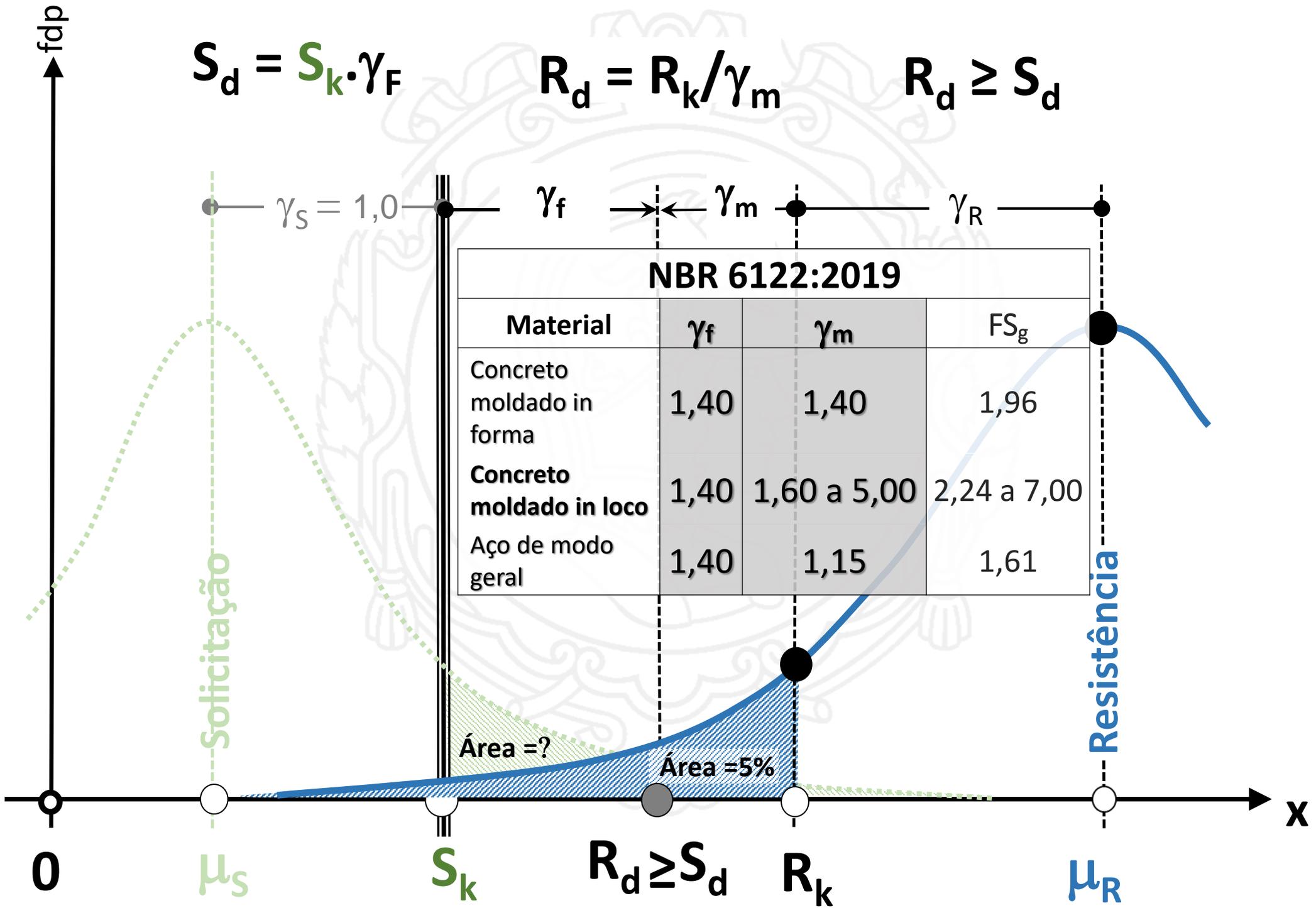


# NBR 6122 (2019): MÉTODO VALORES ADMISSÍVEIS (FATOR GLOBAL)

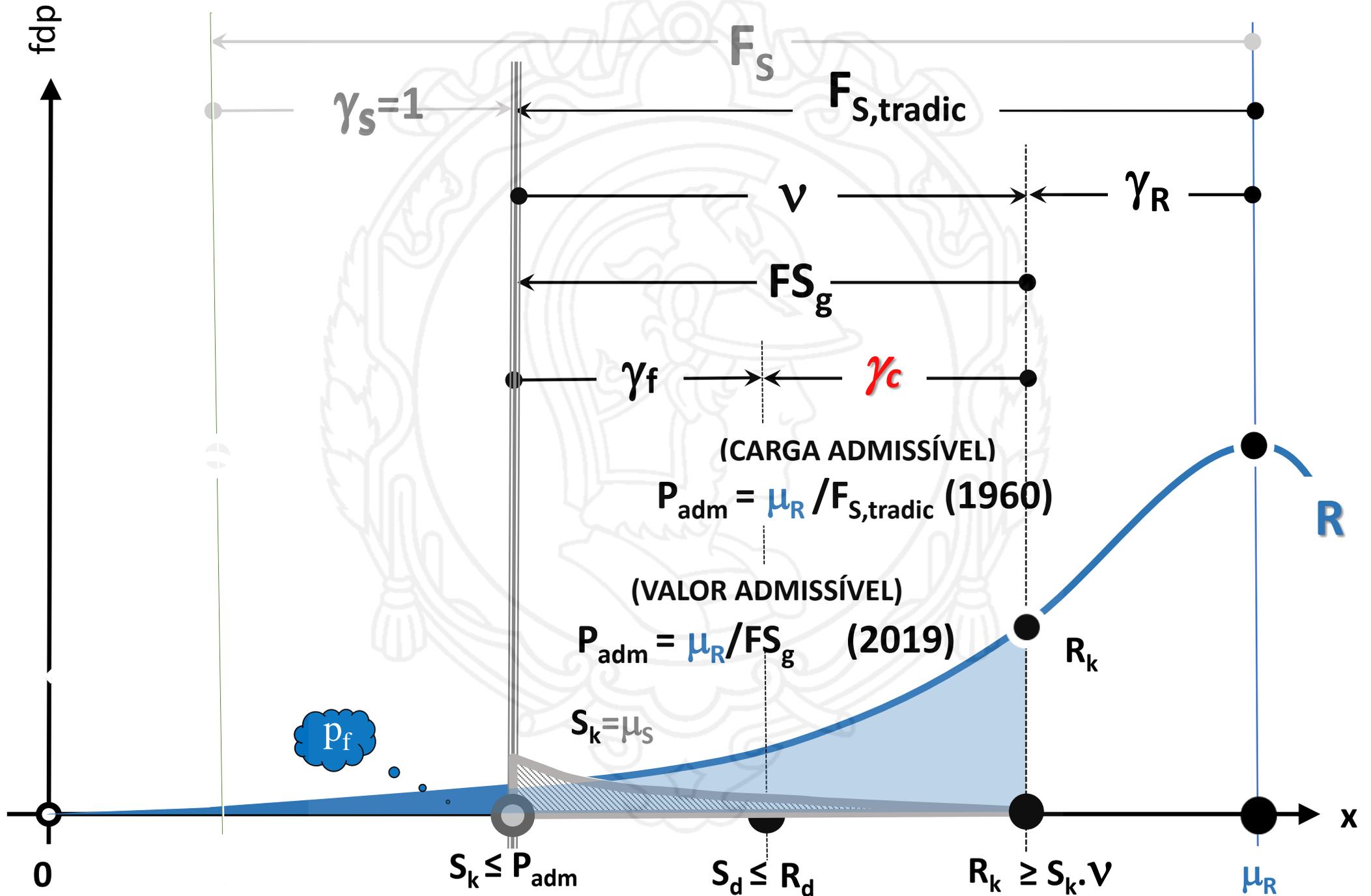
$$P_{adm} = R_k / FS_g \quad P_{adm} \geq S_k$$



# NBR 6122:2019 MÉTODO VALORES DE CÁLCULO (FATORES PARCIAIS)



# EVOLUÇÃO FILOSOFIAS FATORES DE SEGURANÇA NO BRASIL



# FATORES MINORAÇÃO ESTACA MOLDADA IN LOCO

Tabela 4 – Estacas moldadas *in loco* e tubulões: parâmetros para dimensionamento

Tipo de estaca	Classe de agressividade ambiental (CAA) conforme ABNT NBR 6118	Classe de concreto/resistência característica da argamassa ou concreto	$\gamma_c$	% de armadura mínima e comprimento útil mínimo (incluindo trecho de ligação com o bloco)		Tensão de compressão simples atuante abaixo da qual não é necessário armar (exceto ligação com o bloco) MPa	Anexo onde se encontram definidos concreto/argamassa
				Armadura %	Comprimento m		
Hélice/hélice de deslocamento/hélice com trado segmentado <sup>a</sup>	I, II	C30	2,7	0,4	4,0	6,0	N / O / P
	III, IV	C40	3,6				
Escavadas sem fluido	I, II	C25	3,1	0,4	2,0	5,0	I
	III, IV	C40	5,0				
Escavadas com fluido	I, II	C30	2,7	0,4	4,0	6,0	J
	III, IV	C40	3,6				
Strauss <sup>b</sup>	I, II	20 MPa	2,5	0,4	2,0	5,0	G
Franki <sup>b</sup>	I, II, III, IV	20 MPa	1,8	0,4	Integral	–	H
Tubulões não encamisados	I, II	C25	2,2	0,4	3,0	5,0	B
	III, IV	C40	3,6				
Raiz <sup>b,c,d</sup>	I, II, III, IV	20 MPa	1,6	0,4	Integral	–	K
Microestacas <sup>b,c,e</sup>	I, II, III, IV	20 MPa	1,8	0,4	Integral	–	M
Estaca trado vazado segmentado <sup>a,d</sup>	I, II, III, IV	20 MPa	1,8	0,4	Integral	–	L

<sup>a</sup> Nestas estacas, o comprimento máximo da armadura é limitado devido ao processo executivo.

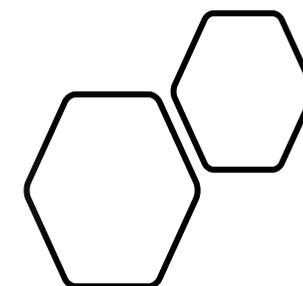
<sup>b</sup> Neste tipo de estaca, o diâmetro a ser considerado no dimensionamento é o diâmetro externo do revestimento.

<sup>c</sup> O espaçamento entre face de barras deve ser de um diâmetro da barra e no mínimo 20 mm. As taxas máximas de armadura são de 8 %  $A_c$  para diâmetros menores ou iguais a 310, e de 6 %  $A_c$  para diâmetros iguais ou superiores a 400 mm. As taxas máximas devem ser verificadas na seção de maior concentração de aço (considerando inclusive as emendas por transpasse). Em situações críticas, o dimensionamento pode ser feito em função da área de aço ( $f_{yk} \geq 500$  MPa;  $A_s$  = área de aço), conforme a seguir:

- quando  $A_s \leq 6 \% A_c$ , o dimensionamento deve ser feito considerando a estaca trabalhando como pilar de concreto (a resistência da estaca é formada pela parcela do concreto e pela parcela do aço);
- quando  $A_s \geq 6 \% A_c$ , o dimensionamento deve ser feito considerando que todo o esforço solicitante deve ser resistido apenas pelo aço da seção da estaca (a parcela resistente do concreto é desprezada).

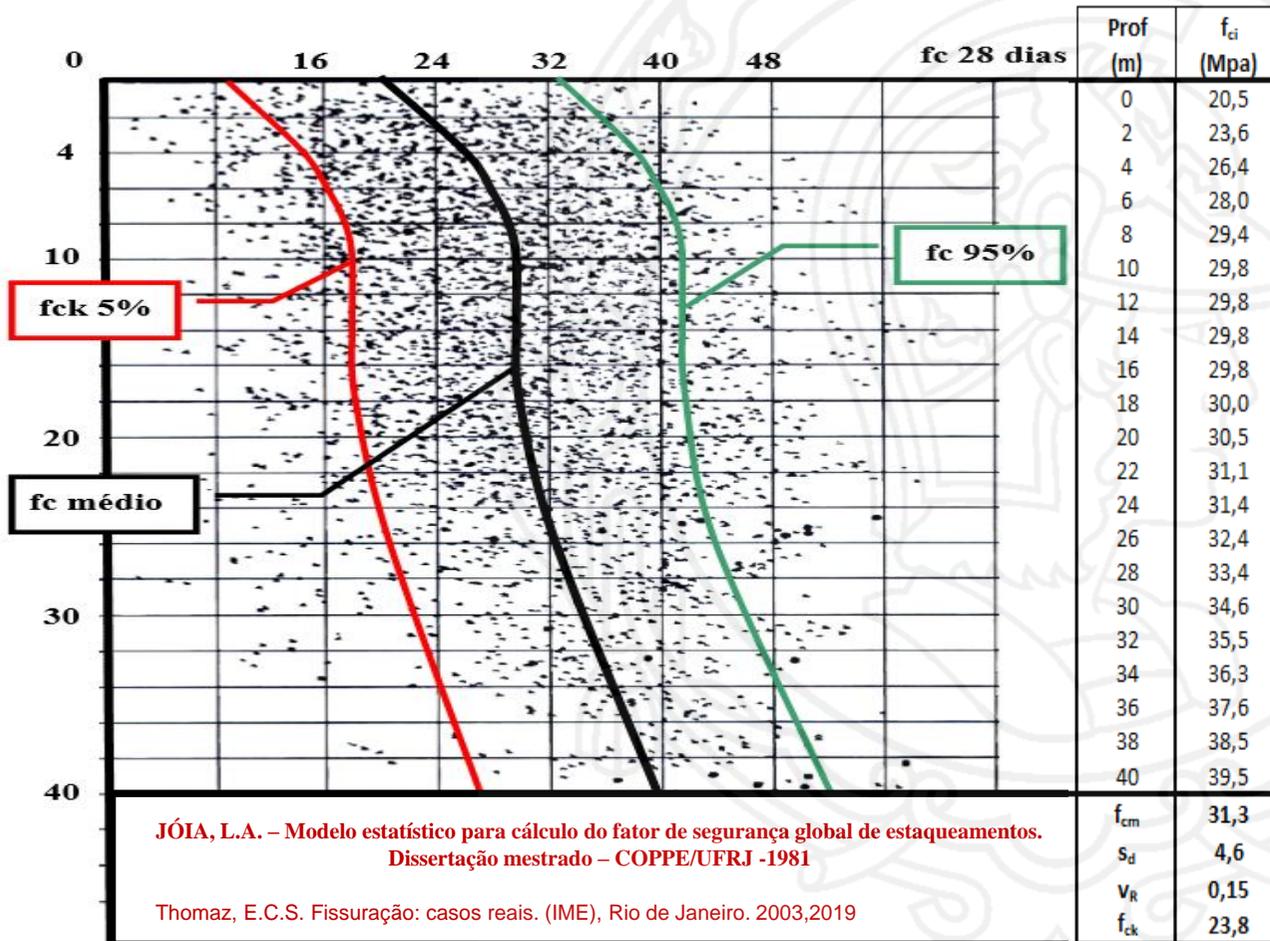
<sup>d</sup> Argamassa.

<sup>e</sup> Calda de cimento.



$\gamma_c$   
Fatores  
minoração  
resistência  
concreto  
estacas  
moldadas  
*in loco*

# DEFINIÇÃO CURVA DE RESISTÊNCIA CONCRETO



Resistência

estaca

concreto

moldado

“in loco”

$\gamma_c$

concreto

“in forma”

≠

“in loco”

CURVA RESISTÊNCIA → NECESSÁRIO ESPECIFICAR ( f<sub>ck</sub> + f<sub>cm</sub> )

## 6.2.1.2.1 Resistência determinada por método semiempírico

O fator de segurança global a ser utilizado para determinação da carga admissível é 2,0. Para se chegar à força resistente de cálculo o ponderador deve ser 1,4.

Quando se reconhecerem regiões representativas e se utilizarem resultados de ensaios de campo nessas regiões, a determinação da resistência característica das estacas ( $R_k$ ) por métodos semiempíricos pode basear-se na expressão:

$$R_k = \min [(R_{se})_{\text{méd}}/\xi_1; (R_{se})_{\text{mín}}/\xi_2]$$

onde

$R_k$  é a resistência característica;

$(R_{se})_{\text{méd}}$  é a resistência determinada com base em valores médios dos resultados dos ensaios de campo;

$(R_{se})_{\text{mín}}$  é a resistência determinada com base em valores mínimos dos resultados dos ensaios de campo;

$\xi_1$  e  $\xi_2$  são os fatores de minoração da resistência especificados na Tabela 2.

Quando utilizado o método de valores admissíveis, a carga admissível deve ser:

$$P_{\text{adm}} = R_k/FS_g, \text{ com } FS_g = 1,4$$

Quando utilizado o método de valores de cálculo, a força resistente de cálculo deve ser:

$$R_d = R_k/\gamma_m, \text{ com } \gamma_m = 1,0$$

**Tabela 2 – Valores dos fatores  $\xi_1$  e  $\xi_2$**

$n^a$	1	2	3	4	5	6	$\geq 10$
$\xi_1^b$	1,42	1,35	1,33	1,31	1,29	1,27	1,27
$\xi_2^b$	1,42	1,27	1,23	1,20	1,15	1,13	1,11

<sup>a</sup>  $n$  = número de perfis de ensaios por região representativa do terreno.

<sup>b</sup> Os valores de  $\xi_1$  e  $\xi_2$  podem ser multiplicados por 0,9 no caso de execução de ensaios complementares à sondagem a percussão.

**RESISTÊNCIA  
CARACTERÍSTICA  
ENSAIOS  
CAMPO**

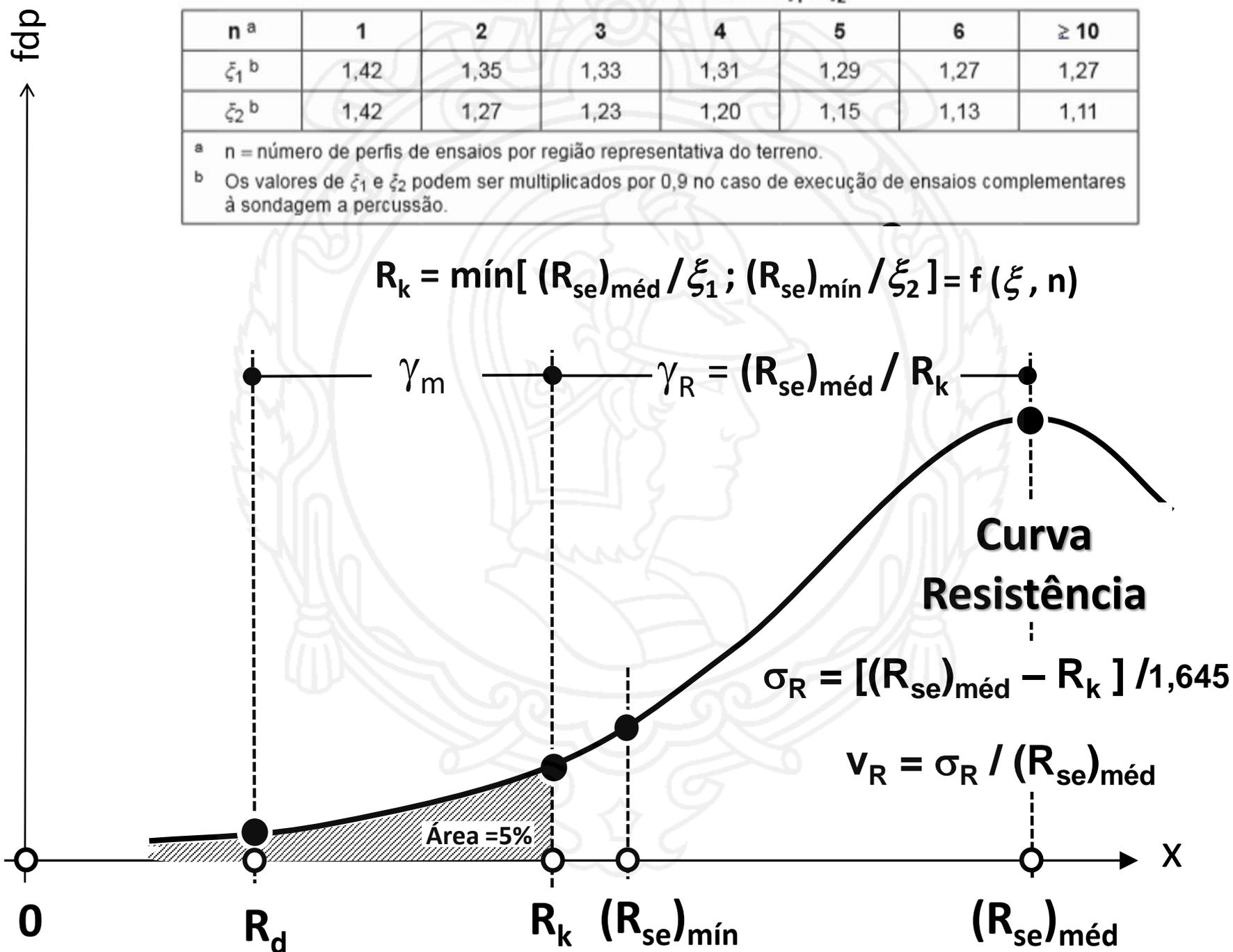
# NBR 6122:2019 - CURVA RESISTÊNCIA PROVA ENSAIO DE CAMPO

Tabela 2 – Valores dos fatores  $\xi_1$  e  $\xi_2$

n <sup>a</sup>	1	2	3	4	5	6	≥ 10
$\xi_1$ <sup>b</sup>	1,42	1,35	1,33	1,31	1,29	1,27	1,27
$\xi_2$ <sup>b</sup>	1,42	1,27	1,23	1,20	1,15	1,13	1,11

<sup>a</sup> n = número de perfis de ensaios por região representativa do terreno.

<sup>b</sup> Os valores de  $\xi_1$  e  $\xi_2$  podem ser multiplicados por 0,9 no caso de execução de ensaios complementares à sondagem a percussão.



# NBR 6122:2019 MÉTODO VALORES CÁLCULO

## 6.2.1.2.2 Resistência determinada por provas de carga estáticas executadas na fase de elaboração ou adequação do projeto

Para que se obtenha a carga admissível ou a força resistente de cálculo de estacas, a partir de provas de carga, é necessário que:

- a(s) prova(s) de carga seja(m) estática(s);
- a(s) prova(s) de carga seja(m) especificada(s) na fase de projeto e executadas no início da obra, de modo que o projeto possa ser adequado para as demais estacas;
- a(s) prova(s) de carga seja(m) levada(s) até uma carga no mínimo duas vezes a carga admissível prevista em projeto.

O fator de segurança global a ser utilizado para determinação da carga admissível é 1,6. Para se chegar à força resistente de cálculo o ponderador deve ser 1,14.

Quando em uma mesma região representativa for realizado um número maior de provas de carga, a resistência característica das estacas ( $R_k$ ) pode ser determinada pela expressão:

$$R_k = \min. [(R_{pc})_{\text{méd.}} / \xi_3; (R_{pc})_{\text{mín.}} / \xi_4]$$

onde

$R_k$  é a resistência característica;

$(R_{pc})_{\text{méd.}}$  é a resistência determinada com base em valores médios dos resultados das provas de carga;

$(R_{pc})_{\text{mín.}}$  é a resistência determinada com base em valores mínimos dos resultados das provas de carga;

$\xi_3$  e  $\xi_4$  são os fatores de minoração da resistência especificados na Tabela 3.

Quando utilizado o método de valores admissíveis, a carga admissível será:

$$P_{\text{adm}} = R_k / FS_g, \text{ com } FS_g = 1,4$$

Quando utilizado o método de valores de cálculo, a força resistente de cálculo será:

$$R_d = R_k / \gamma_m, \text{ com } \gamma_m = 1,0$$

Tabela 3 – Valores dos fatores  $\xi_3$  e  $\xi_4$

n <sup>a</sup>	1	2	3	4	≥ 5
$\xi_3$	1,14	1,11	1,07	1,04	1,00
$\xi_4$	1,14	1,10	1,05	1,02	1,00

<sup>a</sup> n = número de provas de carga em estacas de mesmas características, por região representativa do terreno.

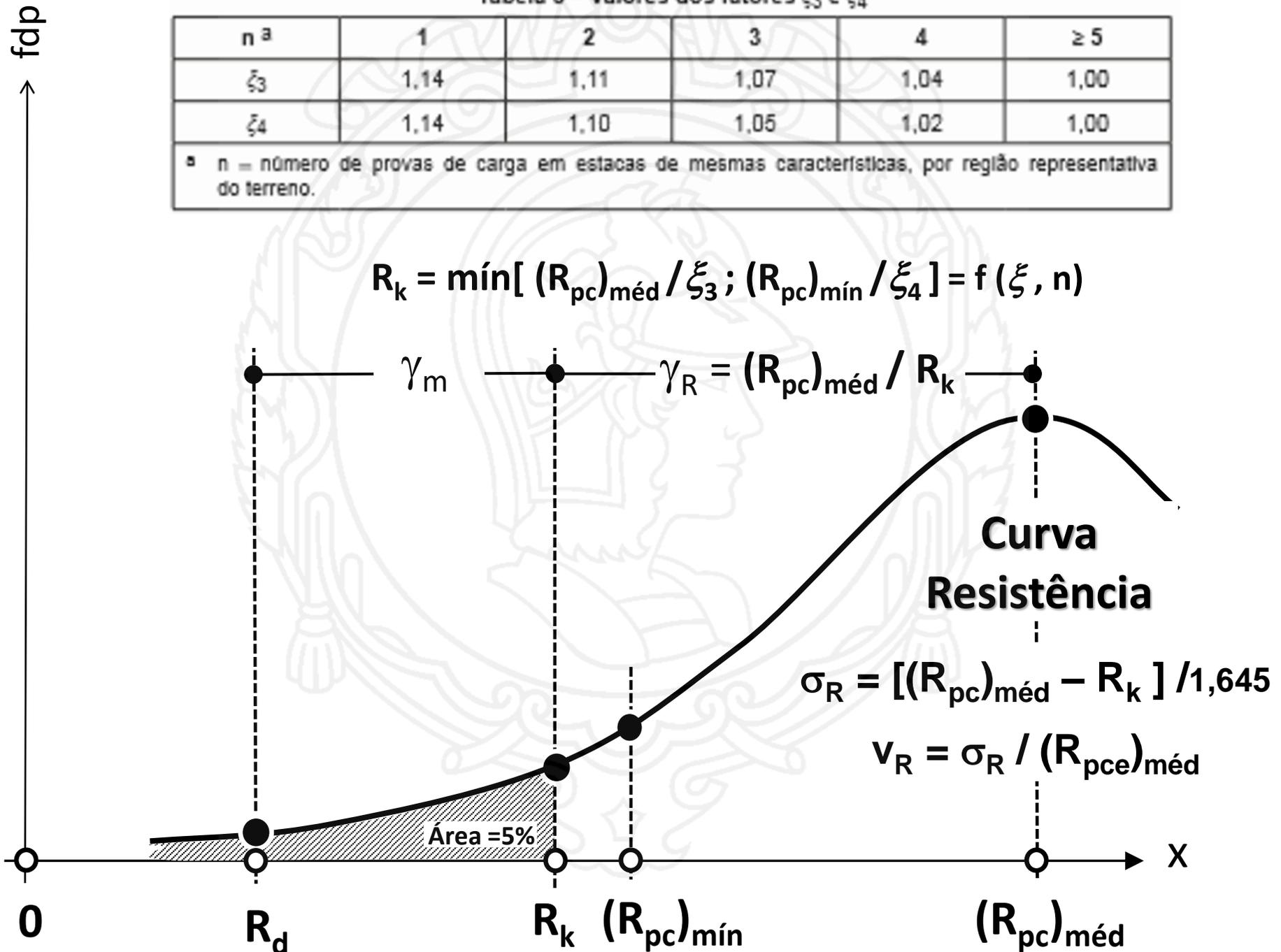
**RESISTÊNCIA  
CARACTERÍSTICA  
PROVAS  
CARGA**

# NBR 6122:2019 - CURVA RESISTÊNCIA PROVA CARGA ESTÁTICA

Tabela 3 – Valores dos fatores  $\xi_3$  e  $\xi_4$

$n^a$	1	2	3	4	$\geq 5$
$\xi_3$	1,14	1,11	1,07	1,04	1,00
$\xi_4$	1,14	1,10	1,05	1,02	1,00

<sup>a</sup> n = número de provas de carga em estacas de mesmas características, por região representativa do terreno.



# MARGEM SEGURANÇA / FATOR SEGURANÇA / PROBABILIDADE RUÍNA

## MARGEM SEGURANÇA

## FATOR SEGURANÇA TRADICIONAL

## PROBABILIDADE RUÍNA (ÁREA)

DIST.NORM (0;  $\mu_M$ ;  $\sigma_M$ ; verdadeiro)

### CURVA SOLICITAÇÃO

Medir diariamente a carga máxima em cada sapata, tubulão ou estaca da fundação executada, ao longo da vida útil da obra.

$n$  = número dias x número elementos fundação

$S_k$  = Norma NBR 8681

$\mu_S$  = desconhecido

$\sigma_S$  = desconhecido

$v_S$  = desconhecido

$\zeta$  → desconhecido

Regra de Turkstra

$p_f = \text{ÁREA} < 0$

$v_S$

$$F_S = \mu_R / \mu_S$$

$v_R$

$$F_S > 1$$

$$M > 0$$

$F_{S,trad}$

### CURVA RESISTÊNCIA

Conforme item 6.2.1.2-NBR6122:2010 a resistência de uma estaca deve ser determinada a partir de sondagens, provas de carga estáticas e ensaios dinâmicos

$n$  = número de ensaios

### Resistência média e mínima obra

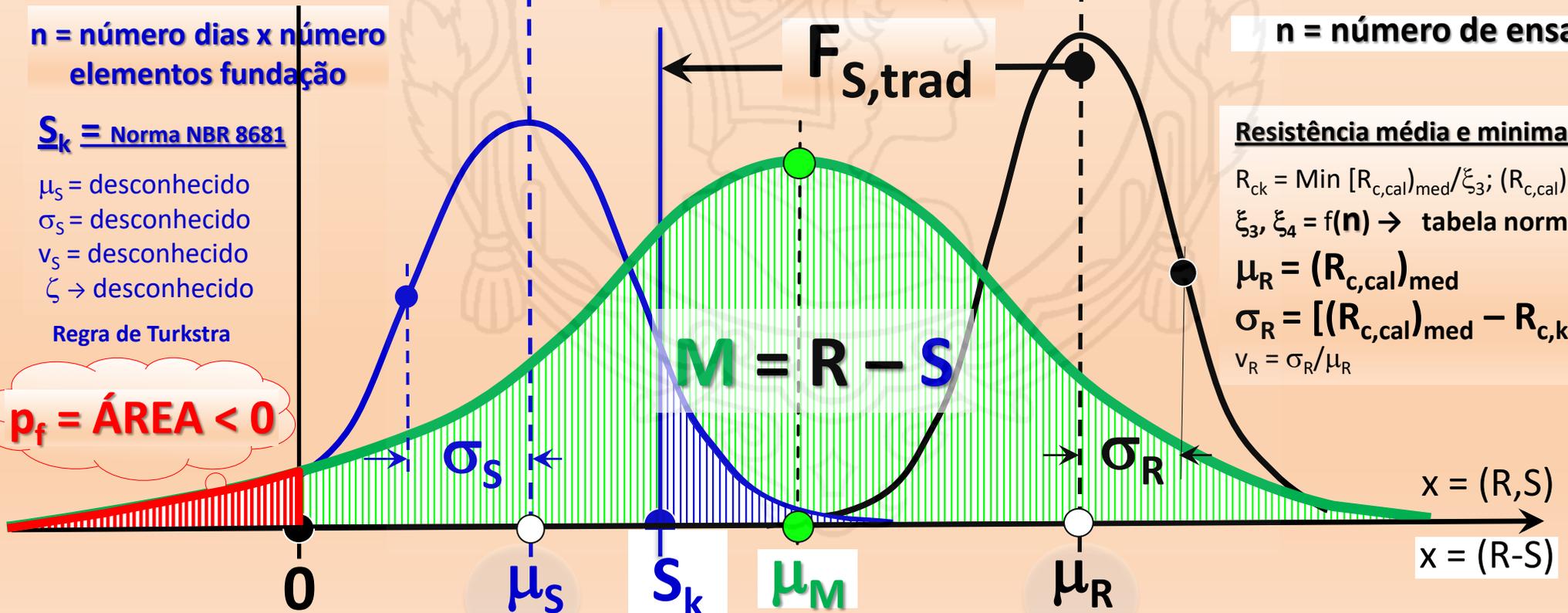
$$R_{ck} = \text{Min} [(R_{c,cal})_{med} / \xi_3; (R_{c,cal})_{min} / \xi_4]$$

$\xi_3, \xi_4 = f(n) \rightarrow$  tabela norma

$$\mu_R = (R_{c,cal})_{med}$$

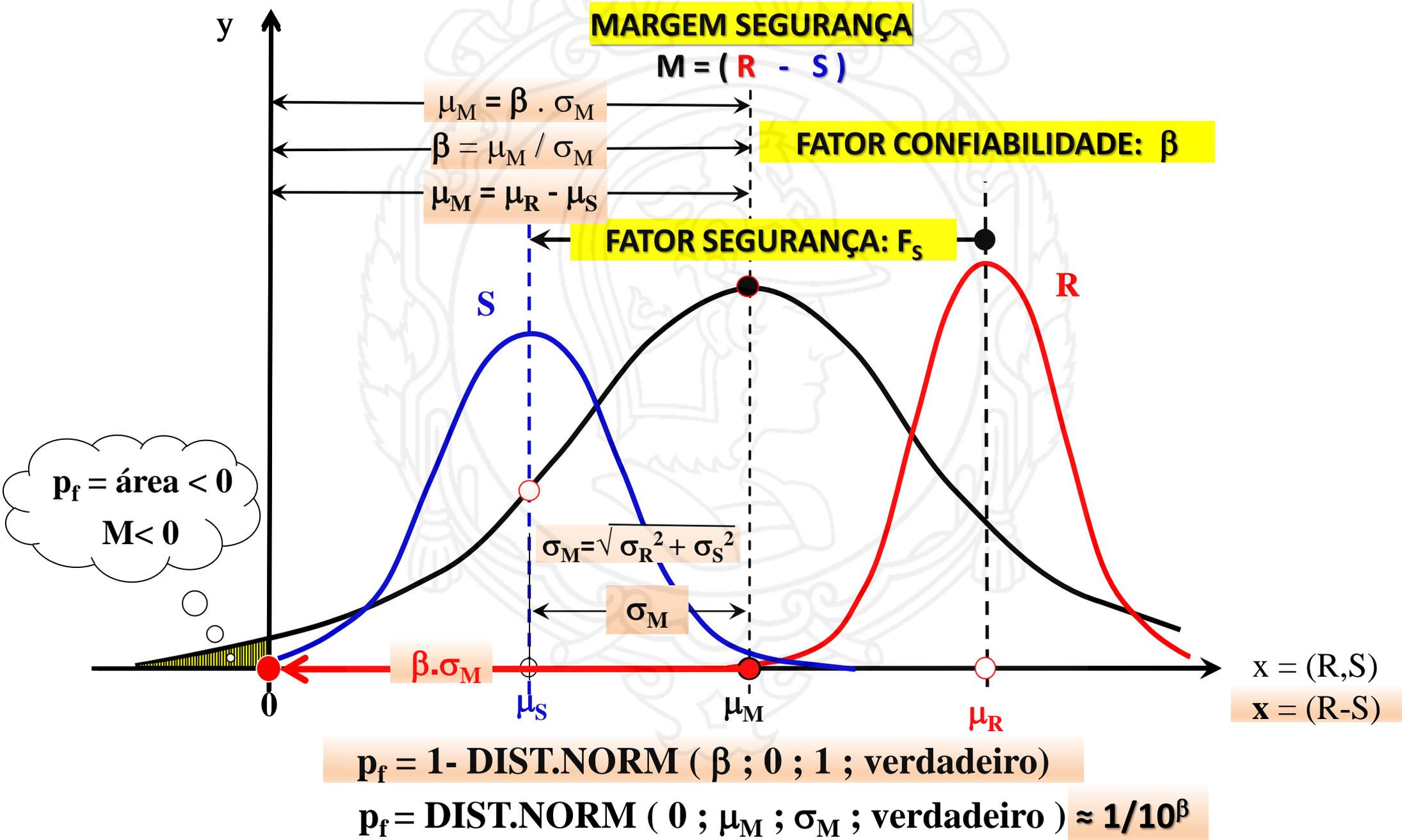
$$\sigma_R = [(R_{c,cal})_{med} - R_{c,k}] / \alpha_R$$

$$v_R = \sigma_R / \mu_R$$





# PROBABILIDADE RUÍNA FOSM (CORNELL, 1971)



$$F_s = \frac{\sqrt{1 + \beta \cdot \sqrt{v_s^2 + v_r^2 - \beta^2 \cdot v_s^2 \cdot v_r^2}}}{1 - \beta^2 \cdot v_r^2}$$

$$\beta = \frac{(1 - \frac{1}{F_s})}{\sqrt{v_r^2 + (1/F_s)^2 \cdot v_s^2}}$$

$$v_s = \frac{1}{\beta} \cdot \sqrt{(F_s - 1)^2 - \beta^2 \cdot F_s^2 \cdot v_r^2}$$

$$v_r = \frac{1}{\beta \cdot F_s} \cdot \sqrt{(F_s - 1)^2 - \beta^2 \cdot v_s^2}$$

$$\alpha = -\text{INV.NORM}(\text{probabilidade}; 0; 1)$$

$$\gamma_R = \mu_R / R_k = 1 / (1 + \alpha_R \cdot v_R)$$

$$v_R = (\gamma_R - 1) / (\alpha_R \cdot \gamma_R)$$

$$\gamma_S = S_k / \mu_S = 1 + (\alpha_S \cdot v_S)$$

$$v_S = (\gamma_S - 1) / (\alpha_S)$$

$$FS_g = F_s [ (1 - \alpha_R v_R) / (1 + \alpha_S v_S) ]$$

$$F_s = \frac{\sqrt{1 + \beta \cdot \sqrt{v_s^2 + v_r^2 - \beta^2 \cdot v_s^2 \cdot v_r^2}}}{1 - \beta^2 \cdot v_r^2}$$

$$\beta = \frac{(1 - \frac{1}{F_s})}{\sqrt{v_r^2 + (1/F_s)^2 \cdot v_s^2}}$$

$$v_s = \frac{1}{\beta} \cdot \sqrt{(F_s - 1)^2 - \beta^2 \cdot F_s^2 \cdot v_r^2}$$

$$v_r = \frac{1}{\beta \cdot F_s} \cdot \sqrt{(F_s - 1)^2 - \beta^2 \cdot v_s^2}$$

$$\alpha = -\text{INV.NORM}(\text{probabilidade}; 0; 1)$$

$$\gamma_R = \mu_R / R_k = 1 / (1 + \alpha_R \cdot v_R)$$

$$v_R = (\gamma_R - 1) / (\alpha_R \cdot \gamma_R)$$

$$\gamma_S = S_k / \mu_S = 1 + (\alpha_S \cdot v_S)$$

$$v_S = (\gamma_S - 1) / (\alpha_S)$$

$$FS_g = F_s [ (1 - \alpha_R v_R) / (1 + \alpha_S v_S) ]$$

# Formulário interrelação 4 variáveis básicas

$P(A)$  = probabilidade **50%** verossimilhança

$P(B/A) =$

$P(B/A) \cdot P(A)$

$[P(B/A) \cdot P(A)] + [P(B/A^c) \cdot P(A^c)]$

Probabilidade *verossimilhança* **v %**

$P(B/A) =$  verossimilhança **v %**

**TEOREMA DE BAYES → PROBABILIDADE DE RUÍNA**

# FAILURE CONSEQUENCE CLASSES (EUROCODE )

Risco ruína =  $p_f$  x vulnerabilidade x custo consequências

ICS 91.010.30

EUROPEAN STANDARD  
NORME EUROPÉENNE  
EUROPÄISCHE NORM

FINAL DRAFT  
prEN 1990

July 2001

English version

## Eurocode - Basis of structural design

Will supersede ENV 1991-1:1994

Joint Committee  
on Structural Safety  
JCSS-OSTL/DIA/VROU -10-11-2000

**PROBABILISTIC MODEL CODE**

**Part 1 - BASIS OF DESIGN**

### ◆ Consequence classes

A classification into consequence classes is based on the ratio  $\rho$  defined as the ratio between total costs (i.e. construction costs plus direct failure costs) and construction costs.

Class 1 Minor Consequences:  $\rho$  is less than approximately 2

Risk to life, given a failure, is small to negligible and economic consequences are small or negligible (e.g. agricultural structures, silos, masts);

Class 2 Moderate Consequences:  $\rho$  is between 2 and 5.

Risk to life, given a failure, is medium or economic consequences are considerable (e.g. office buildings, industrial buildings, apartment buildings).

Class 3 Large Consequences:  $\rho$  is between 5 and 10.

Risk to life, given a failure, is high, or economic consequences are significant (e.g. main bridges, theaters, hospitals, high rise buildings).

If  $\rho$  is larger than 10 and the absolute value of  $H$  also is large, the consequences should be regarded as extreme and a full cost benefit analysis is recommended. The conclusion might be that the structure should not be build at all.

### B3.1 Consequences classes

(1) For the purpose of reliability differentiation, consequences classes (CC) may be established by considering the consequences of failure or malfunction of the structure as given in Table B1.

**Table B1 - Definition of consequences classes**

Consequences Class	Description	Examples of buildings and civil engineering works
CC3	<b>High</b> consequence for loss of human life, or economic, social or environmental consequences <b>very great</b>	Grandstands, public buildings where consequences of failure are high (e.g. a concert hall)
CC2	<b>Medium</b> consequence for loss of human life, economic, social or environmental consequences <b>considerable</b>	Residential and office buildings, public buildings where consequences of failure are medium (e.g. an office building)
CC1	<b>Low</b> consequence for loss of human life, and economic, social or environmental consequences <b>small or negligible</b>	Agricultural buildings where people do not normally enter (e.g. storage buildings), greenhouses

(2) The criterion for classification of consequences is the importance, in terms of consequences of failure, of the structure or structural member concerned. See B3.3

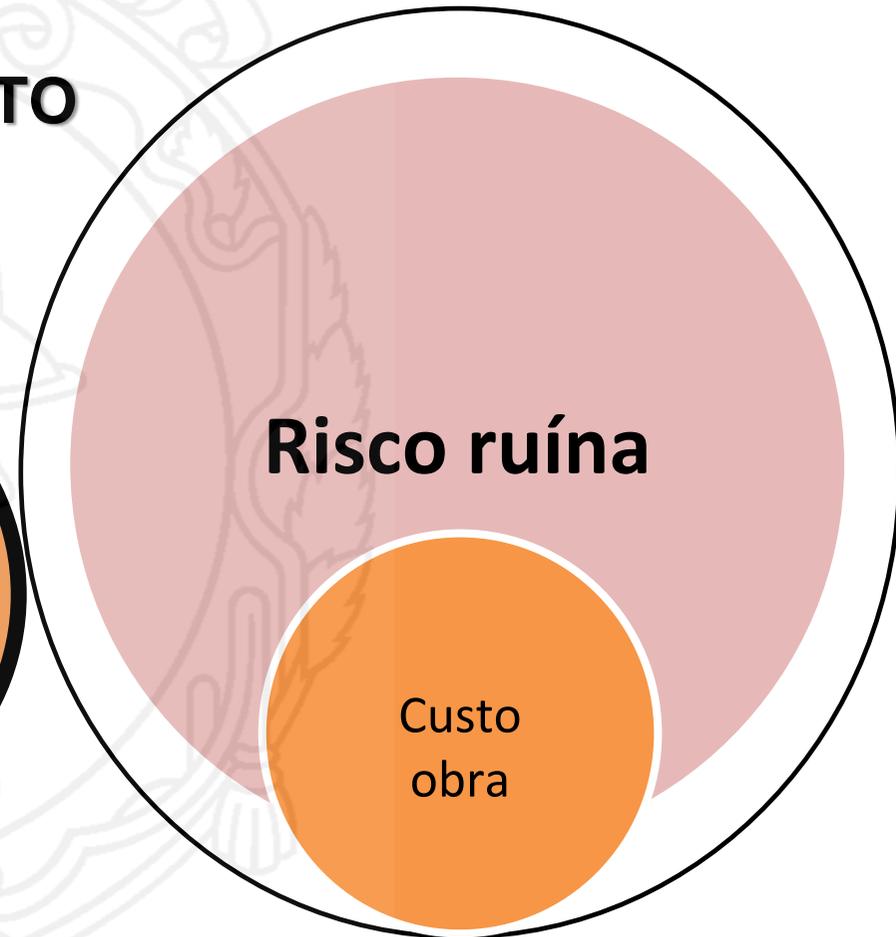
(3) Depending on the structural form and decisions made during design, particular members of the structure may be designated in the same, higher or lower consequences class than for the entire structure.

# OTIMIZAÇÃO CUSTO TOTAL OBRA C/ RISCO GEOTÉCNICO

CUSTO TOTAL SISTEMA BDI CONSIDERA % RISCO DE RUÍNA CONSTANTE

## OBJETIVO PROJETO

minimizar  
custo total



$$\text{Custo total} = \text{Custo obra} + \text{Risco ruína}$$

# PROBABILIDADE RUÍNA MÉTODO $\beta$ HASOFER-LIND (1974)

**SOLVER DETERMINA A COMBINAÇÃO DE VALORES DAS VARIÁVEIS QUE RESULTA NO ÍNDICE CONFIABILIDADE  $\beta$  MÍNIMO**

$$\beta = \min_{\mathbf{x} \in \mathbf{F}} \{ [(\mathbf{x}_i - \mu_{xi}) / \sigma_i]^T \cdot [\mathbf{C}]^{-1} \cdot [(\mathbf{x}_i - \mu_{xi}) / \sigma_i] \}^{1/2}$$

$\underline{x}_i$  - vetor que representa as variáveis aleatórias consideradas

$\underline{\mu}_{xi}$  - vetor representa valores médios das variáveis

$\underline{\sigma}_{xi}$  - vetor representa os desvios padrões

[C] – matriz de covariância (correlação entre as variáveis)

$\mathbf{X}_i$
c
$\phi$
$\gamma$
H
B
V

$$M \rightarrow \mu_M = [c N_c S_c + p_0 N_q S_q + 1/2 \gamma B N_\gamma S_\gamma] - [V / B^2]$$

$$\sigma_M = [\sigma_R^2 + \sigma_S^2]^{1/2}$$

$$\beta = \mu_M / \sigma_M$$

$$F_S = \mu_R / \mu_S$$

$$F_S = \gamma_R \gamma_S \gamma_f \gamma_m$$



# SUPERFÍCIE RESISTENTE DE ESTAQUEAMENTO

- **1ª metodologia:** o comprimento de cada estaca é determinado, em cada vertical de sondagem, quando se obtém um fator de segurança igual a dois;
- **2ª metodologia:** para uma dada região da obra, os comprimentos das estacas são constantes devido à limitação imposta pela capacidade máxima de execução do equipamento ou da metodologia executiva, atendendo-se ao fator de segurança igual a dois;
- **3ª metodologia:** determina-se o comprimento de cada estaca adotando-se um valor limite, para o parâmetro de sondagem ou de controle da execução, que expressa a profundidade máxima observada nas obras correntes;
- **nª metodologia:** o comprimento de cada estaca obedece a critérios pessoais ou corporativos diversificados.

**CONCLUSÃO: A SUPERFÍCIE RESISTENTE DE CADA ESTAQUEAMENTO É VARIÁVEL E DEPENDE DA METODOLOGIA USADA EM SUA DETERMINAÇÃO.**

# CONCLUSÕES

- RUÍNAS CAUSADAS POR ERROS HUMANOS (IMPERÍCIA, IMPRUDÊNCIA OU NEGLIGÊNCIA) SÃO IMPREVISÍVEIS E DEVEM SER OBJETO DE SEGURO PESSOAL.
- HÁ RELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS INDEPENDENTES ( $V_S$ ,  $V_R$ ) & DEPENDENTES ( $F_S$ ,  $\beta$ ).
- FATOR DE SEGURANÇA TRADICIONAL NÃO MEDE O RISCO FINANCEIRO OBRA.
- RISCO **DEPENDE** VARIABILIDADE CARGAS  $V_S$  A SER DEFINIDA PELA **NOVA** NBR 8681.
- RISCO GEOTÉCNICO FREQUENCISTA E SUBJETIVO (BAYESIANO).
- É DEVER DO ENGENHEIRO INFORMAR RISCO SOLUÇÃO DE FUNDAÇÕES.
- ATIVIDADE MULTIDISCIPLINAR REQUER INTERAÇÃO C/ OUTRAS ATIVIDADES.



**MUITO OBRIGADO PELA ATENÇÃO !**

**[nelson.aoki@uol.com.br](mailto:nelson.aoki@uol.com.br)**

